VISIT…

LANZAROTE Caliente.COM

М. А. МИХЕЕВ
И. М. МИХЕЕВА

ОСНОВЫ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ, СТЕРЕОТИПНОЕ



МОСКВА
«ЭНЕРГИЯ»
1977

6П2.2
М69
УДК 536.24 : 621.1.016.4

Михеев М. А., Михеева И. М.

М69 Основы теплопередачи. Изд. 2-е, стереотип. М., «Энергия», 1977.

344 с. с ил.

В книге изложены основные положения учения о теплообмене и их приложения к анализу работы тепловых устройств. Последовательно рассмотрены элементарные виды переноса теплоты (теплопроводность, конвекция и тепловое излучение), комплексный процесс теплопередачи и основы расчета теплообменных аппаратов.

Первое издание книги вышло в 1973 г. Во второе издание книги внесены незначительные изменения и уточнения.

Книга предназначена для инженерно-технических работников, занимающихся вопросами проектирования, изготовления и эксплуатации теплообменного оборудования. Она может быть использована студентами вузов в качестве учебного пособия.

$М \frac{30302\text{-}001}{051(01)\text{-}77}$ 21-77 6П2.2

© Издательство «Энергия», 1977.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Основные закономерности явлений переноса теплоты, механизм и методология исследования процессов теплообмена, рекомендации для практических расчетов составляют содержание этой книги. При ее написании преследовалась цель рассказать о сложных явлениях теплопередачи в возможно более простой и ясной форме при сохранении необходимой научной строгости.

Материал в книге расположен в порядке нарастания сложности обсуждаемых процессов с целью облегчения его усвоения читателем. Поэтому, например, комплексные процессы теплопередачи излагаются после описания элементарных видов теплообмена, а вопросы гидромеханики по мере надобности приводятся совместно с изложением отдельных задач конвективного теплообмена. В книге рассмотрены основные положения теории подобия и их приложение к изучению процессов переноса теплоты. В конце каждого раздела приводятся числовые примеры решения наиболее характерных задач.

В целом в настоящем издании сохранены стиль, структура и характер, присущие известному учебнику академика М. А. Михеева (1902—1970 гг.) «Основы теплопередачи», последнее издание которого было выпущено в 1956 г. В учебнике М. А. Михеева был обобщен опыт его многолетнего преподавания курса теплопередачи в вузах, рассмотрены результаты наиболее значительных экспериментальных и теоретических работ в области теории теплообмена и теплового моделирования.

Издание книги в настоящем виде посвящается его памяти.

И. Михеева

ВВЕДЕНИЕ

Теплопередача является частью общего учения о теплоте, основы которого были заложены в середине XVIII в. М. В. Ломоносовым, создавшим механическую теорию теплоты и основы закона сохранения и превращения материи и энергии. В дальнейшем развитии учения о теплоте разрабатывались его общие положения. В XIX в. основное внимание уделялось вопросам превращения теплоты в работу. С развитием техники и ростом мощности отдельных агрегатов роль процессов переноса теплоты в различных тепловых устройствах и машинах возросла. Во второй половине XIX в. ученые и инженеры стали уделять процессам теплообмена значительно больше внимания. В литературе имеется много работ тех времен по вопросам распространения и переноса теплоты, некоторые из них сохранили значимость до наших дней. Именно в эти годы, например, была опубликована работа О. Рейнольдса, в которой устанавливается единство процессов переноса теплоты и количества движения, его «гидродинамическая теория теплообмена» (1874 г.).

Учение о теплоте окончательно оформилось в самостоятельную научную дисциплину лишь в начале XX в. В настоящее время теплопередача вместе с технической термодинамикой составляют теоретические основы теплотехники.

В развитие теплопередачи наряду с зарубежными исследователями большой вклад внесли русские ученые. Их труды до сих пор сохранили свое значение. Изучение вопросов теплообмена в нашей стране с 20-х годов возглавил акад. М. В. Кирпичев, придавший ему новое инженерно-физическое направление. Были разработаны оригинальные пути исследования сущности рабочих процессов и работы тепловых устройств в целом, что позволяло научно обоснованно решать многие инженерные задачи. Одновременно с этим была разработана общая методология исследований, обработки и обобщения опытных данных. Все имевшиеся данные по теплообмену были пересмотрены, уточнены и приведены в определенную систему. Большое развитие в нашей стране получила теория подобия, являющаяся по существу теорией эксперимента. На ее основе была разработана теория теплового моделирования технических устройств.

Исследования показывают, что теплопередача является сложным процессом. При изучении этот процесс расчленяют на простые явления. Различают три элементарных способа переноса теплоты: теплопроводность, конвекцию и тепловое излучение.

Теплопроводностью называется перенос теплоты (или внутренней энергии) при непосредственном соприкосновении тел (или частей одного тела) с различной температурой.

Явление конвекции наблюдается в движущихся жидкостях или газах. Перенос теплоты при этом происходит просто за счет перемещения вещества в пространстве.

Тепловым излучением называется явление переноса теплоты в виде электромагнитных волн с двойным взаимным превращением — тепловой энергии в лучистую и обратно.

В действительности элементарные виды теплообмена не обособлены и в чистом виде встречаются редко. В большинстве случаев один вид теплообмена сопровождается другим. Например, обмен теплотой между твердой поверхностью и жидкостью (или газом) происходит путем теплопроводности и конвекции одновременно и называется конвективным теплообменом или теплоотдачей. В паровых котлах в процессе переноса теплоты от топочных газов к внешней поверхности кипятильных труб одновременно участвуют все три вида теплообмена — теплопроводность, конвекция и тепловое излучение. От внешней поверхности кипятильных труб к внутренней через слой сажи, металлическую стенку и слой накипи теплота переносится путем теплопроводности. Наконец, от внутренней поверхности труб к воде теплота переносится путем теплопроводности и конвекции. Следовательно, на отдельных этапах прохождения теплоты элементарные виды теплообмена могут находиться в самом различном сочетании. В практических расчетах такие сложные процессы иногда целесообразно рассматривать как одно целое.

Так, например, передачу теплоты от горячей жидкости к холодной через разделяющую их стенку называют процессом теплопередачи. В книге рассмотрены основные количественные и качественные закономерности протекания этих как элементарных, так и более сложных процессов.

Все замечания по содержанию книги просьба направлять по адресу: 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10, изд-во «Энергия».

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

r, R — радиус, м;
d, D — диаметр, м;
l, L — характерный размер, длина, м;
δ — толщина, м;
h, H — высота, м;
F — поверхность, площадь поверхности теплообмена, м^2;
f — площадь поперечного сечения, м^2;
τ — время, с;
t — температура, °С;
T — температура, К;
$t_с$ — температура поверхности, °С;
$t_ж$ — температура жидкости, газа, °С;
t_s — температура насыщения, °С;
δt — изменение температуры жидкости в направлении ее движения, °С;
Δt — температурный напор, разность температур, °С;
$\Delta t_{лог}$ — средний логарифмический температурный напор, °С;
υ — избыточная температура, °С;
p — давление, Па;
Δp — перепад давлений, Па;
G — массовый расход жидкости, газа, кг/с;
V — объем, м^3, или объемный расход жидкости, газа, м^3/с;
m — масса вещества, кг;
w — скорость, м/с;
g — ускорение свободного падения, м/с^2;
ρ — плотность, кг/м^3;
ρ', ρ'' — плотность соответственно жидкости и пара, кг/м^3;
β — температурный коэффициент объемного расширения, 1/°С, 1/К;
c_v; c_p — удельная теплоемкость при постоянном объеме и давлении соответственно, Дж/(кг·°С);
i — энтальпия, Дж/кг;
r — теплота фазового перехода, Дж/кг;
μ — динамический коэффициент вязкости, Па·с;
ν — кинематический коэффициент вязкости, м^2/с;
s — сила трения, Па;
σ — поверхностное натяжение, Н/м;
ξ — коэффициент сопротивления трения;
θ — краевой угол между стенкой и свободной поверхностью жидкости;
Q — тепловой поток, Вт;
q — плотность теплового потока, Вт/м^2;
q_l — линейная плотность теплового потока, Вт/м;
q_v — мощность внутреннего источника теплоты, Вт/м^3;
λ — коэффициент теплопроводности, Вт/(м·°С);
a — коэффициент температуропроводности, м^2/с;

α — коэффициент теплоотдачи, Вт/(м²·°С);
k — коэффициент теплопередачи, Вт/(м²·°С);
C — коэффициент излучения, Вт/(м²·К⁴);
E — плотность потока излучения, Вт/м²;
ε — степень черноты.

ЧИСЛА ПОДОБИЯ

$Re = wl/\nu$ — число Рейнольдса;
$Pr = \mu c_p/\lambda = \nu/a$ — число Прандтля;
$Eu = \Delta p/\rho w^2$ — число Эйлера;
$Nu = \alpha l/\lambda$ — число Нуссельта;
$Pe = RePr = wl/a$ — число Пекле;
$Gr = g\beta\Delta t \frac{l^3}{\nu^2}$ — число Грасгофа;
$St = Nu/Pe = \alpha/c_p\rho w$ — число Стантона;
$Ra = GrPr = g\beta\Delta t \frac{l^3}{\nu a}$ — число Релея;
$Fo = a\tau/l^2$ — число Фурье;
$Bi = \alpha l/\lambda_c$ — число Био;
$Ho = \tau w/l$ — число гомохронности.

ГЛАВА ПЕРВАЯ

ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

1-1. ОСНОВНОЙ ЗАКОН ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Если в твердом теле, неподвижной жидкости или газе температура в различных точках неодинакова, то, как показывает опыт, теплота самопроизвольно переносится от участков тела с более высокой температурой к участкам с более низкой температурой. Такой процесс называется *теплопроводностью*. Внутренний механизм явления теплопроводности объясняется на основе молекулярно-кинетических представлений; перенос энергии при этом осуществляется вследствие теплового движения и энергетического взаимодействия между микрочастицами (молекулами, атомами, электронами), из которых состоит данное тело.

Процесс теплопроводности неразрывно связан с распределением температуры внутри тела. Поэтому при его изучении прежде всего необходимо установить понятия *температурного поля и градиента температуры.*

1. Температурное поле. Температура, как известно, характеризует тепловое состояние тела и определяет степень его нагретости. Так как тепловое состояние отдельных частей тела в процессе теплопроводности различно, то в общем случае температура t является функцией координат x, y, z и времени τ, т. е.

$$t = f(x, y, z, \tau). \tag{a}$$

Совокупность значений температуры для всех точек пространства в данный момент времени называется *температурным полем*. Уравнение (а) является математическим выражением такого поля. При этом, если температура меняется во времени, поле называется *неустановившимся* (*нестационарным*), а если не меняется — *установившимся* (*стационарным*). Температура может быть функцией одной, двух и трех координат. Соответственно этому и температурное поле называется *одно-*, *двух- и трехмерным*. Наиболее простой вид имеет уравнение одномерного стационарного температурного поля:

$$t = t(x). \tag{б}$$

2. Градиент температур. При любом температурном поле в теле всегда имеются точки с одинаковой температурой. Геометрическое место таких точек образует *изотермическую поверхность*. Так как в одной и той же точке пространства одновременно не может быть двух различных температур, то изотермические поверхности друг с другом не пересекаются; все они или замыкаются на себя, или кончаются на границах тела. Следовательно, изменение температуры в теле наблюдается лишь в направлениях, пересекающих изотермические поверхности (например, направление x, рис. 1-1). При этом наиболее резкое изменение температуры получается в направлении нормали n к изотермической поверхности. Предел отношения изменения температуры Δt к расстоянию между изотермами по нормали Δn называется *градиентом температур* и обозначается одним из следующих символов:

$$\lim (\Delta t/\Delta n)_{\Delta n \to 0} = \partial t/\partial n = \operatorname{grad} t = \nabla t. \quad \text{(в)}$$

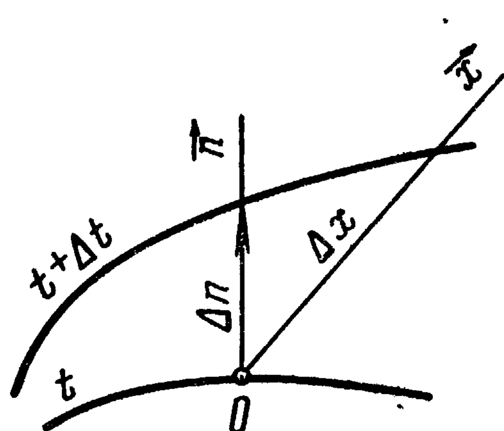


Рис. 1-1. К определению температурного градиента.

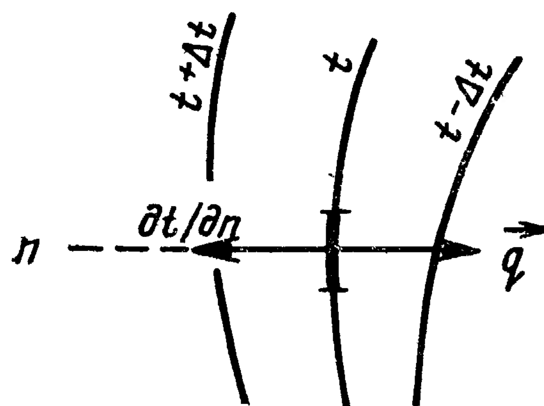


Рис. 1-2. Закон Фурье.

Температурный градиент является вектором, направленным по нормали к изотермической поверхности в сторону возрастания температуры, °С/м.

3. Тепловой поток. Теплота самопроизвольно переносится только в сторону убывания температуры. Количество теплоты, переносимое через какую-либо изотермическую поверхность в единицу времени, называется *тепловым потоком* Q. Тепловой поток, отнесенный к единице площади изотермической поверхности, называется *плотностью теплового потока* q. Плотность теплового потока есть вектор, направление которого совпадает с направлением распространения теплоты в данной точке и противоположно направлению вектора температурного градиента (рис. 1-2).

4. Закон Фурье. Изучая процесс теплопроводности в твердых телах, Фурье экспериментально установил, что количество переданной теплоты пропорционально падению температуры, времени и площади сечения, перпендикулярного направлению распространения теплоты. Если количество переданной теплоты от-

нести к единице площади сечения и единице времени, то установленную зависимость можно записать:

$$\vec{q} = -\lambda \,\mathrm{grad} t. \qquad (1\text{-}1)$$

Уравнение (1-1) является математическим выражением основного закона теплопроводности — *закона Фурье*. Этот закон лежит в основе всех теоретических и экспериментальных исследований процессов теплопроводности.

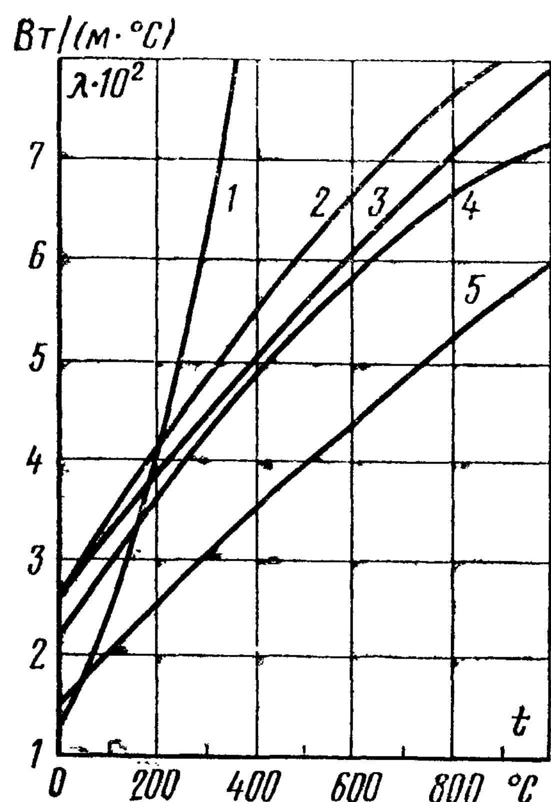


Рис. 1-3. Зависимость коэффициента теплопроводности от температуры для некоторых газов.

1 — водяной пар; *2* — кислород; *3* — воздух; *4* — азот; *5* — аргон.

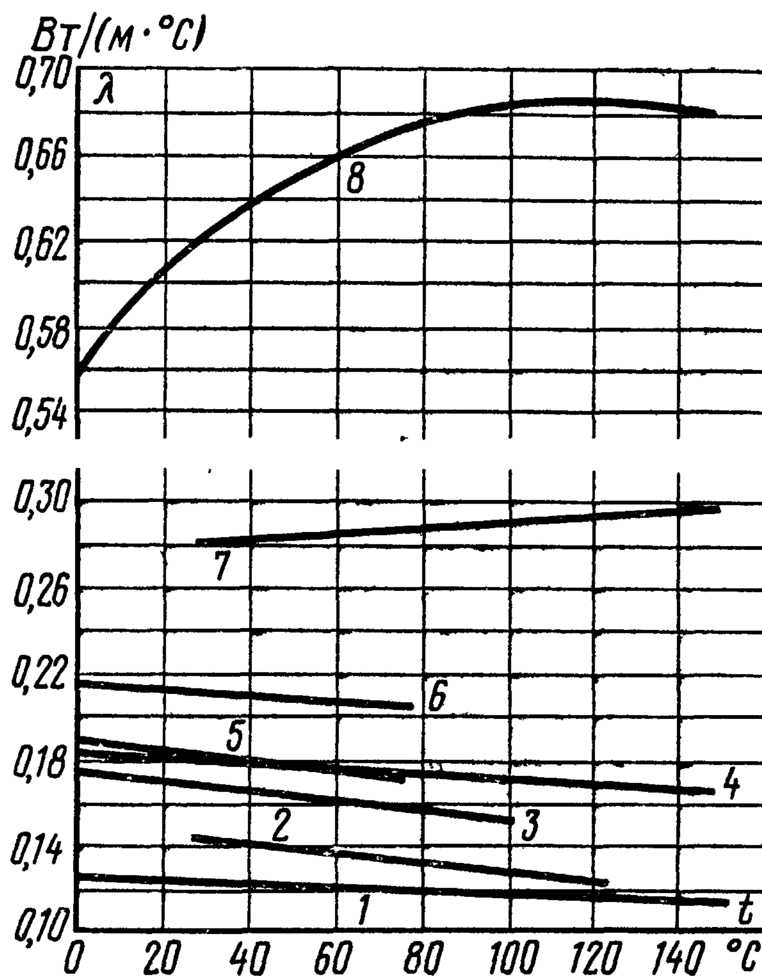


Рис. 1-4. Зависимость коэффициента теплопроводности от температуры для некоторых капельных жидкостей.

1 — вазелиновое масло; *2* — бензол; *3* — ацетон; *4* — касторовое масло; *5* — спирт этиловый; *6* — спирт метиловый; *7* — глицерин; *8* — вода.

5. Коэффициент теплопроводности. Коэффициент пропорциональности λ в уравнении (1-1) называется *коэффициентом теплопроводности*. Он является физическим свойством вещества и характеризует его способность проводить теплоту:

$$\lambda = \frac{|\vec{q}|}{\mathrm{grad}\, t} = \frac{Q}{F\tau\Delta t/l}. \qquad (\text{г})$$

Значение коэффициента теплопроводности представляет собой количество теплоты, которое проходит в единицу времени через единицу площади изотермической поверхности при температурном градиенте, равном единице.

Для различных веществ коэффициент теплопроводности λ различен и в общем случае зависит от структуры, плотности, влажно-

сти, давления и температуры. Все вместе взятое затрудняет выбор правильного значения коэффициента теплопроводности. Поэтому при ответственных расчетах значение коэффициента теплопроводности следует определять путем специального изучения применяемого материала. В технических же расчетах значения коэффициента теплопроводности обычно берутся по справочным таблицам. При этом надо следить лишь за тем, чтобы физические характеристики материала (структура, плотность, влажность, температура, давление) были соответственны. Так как при распространении теплоты температура в различных частях тела различна, то в первую очередь важно знать зависимость коэффициента теплопроводности от температуры. Для большого числа материалов эта зависимость оказывается почти линейной, т. е. можно принять

$$\lambda = \lambda_0 [1 + b(t - t_0)], \qquad (д)$$

где λ_0 — коэффициент теплопроводности при температуре t_0; b — постоянная, определяемая опытным путем.

а) Коэффициент теплопроводности газов лежит в пределах 0,005—0,5 Вт/(м·°С). С повышением температуры коэффициент теплопроводности λ возрастает (рис. 1-3), от давления практически не зависит, за исключением очень высоких (больше $2 \cdot 10^8$ Па) и очень низких (меньше $2 \cdot 10^3$ Па) давлений. Закон аддитивности для коэффициента теплопроводности λ неприменим; поэтому для смеси газов коэффициент теплопроводности при отсутствии табличных данных достоверно может быть определен только опытным путем.

б) Коэффициент теплопроводности капельных жидкостей лежит в пределах 0,08—0,7 Вт/(м·°С). С повышением температуры для большинства жидкостей он убывает (рис. 1-4), исключение составляют лишь вода и глицерин.

в) Коэффициент теплопроводности строительных и теплоизоляционных материалов лежит в пределах 0,02—3,0 Вт/(м·°С). С повышением температуры он возрастает (рис. 1-5). Как правило, для материалов с большей плотностью коэффициент теплопроводности λ имеет более высокие значения. Он зависит также от структуры материала, его пористости и влажности. Для влажного материала коэффициент теплопроводности может быть значительно выше, чем для сухого и воды в отдельности. Так, например, для сухого кирпича $\lambda \approx 0{,}3$, для воды 0,6, а для влажного кирпича 0,9 Вт/(м·°С). На это явление необходимо обращать особое внимание как при определении, так и при технических расчетах теплопроводности. Материалы с низким значением коэффициента теплопроводности [меньше 0,2 Вт/(м·°С)] обычно применяются для тепловой изоляции и называются теплоизоляционными.

г) Коэффициент теплопроводности металлов лежит в пределах 20—400 Вт/(м·°С). Самым теплопроводным металлом является серебро ($\lambda \approx 410$), затем идут чистая медь ($\lambda \approx 395$), золото ($\lambda \approx 300$), алюминий ($\lambda \approx 210$) и т. д. (рис. 1-6). Для большинства металлов

с повышением температуры коэффициент теплопроводности убывает. Он также убывает при наличии разного рода примесей. Так, например, для чистой меди $\lambda = 395$, для той же меди, но со следами мышьяка $\lambda = 142$. Для железа с 0,1% углерода $\lambda = 52$, с 1,0% углерода $\lambda = 40$ и с 1,5% углерода $\lambda = 36$. Для закаленной углеродистой стали коэффициент теплопроводности на 10—25% ниже, чем для мягкой. Однако установить какую-либо общую закономерность влияния примесей пока невозможно. Поэтому для металлов и их сплавов непосредственный опыт является единственным способом определения достоверного значения коэффициента теплопроводности. Так как теплопроводность металлов, так же как и их электропроводность, в основном определяются переносом свободных электронов, то для чистых металлов эти значения пропорциональны друг другу (закон Видемана—Франца). Ниже на основе закона Фурье выводятся расчетные формулы теплопроводности для разных тел при стационарном режиме. Строго эти формулы справедливы лишь для твердых тел. В применении их к жидкостям и газам необходимо учитывать возможное влияние конвекции и теплового излучения.

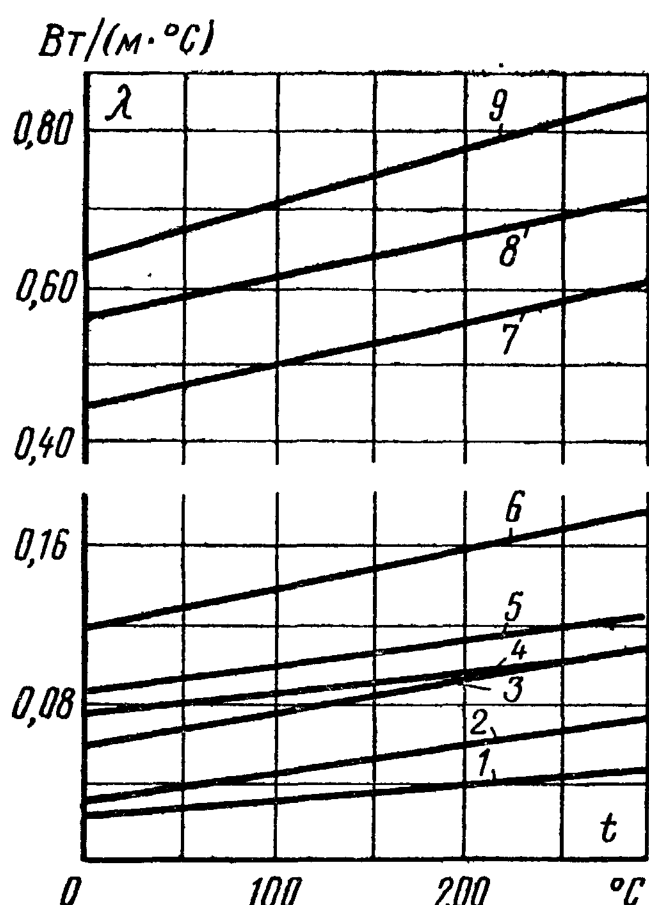


Рис. 1-5. Зависимость коэффициента теплопроводности от температуры для некоторых изоляционных и огнеупорных материалов.

1 — воздух; *2* — минеральная шерсть, $\rho = 160$ кг/м³; *3* — шлаковая вата, $\rho = 200$ кг/м³; *4* — ньювель, $\rho = 340$ кг/м³; *5* — совелит, $\rho = 440$ кг/м³; *6* — диатомовый кирпич, $\rho = 550$ кг/м³; *7* — красный кирпич, $\rho = 1672$ кг/м³; *8* — шлакобетонный кирпич, $\rho = 1373$ кг/м³; *9* — шамотный кирпич, $\rho = 1840$ кг/м³.

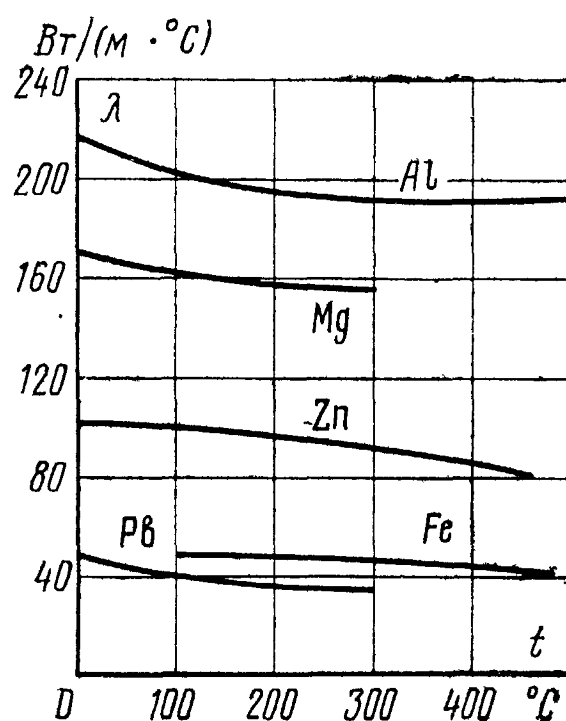


Рис. 1-6. Зависимость коэффициента теплопроводности от температуры для некоторых металлов.

1-2. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПЛОСКОЙ СТЕНКИ

1. Однородная стенка. Рассмотрим однородную стенку толщиной δ (рис. 1-7), коэффициент теплопроводности λ которой постоянен. На наружных поверхностях стенки поддерживаются постоянные температуры t_1 и t_2. Температура изменяется только в направлении оси x. В этом случае температурное поле одномерно, изотермические поверхности плоские и располагаются перпендикулярно оси x.

На расстоянии x выделим внутри стенки слой толщиной dx, ограниченный двумя изотермическими поверхностями. На основании закона Фурье [уравнение (1-1)] для этого случая можно написать:

$$q = -\lambda \frac{dt}{dx} \text{ или } dt = -\frac{q}{\lambda} dx. \quad \text{(а)}$$

Плотность теплового потока q при стационарном тепловом режиме постоянна в каждом сечении, поэтому

$$t = -\frac{q}{\lambda} x + C. \quad \text{(б)}$$

Постоянная интегрирования C определяется из граничных условий, а именно при $x = 0$ $t = t_1 = C$, а при $x = \delta$ $t = t_2$. Подставляя эти значения в уравнение (б), имеем:

$$t_2 = -\frac{q}{\lambda} \delta + t_1. \quad \text{(в)}$$

Из уравнения (в) определяется неизвестное значение плотности теплового потока q, а именно:

$$q = \frac{\lambda}{\delta}(t_1 - t_2) = \frac{\lambda}{\delta} \Delta t. \quad \text{(1-2)}$$

Следовательно, количество теплоты, переданное через единицу поверхности стенки в единицу времени, прямо пропорционально коэффициенту теплопроводности λ и разности температур наружных поверхностей Δt и обратно пропорционально толщине стенки δ.

Уравнение (1-2) является расчетной формулой теплопроводности плоской стенки. Оно связывает между собой четыре величины: q, λ, δ и Δt. Зная из них любые три, можно найти четвертую:

$$\lambda = \frac{q\delta}{\Delta t}, \ \Delta t = \frac{q\delta}{\lambda} \text{ и } \delta = \frac{\lambda \Delta t}{q}. \quad \text{(г)}$$

Отношение λ/δ называется *тепловой проводимостью* стенки, а обратная величина δ/λ — *термическим сопротивлением*. Последнее определяет падение температуры в стенке на единицу плотности теплового потока.

Если в уравнение (б) подставить найденные значения C и плотности теплового потока q, то получим уравнение температурной кривой

$$t_x = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{\delta} x. \qquad (1\text{-}3)$$

Последнее показывает, что при постоянном значении коэффициента теплопроводности температура однородной стенки изменяется по линейному закону. В действительности же вследствие своей зависимости от температуры коэффициент теплопроводности является переменной величиной. Если это обстоятельство учесть, то получим иные, более сложные расчетные формулы.

Для подавляющего большинства материалов зависимость коэффициента теплопроводности от температуры имеет линейный характер вида $\lambda = \lambda_0 (1 + bt)$. В этом случае на основании закона Фурье для плоской стенки имеем:

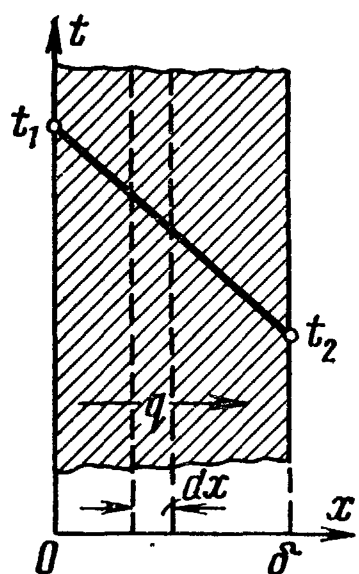


Рис. 1-7. Однородная плоская стенка.

$$q = -\lambda(t) \frac{dt}{dx} = -\lambda_0 (1 + bt) \frac{dt}{dx}. \qquad (д)$$

Разделив переменные и произведя интегрирование, получим:

$$qx = -\lambda_0 \left(t + \frac{bt^2}{2} \right) + C. \qquad (е)$$

Подставляя в уравнение (е) граничные значения переменных, имеем при

при $x = 0$ $t = t_1$ и $0 = -\lambda_0 \left(t_1 + \frac{bt_1^2}{2} \right) + C;$ (ж)

$x = \delta$ $t = t_2$ и $q\delta = -\lambda_0 \left(t_2 + \frac{bt_2^2}{2} \right) + C.$ (з)

Вычитая из уравнения (з) уравнение (ж), получаем:

$$q\delta = \lambda_0 \left[(t_1 - t_2) + \frac{b}{2} (t_1^2 - t_2^2) \right], \qquad (и)$$

откуда

$$q = \frac{\lambda_0}{\delta} \left[1 + b \frac{t_1 + t_2}{2} \right] (t_1 - t_2). \qquad (1\text{-}4)$$

Новая расчетная формула (1-4) несколько сложнее формулы (1-2). Там мы принимали коэффициент теплопроводности постоянным и равным некоторому среднему значению λ_m. Приравнивая

друг другу правые части этих формул, имеем:

$$\lambda_m = \lambda_0 \left[1 + b\frac{t_1 + t_2}{2}\right] = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}. \tag{к}$$

Следовательно, если λ_m определяется по среднеарифметическому из граничных значений температур стенок, то формулы (1-2) и (1-4) равнозначны.

С учетом зависимости коэффициента теплопроводности λ от температуры уравнение температурной кривой в стенке получается путем решения уравнения (е) относительно t и подстановки значения C из (ж), а именно:

$$t_x = -\frac{1}{b} + \sqrt{\left(\frac{1}{b} + t_1\right)^2 - \frac{2qx}{b\lambda_0}}. \tag{1-5}$$

Следовательно, в этом случае температура стенки изменяется не линейно, а по кривой. При этом если коэффициент b положителен, выпуклость кривой направлена вверх, а если b отрицателен — вниз (см. рис. 1-10).

2. Многослойная стенка. Стенки, состоящие из нескольких разнородных слоев, называются многослойными. Именно такими являются, например, стены жилых домов, в которых на основном кирпичном слое с одной стороны имеется внутренняя штукатурка, с другой — внешняя облицовка. Обмуровка печей, котлов и других тепловых устройств также обычно состоит из нескольких слоев.

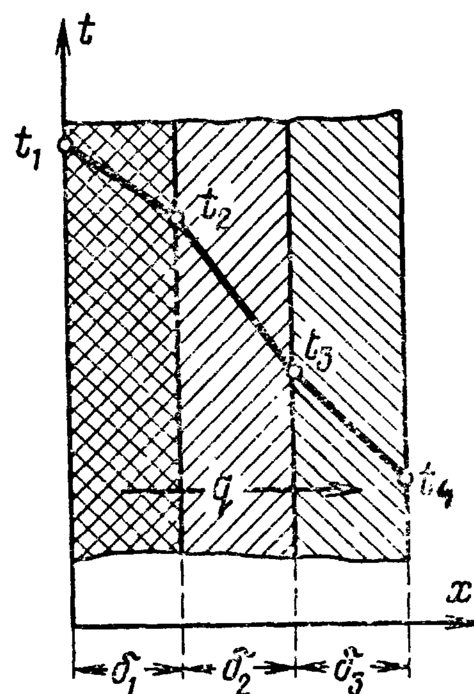


Рис. 1-8. Многослойная плоская стенка.

Пусть стенка состоит из трех разнородных, но плотно прилегающих друг к другу слоев (рис. 1-8). Толщина первого слоя δ_1, второго δ_2 и третьего δ_3. Соответственно коэффициенты теплопроводности слоев λ_1, λ_2 и λ_3. Кроме того, известны температуры наружных поверхностей стенки t_1 и t_4. Тепловой контакт между поверхностями предполагается идеальным, температуру в местах контакта мы обозначим через t_2 и t_3.

При стационарном режиме плотность теплового потока постоянна и для всех слоев одинакова. Поэтому на основании уравнения (1-2) можно написать:

$$\left.\begin{aligned} q &= \frac{\lambda_1}{\delta_1}(t_1 - t_2); \\ q &= \frac{\lambda_2}{\delta_2}(t_2 - t_3); \\ q &= \frac{\lambda_3}{\delta_3}(t_3 - t_4). \end{aligned}\right\} \tag{л}$$

Из этих уравнений легко определить температурные напоры в каждом слое:

$$\left.\begin{aligned} t_1 - t_2 &= q\frac{\delta_1}{\lambda_1}; \\ t_2 - t_3 &= q\frac{\delta_2}{\lambda_2}; \\ t_3 - t_4 &= q\frac{\delta_3}{\lambda_3}. \end{aligned}\right\} \qquad (\text{м})$$

Сумма температурных напоров в каждом слое составляет полный температурный напор. Складывая левые и правые части системы уравнений (м), получаем:

$$t_1 - t_4 = q\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}\right). \qquad (\text{н})$$

Из соотношения (н) определяем значение плотности теплового потока:

$$q = \frac{t_1 - t_4}{\dfrac{\delta_1}{\lambda_1} + \dfrac{\delta_2}{\lambda_2} + \dfrac{\delta_3}{\lambda_3}}. \qquad (1\text{-}6)$$

По аналогии с изложенным можно сразу написать расчетную формулу для n-слойной стенки:

$$q = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{\delta_i}{\lambda_i}}. \qquad (1\text{-}7)$$

Рис. 1-9. Графический способ определения промежуточных температур t_2 и t_3.

Так как каждое слагаемое знаменателя в формуле (1-6) представляет собой термическое сопротивление слоя, то из уравнения (1-7) следует, что общее термическое сопротивление многослойной стенки равно сумме частных термических сопротивлений.

Если значение плотности теплового потока из уравнения (1-6) подставить в уравнение (м), то получим значения неизвестных температур t_2 и t_3:

$$t_2 = t_1 - q\frac{\delta_1}{\lambda_1}; \qquad t_3 = t_2 - q\frac{\delta_2}{\lambda_2} = t_4 + q\frac{\delta_3}{\lambda_3}. \qquad (1\text{-}8)$$

Внутри каждого слоя температура изменяется по прямой, но для многослойной стенки в целом она представляет собой ломаную линию (рис. 1-8). Значения неизвестных температур t_2 и t_3 многослойной стенки можно определить также графически (рис. 1-9). При построении графика по оси абсцисс в любом масштабе, но в порядке расположения слоев, откладываются значения их термических сопротивлений δ_1/λ_1, δ_2/λ_2 и δ_3/λ_3, восстанавливаются перпендикуляры. На крайних из них также в произвольном, но одинако-

вом масштабе, откладываются значения наружных температур t_1 и t_4. Полученные точки A и C соединяются прямой. Точки пересечения этой прямой со средними перпендикулярами дают значения искомых температур t_2 и t_3. При таком построении $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$. Следовательно,

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} \quad \text{и} \quad DE = \frac{BC}{AB} AD.$$

Подставляя значения отрезков, получаем:

$$DE = \frac{t_1 - t_4}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} \frac{\delta_1}{\lambda_1} = q \frac{\delta_1}{\lambda_1} = t_1 - t_2.$$

Аналогичным образом доказываем, что

$$MN = q\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2}\right) = t_1 - t_3.$$

Иногда ради сокращения выкладок многослойную стенку рассчитывают как однослойную (однородную) толщиной Δ. При этом в расчет вводится так называемый эквивалентный коэффициент теплопроводности $\lambda_{эк}$, который определяется из соотношения

$$q = \frac{t_1 - t_4}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} = \frac{\lambda_{эк}}{\Delta}(t_1 - t_4). \tag{о}$$

Отсюда имеем:

$$\lambda_{эк} = \frac{\Delta}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}} = \frac{\delta_1 + \delta_2 + \delta_3}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}}. \tag{1-9}$$

Таким образом, эквивалентный коэффициент теплопроводности $\lambda_{эк}$ зависит только от значений термических сопротивлений и толщины отдельных слоев.

При выводе расчетной формулы для многослойной стенки мы предполагали, что слои плотно прилегают друг к другу и благодаря идеальному тепловому контакту соприкасающиеся поверхности разных слоев имеют одну и ту же температуру. Однако если поверхности шероховаты, тесное соприкосновение невозможно и между слоями образуются воздушные зазоры. Так как теплопроводность воздуха мала [$\lambda \approx 0{,}025$ Вт/(м·°С)], то наличие даже очень тонких зазоров может сильно повлиять в сторону уменьшения эквивалентного коэффициента теплопроводности многослойной стенки. Аналогичное влияние оказывает и слой окисла металла. Поэтому при расчете и в особенности при измерении теплопроводности многослойной стенки следует обращать внимание на плотность контакта между слоями.

Пример 1-1. Определить потерю теплоты через кирпичную стенку длиной 5 м, высотой 3 м и толщиной 250 мм, если на поверхностях стенки поддерживаются температуры $t_1 = 20°C$ и $t_2 = -30°C$. Коэффициент теплопроводности кирпича $\lambda = 0,6$ Вт/(м·°С).

Согласно уравнению (1-2)

$$q = \frac{\lambda}{\delta}(t_1 - t_2) = \frac{0,6}{0,25}[20 - (-30)] = 120 \text{ Вт/м}^2$$

и

$$Q = qF = 120 \cdot 15 = 1800 \text{ Вт}.$$

Пример 1-2. Определить значение коэффициента теплопроводности материала стенки, если при толщине $\delta = 30$ мм и температурном напоре $\Delta t = 30°C$ плотность теплового потока $q = 100$ Вт/м².

Согласно уравнению (1-2)

$$\lambda = \frac{q\delta}{\Delta t} = \frac{100 \cdot 0,03}{30} = 0,1 \text{ Вт/(м·°С)}.$$

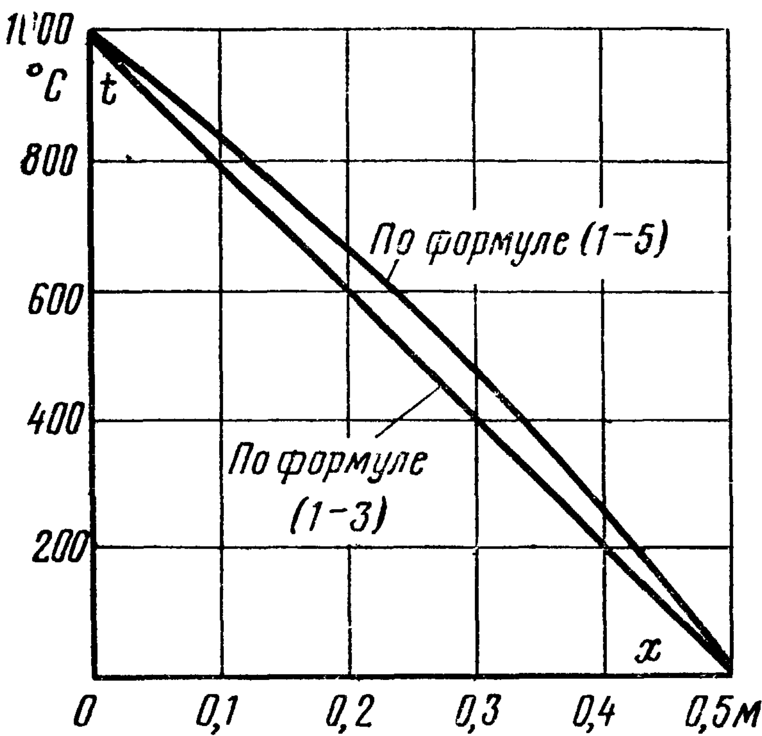


Рис. 1-10. Распределение температур в стенке при переменном и постоянном коэффициентах теплопроводности.

Пример 1-3. Определить плотность теплового потока через плоскую шамотную стенку толщиной $\delta = 0,5$ м и найти действительное распределение температуры, если на наружных поверхностях температуры соответственно $t_1 = 1000°C$, $t_2 = 0°C$ и коэффициент теплопроводности шамота $\lambda = 1,0 \cdot (1 + 0,001t)$ Вт/(м·°С).

Сначала вычислим среднюю температуру стенки $t_{ср}$:

$$t_{ср} = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{1000 + 0}{2} = 500°C.$$

По этой средней температуре $t_{ср}$ определим среднее значение коэффициента теплопроводности $\lambda_{ср}$:

$$\lambda_{ср} = 1,0 \cdot (1 + 0,001t_{ср}) = 1,0 \cdot (1 + 0,001 \cdot 500) = 1,5 \text{ Вт/(м·°С)}.$$

Подставляя полученное значение $\lambda_{ср}$ в уравнение (1-2), получаем:

$$q = \frac{\lambda_{ср}}{\delta}\Delta t = \frac{1,5}{0,5} \cdot 1000 = 3000 \text{ Вт/м}^2.$$

Точно такой же результат получим и при расчете по формуле (1-4).

Действительное распределение температуры в стенке определяется по формуле (1-5). Результаты расчетов приведены в табл. 1-1 и на рис. 1-10. Там же для сравнения приведены результаты расчета по формуле (1-3), когда коэффициент теплопроводности не зависит от температуры.

Таблица 1-1

Распределение температуры t_x в стенке, °С

Расчетная формула	x, м					
	1	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
(1-5)	1000	845	675	480	265	0
(1-3)	1000	800	600	400	200	0

Пример 1-4. Определить плотность теплового потока, проходящего через стенку котла, если толщина ее $\delta_1 = 20$ мм, коэффициент теплопроводности материала $\lambda_1 = 50$ Вт/(м·°С) и с внутренней стороны стенка покрыта слоем котельной накипи толщиной $\delta_2 = 2$ мм с коэффициентом теплопроводности $\lambda_2 = 1{,}0$ Вт/(м·°С). Температура наружной поверхности $t_1 = 250$°С, а внутренней — $t_3 = 200$°С.

Согласно уравнению (1-6)

$$q = \frac{t_1 - t_3}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2}} = \frac{250 - 200}{\frac{0{,}02}{50} + \frac{0{,}002}{1}} = \frac{50}{0{,}0024} = 20\,800 \text{ Вт/м}^2.$$

Температура внутренней поверхности железного листа (под накипью) определяется по формуле (1-8):

$$t_2 = t_1 - q\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1}\right) = 250 - 20\,800 \cdot 0{,}0004 = 250 - 8{,}3 = 241{,}7\text{°С}.$$

Пример 1-5. Определить значение эквивалентного коэффициента теплопроводности пакета листового трансформаторного железа из n листов, если толщина каждого листа $\delta_1 = 0{,}5$ мм и между ними проложена бумага толщиной $\delta_2 = 0{,}05$ мм. Коэффициент теплопроводности железа $\lambda_1 = 60$ и бумаги $\lambda_2 = 0{,}15$ Вт/(м·°С).

Согласно формуле (1-9) имеем:

$$\lambda_{эк} = \frac{\sum_{i=1}^{2n} \delta_i}{\sum_{i=1}^{2n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}} = \frac{0{,}00055n}{\left(\frac{0{,}0005}{60} + \frac{0{,}00005}{0{,}15}\right)n} = 1{,}61 \text{ Вт/(м·°С)}.$$

1-3. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СТЕНКИ

1. Однородная стенка. Рассмотрим однородную цилиндрическую стенку (трубу) длиной l, с внутренним радиусом r_1 и внешним r_2. Коэффициент теплопроводности материала λ постоянен. Внутренняя и внешняя поверхности поддерживаются при постоянных температурах t_1 и t_2, причем $t_1 > t_2$ (рис. 1-11) и температура изменяется только в радиальном направлении r. Следовательно, температурное поле здесь будет одномерным, а изотермические поверхности цилиндрическими, имеющими с трубой общую ось. Выделим внутри стенки кольцевой слой радиусом r и толщиной dr, ограниченный изотермическими поверхностями. Согласно закону Фурье, количество теплоты, проходящее в единицу времени через этот слой, равно:

$$Q = -\lambda F \frac{dt}{dr} = -2\lambda\pi r l \frac{dt}{dr}. \qquad \text{(а)}$$

Разделив переменные, имеем:

$$dt = -\frac{Q}{2\pi\lambda l}\frac{dr}{r}. \qquad \text{(б)}$$

После интегрирования уравнения (б) находим:

$$t = -\frac{Q}{2\pi\lambda l}\ln r + C. \qquad (в)$$

Подставляя значения переменных на границах стенки (при $r = r_1$ $t = t_1$ и при $r = r_2$ $t = t_2$) и исключая постоянную C, получаем следующую расчетную формулу:

$$Q = \frac{2\pi\lambda l}{\ln\frac{r_2}{r_1}}(t_1 - t_2) = \frac{2\pi\lambda l}{\ln\frac{d_2}{d_1}}(t_1 - t_2) = \frac{\pi l(t_1 - t_2)}{\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1}}. \qquad (1\text{-}10)$$

Следовательно, количество теплоты, переданное в единицу времени через стенку трубы, прямо пропорционально коэффициенту теплопроводности λ, длине l и температурному напору $\Delta t = t_1 - t_2$ и обратно пропорционально натуральному логарифму отношения внешнего диаметра трубы d_2 к внутреннему d_1. Формула (1-10) справедлива и для случая, когда $t_1 < t_2$, т. е. когда тепловой поток направлен от наружной поверхности к внутренней.

Количество теплоты, проходящее через стенку трубы, может быть отнесено либо к единице длины l, либо к единице внутренней F_1 или внешней F_2 поверхности трубы. При этом расчетные формулы соответственно принимают следующий вид:

$$q_l = \frac{Q}{l} = \frac{\pi\Delta t}{\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1}}; \qquad (1\text{-}11)$$

$$q_1 = \frac{Q}{F_1} = \frac{Q}{\pi d_1 l} = \frac{\Delta t}{\frac{1}{2\lambda}d_1\ln\frac{d_2}{d_1}}; \qquad (1\text{-}12)$$

$$q_2 = \frac{Q}{F_2} = \frac{Q}{\pi d_2 l} = \frac{\Delta t}{\frac{1}{2\lambda}d_2\ln\frac{d_2}{d_1}}. \qquad (1\text{-}13)$$

Так как площади внутренней и внешней поверхностей трубы различны, то различными получаются и значения плотностей тепловых потоков q_1 и q_2. Взаимная связь между ними определяется соотношением

$$q_l = \pi d_1 q_1 = \pi d_2 q_2 \quad \text{или} \quad d_1 q_1 = d_2 q_2.$$

Уравнение температурной кривой внутри однородной цилиндрической стенки выводится из уравнения (в). Подставляя сюда значения Q и C, имеем:

$$t_r = t_1 - \frac{Q}{2\pi\lambda l}\ln\frac{d_x}{d_1} = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{\ln\frac{d_2}{d_1}}\ln\frac{d_x}{d_1}. \qquad (1\text{-}14)$$

Следовательно, в этом случае при постоянном значении коэффициента теплопроводности λ температура изменяется по логарифми-

ческой кривой (рис. 1-11). С учетом зависимости коэффициента теплопроводности от температуры $\lambda = \lambda_0 (1 + bt)$ уравнение температурной кривой принимает следующий вид:

$$t_r = -\frac{1}{b} + \sqrt{\left(\frac{1}{b} + t_1\right)^2 - \frac{Q}{b\pi\lambda_0 l}\ln\frac{d_x}{d_1}}. \qquad (1\text{-}15)$$

2. Многослойная стенка. Пусть цилиндрическая стенка состоит из трех разнородных слоев. Диаметры и коэффициенты теплопроводности отдельных слоев известны, их обозначения см. на рис. 1-12. Кроме того, известны температуры внутренней

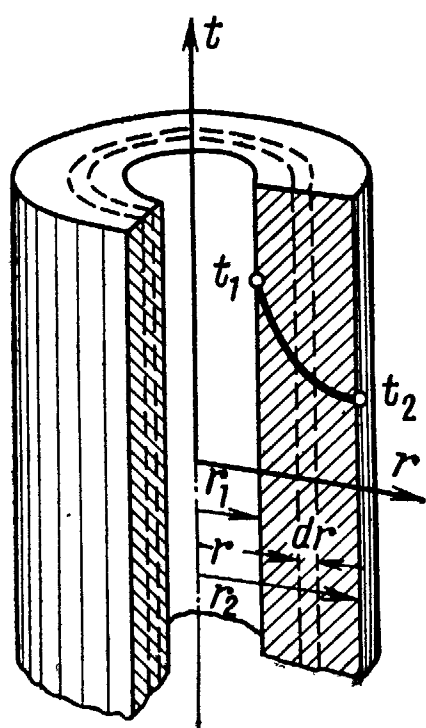


Рис. 1-11. Однородная цилиндрическая стенка.

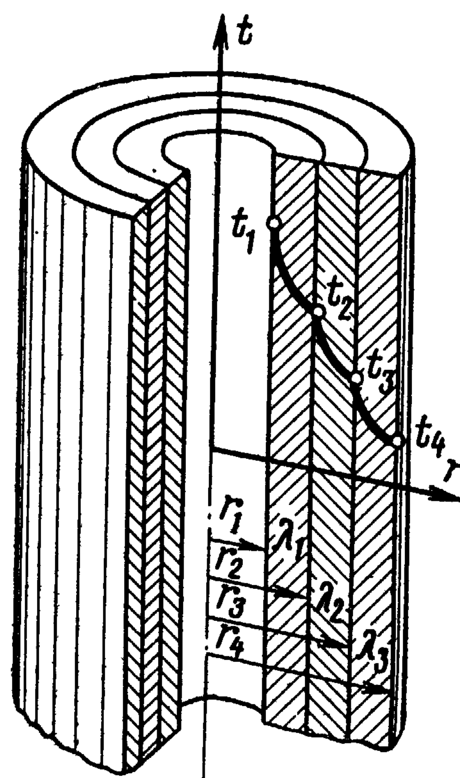


Рис. 1-12. Многослойная цилиндрическая стенка.

и внешней поверхностей многослойной стенки t_1 и t_4. В местах же соприкосновения слоев температуры неизвестны, обозначим их через t_2 и t_3.

При стационарном тепловом режиме через все слои проходит одно и то же количество теплоты. Поэтому на основании уравнения (1-11) можно написать:

$$\left.\begin{aligned} q_l &= \frac{2\pi(t_1 - t_2)}{\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1}}; \\ q_l &= \frac{2\pi(t_2 - t_3)}{\frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2}}; \\ q_l &= \frac{2\pi(t_3 - t_4)}{\frac{1}{\lambda_3}\ln\frac{d_4}{d_3}}. \end{aligned}\right\} \qquad (\text{г})$$

Из этих уравнений определяется температурный напор в каждом слое:

$$\left.\begin{aligned} t_1-t_2&=\frac{q_l}{2\pi}\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1};\\ t_2-t_3&=\frac{q_l}{2\pi}\frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2};\\ t_3-t_4&=\frac{q_l}{2\pi}\frac{1}{\lambda_3}\ln\frac{d_4}{d_3}.\end{aligned}\right\}\qquad(д)$$

Сумма этих температурных напоров составляет полный температурный напор. Складывая отдельно левые и правые части системы уравнений (д), имеем:

$$t_1-t_4=\frac{q_l}{2\pi}\left(\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1}+\frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2}+\frac{1}{\lambda_3}\ln\frac{d_4}{d_3}\right);\qquad(е)$$

из этого уравнения определяем значение линейной плотности теплового потока q_l:

$$q_l=\frac{2\pi(t_1-t_4)}{\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1}+\frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2}+\frac{1}{\lambda_3}\ln\frac{d_4}{d_3}}.\qquad(1\text{-}16)$$

По аналогии с этим сразу можно написать расчетную формулу для n-слойной стенки

$$q_l=\frac{2\pi\left(t_1-t_{n+1}\right)}{\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{1}{\lambda_i}\ln\frac{d_{i+1}}{d_i}}=\frac{\pi\left(t_1-t_{n+1}\right)}{\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{1}{2\lambda_i}\ln\frac{d_{i+1}}{d_i}}.\qquad(1\text{-}17)$$

Значения неизвестных температур t_2 и t_3 поверхностей соприкосновения слоев определяются из системы уравнений (д):

$$\left.\begin{aligned} t_2&=t_1-\frac{q_l}{2\pi}\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1};\\ t_3&=t_2-\frac{q_l}{2\pi}\frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2}=t_4+\frac{q_l}{2\pi}\frac{1}{\lambda_3}\ln\frac{d_4}{d_3}.\end{aligned}\right\}\qquad(1\text{-}18)$$

Согласно уравнению (1-14), внутри каждого слоя температура изменяется по логарифмическому закону, а для многослойной стенки в целом температурная кривая представляет собой ломаную кривую (рис. 1-12).

3. Упрощение расчетных формул. Логарифмическую расчетную формулу для трубы (1-11) можно представить

в следующем, более простом виде:

$$Q = \frac{\lambda}{\delta}\,\frac{F_m}{\varphi}(t_1 - t_2) = \frac{\lambda}{\delta}\,\frac{\pi d_m l}{\varphi}(t_1 - t_2)$$

или

$$q_l = \frac{\lambda}{\delta}\,\frac{\pi d_m}{\varphi}(t_1 - t_2). \qquad (1\text{-}19)$$

Здесь $d_m = (d_1 + d_2)/2$ — средний диаметр и $\delta = (d_2 - d_1)/2$ — толщина стенки трубы. Влияние кривизны стенки при этом учитывается коэффициентом кривизны φ. Его значение определяется отношением диаметров d_2/d_1; в самом деле, из сопоставления уравнений (1-11) и (1-19) имеем:

$$\varphi = \frac{d_m}{2\delta}\ln\frac{d_2}{d_1} = \frac{d_2 + d_1}{2(d_2 - d_1)}\ln\frac{d_2}{d_1} = \frac{d_2/d_1 + 1}{2(d_2/d_1 - 1)}\ln\frac{d_2}{d_1} = f\left(\frac{d_2}{d_1}\right). \qquad (1\text{-}20)$$

Для различных отношений d_2/d_1 значения φ приведены на рис. 1-13. При $d_2/d_1 < 2$ значение φ близко к единице. Поэтому если толщина стенки трубы по сравнению с диаметром мала или, что то же, если отношение d_2/d_1 близко к единице, влиянием кривизны стенки можно пренебречь.

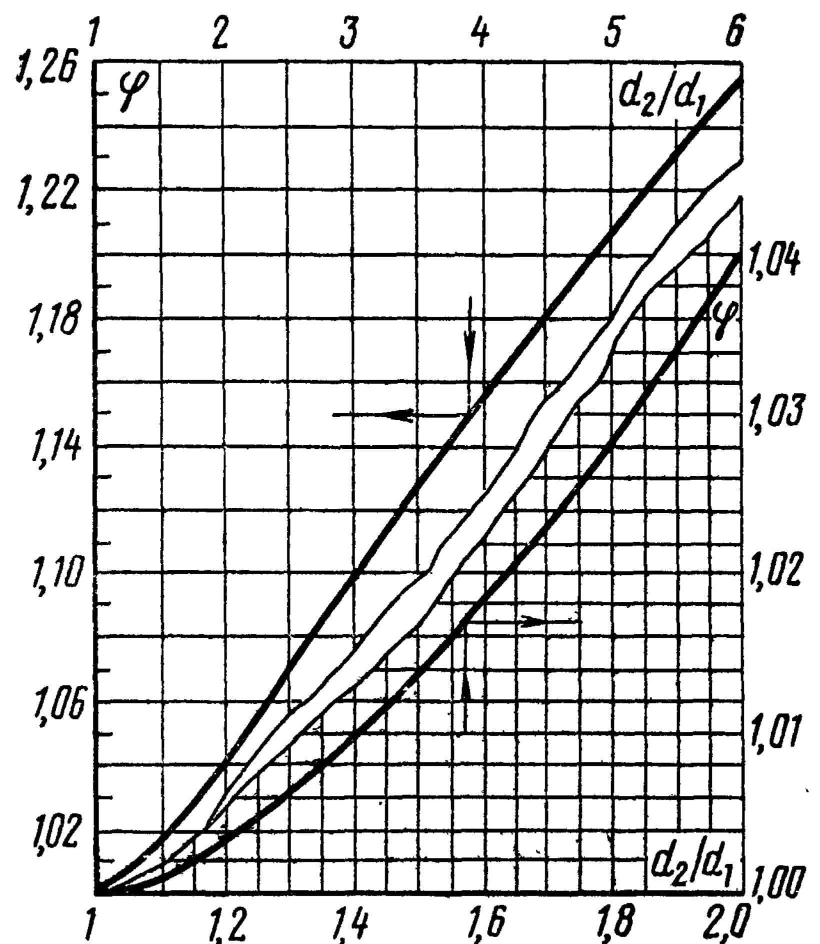


Рис. 1-13. Зависимость коэффициента кривизны $\varphi = f\,(d_2/d_1)$.

Для расчета теплопроводности многослойной стенки трубы такая упрощенная формула имеет следующий вид:

$$q_l = \frac{\pi(t_1 - t_{n+1})}{\frac{\delta_1}{\lambda_1}\,\frac{\varphi_1}{d_{m1}} + \frac{\delta_2}{\lambda_2}\,\frac{\varphi_2}{d_{m2}} + \ldots + \frac{\delta_n}{\lambda_n}\,\frac{\varphi_n}{d_{mn}}} = \frac{\pi(t_1 - t_{n+1})}{\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i}\,\frac{\varphi_i}{d_{mi}}}, \qquad (1\text{-}21)$$

где δ_i — толщина слоя стенки; d_{mi} — средний диаметр; λ_i — коэффициент теплопроводности; φ_i — коэффициент кривизны отдельных слоев.

Пример 1-6. Паропровод диаметром 160/170 мм покрыт двуслойной изоляцией. Толщина первого слоя $\delta_2 = 30$ мм и второго $\delta_3 = 50$ мм. Коэффициенты теплопроводности трубы и изоляции соответственно равны: $\lambda_1 = 50$, $\lambda_2 = 0,15$ и $\lambda_3 = 0,08$ Вт/(м·°С). Температура внутренней поверхности паропровода $t_1 = 300$°С и внешней поверхности изоляции $t_4 = 50$°С. Определить линейную плотность теплового потока и температуры на поверхностях раздела отдельных слоев.

Согласно условию задачи имеем: $d_1 = 0,16$ м; $d_2 = 0,17$ м, $d_3 = 0,23$ м и $d_4 = 0,33$ м,

$$\ln\frac{d_2}{d_1} = 0,06, \quad \ln\frac{d_3}{d_2} = 0,302 \text{ и } \ln\frac{d_4}{d_3} = 0,362.$$

Применяя уравнение (1-16), получаем:

$$q_l = \frac{2\cdot 3,14\,(300-50)}{\frac{0,06}{50}+\frac{0,302}{0,15}+\frac{0,362}{0,08}} = \frac{1570}{6,54} = 240 \text{ Вт/м}.$$

Далее согласно уравнению (1-18) имеем:

$$t_2 = 300 - \frac{240}{2\cdot 3,14}\cdot 0,0012 = 300 - 0,046 \approx 300°\text{C},$$

$$t_3 = 300 - \frac{240}{2\cdot 3,14}\cdot 2,01 = 300 - 77 = 223°\text{C},$$

или

$$t_3 = 50 + \frac{240}{2\cdot 3,14}\cdot 4,53 = 50 + 173 = 223°\text{C}.$$

Пример 1-7. Предыдущий пример решить по упрощенной формуле. Так как для всех трех слоев $d_{i+1}/d_i < 2$, то можно принять, что $\varphi = 1$.

Тогда согласно условию имеем:

$d_{m1} = 165$ мм; $d_{m2} = 200$ мм; $d_{m3} = 280$ мм; $\delta_1 = 5$ мм; $\delta_2 = 30$ мм; $\delta_3 = 50$ мм; $\lambda_1 = 50$ Вт/(м·°С); $\lambda_2 = 0,15$ Вт/(м·°С); $\lambda_3 = 0,08$ Вт/(м·°С).

Подставляя эти значения в уравнение (1-21), получаем:

$$q_l = \frac{3,14\,(300-50)}{\frac{0,005}{50\cdot 0,165}+\frac{0,03}{0,15\cdot 0,2}+\frac{0,05}{0,08\cdot 0,28}} = \frac{785}{0,0006+1+2,24} = 242 \text{ Вт/м}.$$

Таким образом, пренебрежение влиянием кривизны стенки в этом случае вносит ошибку меньше 1,0%.

1-4. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ШАРОВОЙ СТЕНКИ И ТЕЛ НЕПРАВИЛЬНОЙ ФОРМЫ

1. Однородная шаровая стенка. Рассмотрим полый шар с внутренним радиусом r_1 и внешним r_2. Стенка шара состоит из однородного материала, коэффициент теплопроводности λ которого постоянен. Известны температуры внутренней и внешней поверхностей шара t_1 и t_2, причем $t_1 > t_2$ (рис. 1-14). Изотермические поверхности представляют собой концентрические шаровые поверхности.

Выделим внутри стенки шаровой слой радиусом r и толщиной dr, ограниченный изотермическими поверхностями. Согласно закону Фурье тепловой поток, проходящий через этот слой, равен:

$$Q = -\lambda F \frac{dt}{dr} = -4\lambda\pi r^2 \frac{dt}{dr}. \qquad \text{(а)}$$

Разделив переменные, получим:

$$dt = -\frac{Q}{4\pi\lambda} \frac{dr}{r^2}. \qquad \text{(б)}$$

После интегрирования этого уравнения имеем:

$$t = \frac{Q}{4\pi\lambda} \frac{1}{r} + C. \qquad \text{(в)}$$

Подставляя в уравнение (в) значения переменных величин на границах стенки (при $r = r_1$, $t = t_1$ и при $r = r_2$, $t = t_2$) и исключая постоянную C, получаем следующую расчетную формулу:

$$Q = \frac{4\pi\lambda (t_1 - t_2)}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} = \frac{2\pi\lambda\Delta t}{\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right)} = \pi\lambda\Delta t \frac{d_1 d_2}{\delta}, \qquad \text{(1-22)}$$

где $\delta = (d_1 - d_2)/2$ — толщина стенки.

Уравнение температурной кривой внутри однородной шаровой стенки выводится из уравнения (в). Подставляя сюда значение Q и C, получаем:

$$t_x = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right)} \left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_x}\right). \qquad \text{(1-23)}$$

Уравнение (1-23) представляет собой уравнение гиперболы. С учетом же зависимости коэффициента теплопроводности от температуры $\lambda = \lambda_0 (1 + bt)$ уравнение температурной кривой принимает следующий вид:

$$t_r = -\frac{1}{b} + \sqrt{\left(\frac{1}{b} + t_1\right)^2 - \frac{Q}{\pi\lambda_0 b}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_x}\right)}. \qquad \text{(1-24)}$$

Пример 1-8. Определить тепловой поток через стенку вращающегося шарообразного варочного котла, внутренний диаметр которого $d_1 = 1{,}2$ м, а общая толщина стенки котла и слоя изоляции $\delta = 100$ мм. Температура внутренней поверхности $t_1 = 140°$C, внешней — $t_2 = 40°$C, эквивалентный коэффициент теплопроводности $\lambda = 0{,}1$ Вт/(м·°C).

Согласно условию задачи внешний диаметр котла $d_2 = d_1 + 2\delta = 1{,}2 + 0{,}2 = 1{,}4$ м. Тепловой поток определяется по формуле (1-22):

$$Q = \frac{\pi\lambda\Delta t d_1 d_2}{\delta} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}1 \cdot 100 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}4}{0{,}1} = 528 \text{ Вт}.$$

2. Тела неправильной формы. Каждая из расчетных формул (1-2), (1-10) и (1-22) применима лишь для одного

вида геометрически правильного тела — плоского, цилиндрического или шарового. Расчет теплопроводности всех этих тел можно охватить одной формулой, которая имеет следующий вид:

$$Q = \frac{\lambda}{\delta} F_x \Delta t, \qquad (1\text{-}25)$$

где F_x — расчетная поверхность тела.

В зависимости от геометрической формы тела F_x определяется различно; если F_1 — внутренняя и F_2 — внешняя поверхности, то:

а) для плоской, цилиндрической стенки и шаровой стенки при $F_2/F_1 < 2$

$$F_x = \frac{F_1 + F_2}{2}; \qquad (\text{г})$$

б) для цилиндрической стенки при $F_2/F_1 > 2$

$$F_x = \frac{F_2 - F_1}{\ln \frac{F_2}{F_1}}; \qquad (\text{д})$$

в) для шаровой стенки при $F_2/F_1 > 2$

$$F_x = \sqrt{F_1 F_2}. \qquad (\text{е})$$

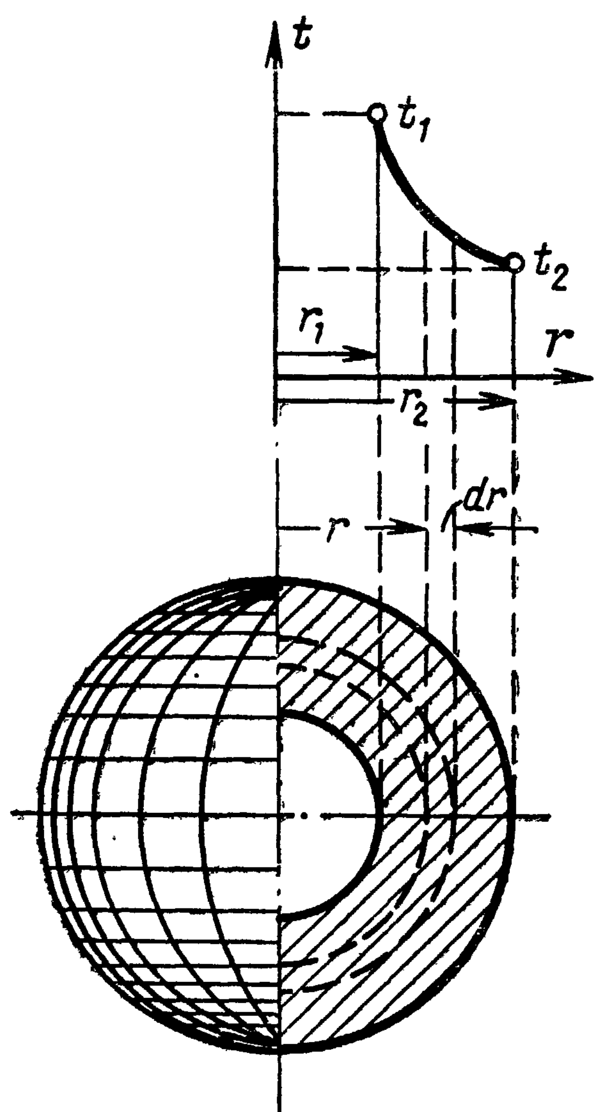


Рис. 1-14. Однородная шаровая стенка.

Преимущество формулы (1-25) заключается в том, что по ней можно также приближенно рассчитать теплопроводность ряда тел неправильной геометрической формы, например теплопроводность плоской стенки, у которой $F_1 \neq F_2$, т. е. когда поперечное сечение в направлении теплового потока представляет собой переменную величину, теплопроводность любых цилиндрических сечений, ограниченных плавными кривыми, теплопроводность всяких замкнутых тел, у которых все три линейных размера между собой близки.

В практике часто встречаются случаи, когда объектом расчета является сложное сочетание различных тел, например, бетонное перекрытие с замурованными железными балками, изолированные трубопроводы с открытыми фланцами, барабаны паровых котлов и др. Расчет теплопроводности таких сложных объектов обычно производят раздельно по элементам, мысленно разрезая их плоскостями параллельно и перпендикулярно направлению теплового потока. Однако вследствие различия термических сопротивлений отдельных элементов, а также вследствие различия их формы в местах соединения элементов распределение температур может иметь

очень сложный характер, и направление теплового потока может оказаться неожиданным. Поэтому указанный способ расчета объектов имеет лишь приближенный характер. Более точно расчеты сложных объектов можно провести лишь в том случае, если известно распределение изотерм и линий тока, которое можно определить опытным путем при помощи методов гидро- или электроаналогии. В ряде случаев достаточно точный расчет можно получить путем последовательного интегрирования дифференциального уравнения теплопроводности (см. § 2-2 и 7-1) для различных элементов сложной конструкции. Однако для таких расчетов необходимо использовать современную вычислительную технику. Наиболее надежные данные по теплопроводности сложных объектов можно получить только путем непосредственного эксперимента, который проводится или на самом объекте или на его уменьшенной модели.

При выводе расчетных формул принималось, что температуры поверхностей тела постоянны. В практических расчетах это условие не всегда удовлетворяется. В таких случаях поступают следующим образом. Если в отдельных точках поверхности температуры отличаются незначительно, то производят осреднение температур по поверхности, и с этой средней температурой расчет производится, как с постоянной. Осреднение температуры по поверхности осуществляется либо по формуле

$$t_{\text{ср}} = \frac{t_1F_1 + t_2F_2 + \ldots + t_nF_n}{F_1 + F_2 + \ldots + F_n}, \qquad (\text{ж})$$

где F_1, F_2, ..., F_n — отдельные участки поверхности с постоянной температурой; t_1, t_2, ..., t_n — температуры этих участков, либо путем интегрирования:

$$t_{\text{ср}} = \frac{1}{F}\int\limits_F t\,dF. \qquad (\text{з})$$

Если же температура по поверхности изменяется резко, то такой приближенный расчет может приводить к заметным погрешностям. В этом случае необходим более сложный расчет, связанный с интегрированием дифференциального уравнения теплопроводности, либо непосредственный эксперимент.

1-5. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ТЕЛ С ВНУТРЕННИМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛОТЫ

На практике могут встретиться случаи, когда теплота возникает внутри объема тела за счет внутренних источников, например за счет прохождения электрического тока, химических реакций, ядерного распада и т. п. Поскольку объемное тепловыделение может быть не только равномерным, но и неравномерным, для таких процессов важным является понятие *мощности внутренних источников теплоты*. Эта величина, обозначаемая q_v, определяет собой количество теплоты, выделяемое единицей объема тела в единицу

времени, она измеряется в Вт/м³. При поглощении теплоты внутри объема тела, например при эндотермической реакции, величина q_v отрицательна; она характеризует интенсивность объемного стока теплоты.

При наличии внутренних источников (стоков) теплоты основной задачей является расчет температурного поля внутри тела.

1. Теплопроводность плоской стенки. Рассмотрим однородную плоскую стенку толщиной 2δ, коэффициент теплопроводности λ которой постоянен. Внутри этой стенки имеются равномерно распределенные источники теплоты q_v. Выделившаяся теплота через боковые поверхности стенки передается в окружающую среду. Относительно площади стенки в среднем сечении процесс теплопроводности будет протекать симметрично, поэтому именно здесь целесообразно поместить начало координат, а ось x направить перпендикулярно боковым поверхностям (рис. 1-15). Из уравнения теплового баланса следует, что при наличии внутренних источников теплоты плотность теплового потока в плоской стенке линейно возрастает с увеличением x и равна:

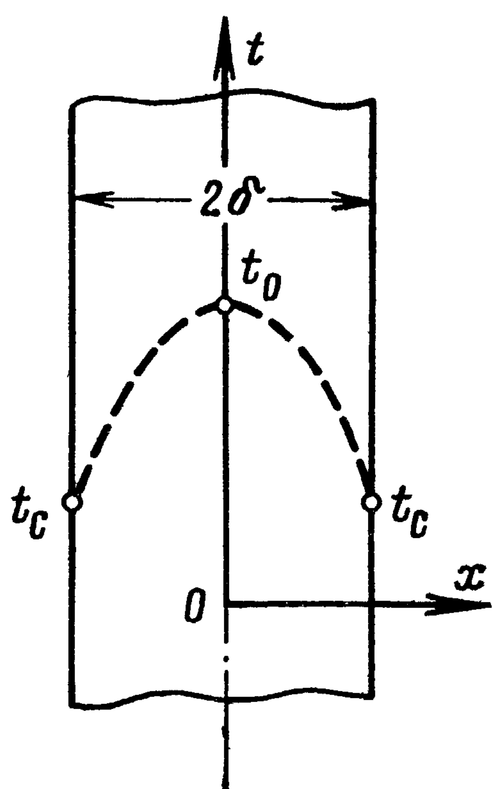


Рис. 1-15. Теплопроводность плоской стенки при наличии внутренних источников теплоты.

$$q_x = q_v x. \tag{а}$$

Из этого уравнения видно, что при $x = 0$ $q = 0$, а при $x = \delta$ $q_\delta = q_v \delta$, т. е. достигает своего максимального значения. Согласно закону Фурье

$$q_x = q_v x = -\lambda \frac{dt}{dx}. \tag{б}$$

Произведя разделение переменных, имеем:

$$dt = -\frac{1}{\lambda} q_v x\, dx. \tag{в}$$

Интегрируя это уравнение, получаем:

$$t_x = -\frac{1}{2\lambda} q_v x^2 + C. \tag{г}$$

Постоянная интегрирования C определяется из граничных условий. При $x = 0$ $t = t_0 = C$, и уравнение изменения температуры принимает вид:

$$t_x = t_0 - q_v \frac{x^2}{2\lambda}. \tag{1-26}$$

При $x = \delta$ $t = t_c$; в этом случае из уравнения (1-26) следует:

$$t_0 - t_c = q_v \frac{\delta^2}{2\lambda} = q_\delta \frac{\delta}{2\lambda}. \tag{1-27}$$

Здесь разность $t_0 - t_c$ означает перепад температуры между серединой и внешними поверхностями плоской стенки, а $q_\delta = q_\lambda \delta$ — плотность теплового потока на этих граничных поверхностях (при $x = \delta$).

Если температура t_0 неизвестна, то значение постоянной C можно выразить через t_c и уравнение температурной кривой в этом случае принимает вид:

$$t_x = t_c + \frac{q_v \delta^2}{2\lambda}\left[1 - \left(\frac{x}{\delta}\right)^2\right]. \qquad (1\text{-}28)$$

Приведенные выводы показывают, что при наличии равномерно распределенных внутренних источников теплоты распределение температур в плоской стенке носит параболический характер. Наибольшее значение температура имеет в средней плоскости ($x = 0$).

При больших перепадах температуры необходимо учитывать зависимость коэффициента теплопроводности от температуры, $\lambda = \lambda_0 (1 + bt)$. В этом случае уравнение (в) принимает следующий вид:

$$(1 + bt)\,dt = -\frac{1}{\lambda_0} q_v x\,dx. \qquad (д)$$

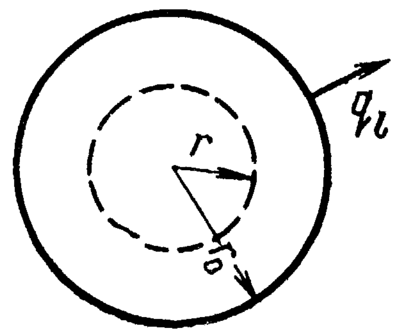


Рис. 1-16. Теплопроводность круглого стержня при наличии внутренних источников теплоты.

Интегрируя уравнение (д), получаем:

$$t + \frac{bt^2}{2} = -\frac{1}{\lambda_0} q_v \frac{x^2}{2} + C. \qquad (е)$$

При $x = 0$ $t = t_0$ и $C = bt_0^2/2 + t_0$. Подставляя значение C в уравнение (е) и решая последнее относительно t, получаем следующее уравнение температурной кривой [сравни с (1-26)]:

$$t_x = -\frac{1}{b} + \sqrt{\left(t_0 + \frac{1}{b}\right)^2 - \frac{q_v x^2}{\lambda_0 b}}. \qquad (1\text{-}29)$$

2. Теплопроводность круглого стержня. Рассмотрим бесконечно длинный стержень (цилиндр) с радиусом r_0 (рис. 1-16), коэффициент теплопроводности λ которого постоянен. Внутри этого стержня имеются равномерно распределенные источники теплоты q_v. Выделившаяся теплота через внешнюю поверхность стержня передается в окружающую среду. Уравнение теплового баланса для любого цилиндрического элемента внутри стержня радиуса r и длиной l имеет вид:

$$2\pi r l q_r = \pi r^2 l q_v.$$

Отсюда следует, что при наличии внутренних источников теплоты в стержне плотность теплового потока q_r изменяется пропор-

ционально радиусу:

$$q_r = \frac{1}{2} r q_v. \qquad (ж)$$

Из этого уравнения видно, что при $r = 0$ $q_r = 0$, а при $r = r_0$ $q_{r0} = \frac{1}{2} r_0 q_v$, т. е. достигает своего максимального значения.

Согласно закону Фурье

$$q_r = -\lambda \frac{dt}{dr} = \frac{1}{2} r q_v. \qquad (з)$$

Произведя разделение переменных, имеем:

$$dt = -\frac{1}{2\lambda} q_v r\, dr. \qquad (и)$$

Интегрируя уравнение (и), получаем:

$$t_r = -\frac{1}{4\lambda} q_v r^2 + C. \qquad (к)$$

Постоянная интегрирования C определяется из граничных условий. При $r = 0$ $t = t_0 = C$, уравнение температурной кривой принимает вид:

$$t_r = t_0 - \frac{q_v r^2}{4\lambda}. \qquad (1\text{-}30)$$

При $r = r_0$ $t = t_c$, в этом случае $C = t_c + q_v r_0^2/4\lambda$, и уравнение (к) принимает следующий вид:

$$t_r = t_c + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda}\left[1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]. \qquad (1\text{-}31)$$

Вычитая из уравнения (1-30) уравнение (1-31), получаем перепад температуры по радиусу стержня:

$$t_0 - t_c = \frac{q_v r_0^2}{4\lambda} = \frac{q_l}{4\pi\lambda}, \qquad (1\text{-}32)$$

где $q_l = q_v \pi r_0^2$.

Если учитывать зависимость коэффициента теплопроводности от температуры $\lambda = \lambda_0 (1 + bt)$, то, подставляя это значение в уравнение (и), будем иметь:

$$(1 + bt)\, dt = -\frac{1}{2\lambda_0} q_v r\, dr. \qquad (л)$$

Интегрируя это уравнение, получаем:

$$t + \frac{b}{2} t^2 = -\frac{1}{4\lambda_0} q_v r^2 + C. \qquad (м)$$

Значение постоянной интегрирования C определяется из граничных условий. При $r = 0$ $t = t_0$ и $C = t_0 + \frac{b}{2} t_0^2$. Подставляя это значение в уравнение (м) и решая последнее относительно t, получаем следующее уравнение температурной кривой [сравни с (1-30)]:

$$t_r = -\frac{1}{b} + \sqrt{\left(\frac{1}{b} + t_0\right)^2 - \frac{q_v r^2}{2b\lambda_0}}. \tag{1-33}$$

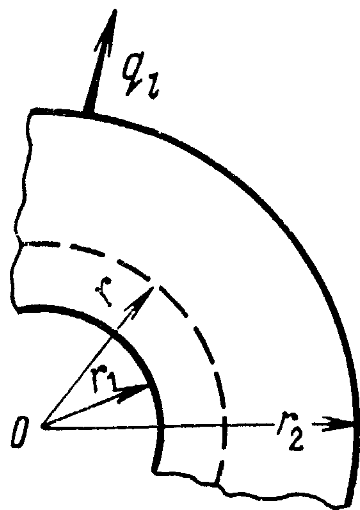


Рис. 1-17. Теплопроводность цилиндрической стенки при наличии внутренних источников теплоты с отводом теплоты через наружную поверхность.

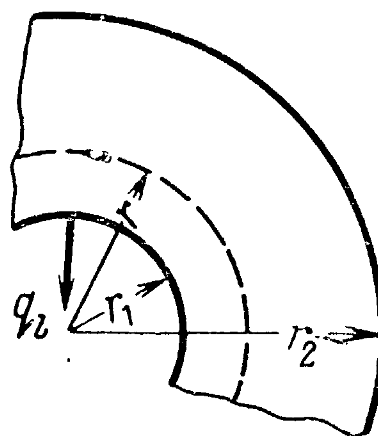


Рис. 1-18. Теплопроводность цилиндрической стенки при наличии внутренних источников теплоты с отводом теплоты через внутреннюю поверхность.

3. Теплопроводность цилиндрической стенки. Рассмотрим бесконечно длинную цилиндрическую стенку (трубу) с внутренним радиусом r_1 и внешним r_2, коэффициент теплопроводности λ которой постоянен. Внутри этой стенки имеются равномерно распределенные источники теплоты q_v. Выделившаяся в стенке теплота может отводиться в окружающую среду либо только через внешнюю, либо только через внутреннюю, либо одновременно через обе поверхности трубы.

а) *Теплота отводится через внешнюю поверхность трубы.* Выделим в толще стенки кольцевой слой с радиусами r_1 и r, ограниченный изотермическими поверхностями (рис. 1-17). Согласно закону Фурье через поверхность радиуса r переносится тепловой поток, отнесенный к единице длины:

$$q_l = -2\pi r\lambda \frac{dt}{dr}. \tag{н}$$

В рассматриваемом случае $q_l = q_v\pi\left(r^2 - r_1^2\right)$. Подставляя это значение в уравнение (н) и производя преобразование, получаем:

$$dt = \frac{q_v}{2\lambda}\left(\frac{r_1^2}{r} - r\right) dr. \tag{о}$$

Интегрируя уравнение (о), имеем:

$$t=\frac{q_v}{2\lambda}\left(r_1^2\ln r-\frac{r^2}{2}\right)+C. \qquad (п)$$

Постоянная интегрирования C определяется из граничных условий. При $r = r_1$ $t = t_1$ и $C=t_1-\frac{q_v}{2\lambda}\left(r_1^2\ln r_1-\frac{r_1^2}{2}\right)$.

Подставляя значение C в уравнение (п), получаем уравнение температурной кривой

$$t_r=t_1-\frac{q_v r_1^2}{4\lambda}\left[\left(\frac{r}{r_1}\right)^2-2\ln\frac{r}{r_1}-1\right]. \qquad (1\text{-}34)$$

Полагая в этом уравнении $r = r_2$, получаем перепад температуры в стенке:

$$t_1-t_2=\frac{q_v r_1^2}{4\lambda}\left[\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2-2\ln\frac{r_2}{r_1}-1\right] \qquad (1\text{-}35)$$

или

$$t_1-t_2=\frac{q_v(r_2-r_1)^2}{4\lambda}\left(1-\frac{2r_1^2}{r_2^2-r_1^2}\ln\frac{r_2}{r_1}\right)=$$

$$=\frac{q_l}{4\pi\lambda}\left(1-\frac{2r_1^2}{r_2^2-r_1^2}\ln\frac{r_2}{r_1}\right). \qquad (1\text{-}35а)$$

Если учитывать зависимость коэффициента теплопроводности от температуры $\lambda = \lambda_0(1 + bt)$, то уравнение температурной кривой принимает следующий вид:

$$t_r=-\frac{1}{b}+\sqrt{\left(\frac{1}{b}+t_1\right)^2-\frac{q_v r_1^2}{2b\lambda_0}\left[\left(\frac{r}{r_1}\right)^2-2\ln\frac{r}{r_1}-1\right]}. \qquad (1\text{-}36)$$

б) *Теплота отводится через внутреннюю поверхность трубы.* Схема процесса показана на рис. 1-18. Вывод расчетных формул здесь совершенно такой же, как и в предыдущем случае. Поэтому и итоговые уравнения для поля температур и температурного перепада здесь ничем не будут отличаться от уравнений (1-34) — (1-36), за исключением того, что в них везде индексы 1 и 2 меняются на противоположные (т. е. на 2 и 1). Эти уравнения в форме, удобной для практических расчетов, имеют вид:

уравнение температурной кривой

$$t_r=t_2-\frac{q_v r_2^2}{4\lambda}\left[2\ln\frac{r_2}{r}+\left(\frac{r}{r_2}\right)^2-1\right]; \qquad (1\text{-}37)$$

перепад температур в стенке:

$$t_2-t_1=\frac{q_v r_2^2}{4\lambda}\left[2\ln\frac{r_2}{r_1}^2+\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2-1\right]; \qquad (1\text{-}38)$$

$$t_2 - t_1 = \frac{q_v\left(r_2^2 - r_1^2\right)}{4\lambda}\left(\frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}\ln\frac{r_2}{r_1} - 1\right) =$$

$$= \frac{q_l}{4\pi\lambda}\left(\frac{2r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}\ln\frac{r_2}{r_1} - 1\right). \qquad (1\text{-}38а)$$

Если учитывать зависимость коэффициента теплопроводности от температуры $\lambda = \lambda_0(1 + bt)$, то уравнение температурной кривой принимает следующий вид:

$$t_r = -\frac{1}{b} + \sqrt{\left(\frac{1}{b} + t_2\right)^2 - \frac{q_v r_2^2}{2b\lambda_0}\left[2\ln\frac{r_2}{r} + \left(\frac{r}{r_2}\right)^2 - 1\right]}. \qquad (1\text{-}39)$$

в) *Теплота отводится через обе поверхности трубы.* В первом случае (а) наивысшую температуру имеет внутренняя поверхность трубы, во втором (б) — внешняя, а в третьем (в) такая поверхность находится где-то внутри стенки; для нее $q = 0$. Положим, что радиус этой поверхности равен r_0, а температура t_0 (рис. 1-19). Тогда, используя уравнения (1-35) и (1-38), будем иметь:

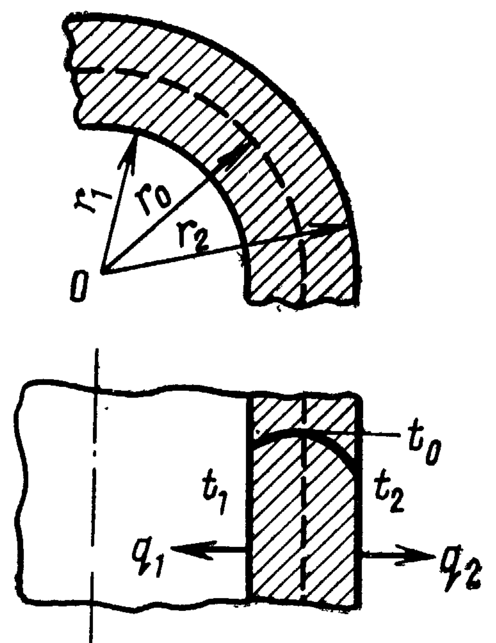


Рис. 1-19. Теплопроводность цилиндрической стенки при наличии внутренних источников теплоты с отводом теплоты через обе поверхности одновременно.

$$t_0 - t_2 = \frac{q_v r_0^2}{4\lambda}\left[\left(\frac{r_2}{r_0}\right)^2 - 2\ln\frac{r_2}{r_0} - 1\right] \qquad (р)$$

и

$$t_0 - t_1 = \frac{q_v r_0^2}{4\lambda}\left[2\ln\frac{r_0}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2 - 1\right]. \qquad (с)$$

Вычитая левые и правые части этих уравнений, получаем:

$$t_1 - t_2 = \frac{q_v r_0^2}{4\lambda}\left[\left(\frac{r_2}{r_0}\right)^2 - \left(\frac{r_1}{r_0}\right)^2 + 2\ln\frac{r_0}{r_1} - 2\ln\frac{r_0}{r_1}\right]. \qquad (т)$$

Решая уравнение (т) относительно r_0, имеем:

$$r_0^2 = \frac{4\lambda(t_1 - t_2)}{q_v 2\ln\frac{r_1}{r_2}} - \frac{r_2^2 - r_1^2}{2\ln\frac{r_1}{r_2}} = \frac{q_v\left(r_2^2 - r_1^2\right) - 4\lambda\left(t_1 - t_2\right)}{2q_v\ln\frac{r_2}{r_1}}. \qquad (1\text{-}40)$$

Подставляя найденное значение r_0 в уравнения (p) и (c), определяем значение t_0. Если $t_1 = t_2$, то уравнение (1-40) упрощается и принимает следующий вид:

$$r_0^2 = \frac{r_2^2 - r_1^2}{2 \ln \frac{r_2}{r_1}}. \tag{1-40a}$$

Последнее означает, что в этом случае r_0 от тепловых условий не зависит и определяется лишь размерами трубы (например, при $r_2 = 2$ и $r_1 = 1$ $r_0 = 1{,}46$).

Пример 1-9. По стержню из нержавеющей стали диаметром 10 мм проходит электрический ток, вызывающий объемное выделение теплоты мощностью $q_v = 2{,}4 \cdot 10^7$ Вт/м³. На поверхности стержня поддерживается температура $t_c = 30°C$. Найти температуру на оси стержня t_0 и плотность теплового потока на внешней поверхности стержня, если коэффициент теплопроводности стали $\lambda = 15$ Вт/(м·°С).

Перепад температур $t_0 - t_c$ определяем по формуле (1-32):

$$t_0 - t_c = \frac{q_v r_0^2}{4\lambda} = \frac{2{,}4 \cdot 10^7 \left(\frac{10}{2} \cdot 10^{-3}\right)^2}{4 \cdot 15} = 10°C.$$

Температура на оси стержня

$$t_0 = 30 + 10 = 40°C.$$

Плотность теплового потока на поверхности стержня определяется по соотношению (ж):

$$q = \frac{1}{2} r_0 q_v = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{2} 10^{-3} \cdot 2{,}4 \cdot 10^7 = 6 \cdot 10^4 \text{ Вт/м}^2.$$

ГЛАВА ВТОРАЯ

КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН

2-1. ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Конвективным теплообменом или теплоотдачей называется процесс переноса теплоты между поверхностью твердого тела и жидкой средой. При этом перенос теплоты осуществляется одновременным действием теплопроводности и конвекции.

Явление теплопроводности в жидкостях и газах, так же как и в твердых телах, вполне определяется коэффициентом теплопроводности и температурным градиентом (см. гл. 1). Иначе обстоит дело с явлением конвекции — вторым элементарным видом распространения теплоты. Здесь процесс переноса теплоты неразрывно связан с переносом самой среды. Поэтому конвекция возможна лишь в жидкостях и газах, частицы которых могут легко перемещаться.

По природе возникновения различают два вида движения — *свободное* и *вынужденное*. *Свободным* называется движение, происходящее вследствие разности плотностей нагретых и холодных частиц жидкости в гравитационном поле. Возникновение и интенсивность свободного движения определяются тепловыми условиями процесса и зависят от рода жидкости, разности температур, напряженности гравитационного поля и объема пространства, в котором протекает процесс. Свободное движение называется также естественной конвекцией. *Вынужденным* называется движение, возникающее под действием посторонних возбудителей, например насоса, вентилятора и пр. В общем случае наряду с вынужденным движением одновременно может развиваться и свободное. Относительное влияние последнего тем больше, чем больше разность температур в отдельных точках жидкости и чем меньше скорость вынужденного движения.

Интенсивность конвективного теплообмена характеризуется *коэффициентом теплоотдачи* α, который определяется по формуле Ньютона—Рихмана

$$Q=\alpha(t_с-t_ж)F. \quad (2\text{-}1)$$

Согласно этому закону тепловой поток Q пропорционален поверхности теплообмена F и разности температур стенки и жидкости $(t_с-t_ж)$.

Коэффициент теплоотдачи можно определить как количество теплоты, отдаваемое в единицу времени единицей поверхности при разности температур между поверхностью и жидкостью, равной одному градусу:

$$\alpha=\frac{Q}{F(t_с-t_ж)}. \quad (2\text{-}2)$$

В общем случае коэффициент теплоотдачи может изменяться вдоль поверхности теплообмена, и поэтому различают *средний* по поверхности коэффициент теплоотдачи и *местный* (*локальный*) коэффициент теплоотдачи, соответствующий единичному элементу поверхности.

Процессы теплоотдачи неразрывно связаны с условиями движения жидкости. Как известно, имеются два основных режима течения: *ламинарный* и *турбулентный*. При ламинарном режиме течение имеет спокойный, струйчатый характер. При турбулентном — движение неупорядоченное, вихревое (рис. 2-1). Изменение режима движения происходит при некоторой «критической» скорости, которая в каждом конкретном случае различна.

В результате специальных исследований О. Рейнольдс в 1883 г. установил, что в общем случае режим течения жидкости определяется не только одной скоростью, а особым безразмерным комплексом wl/ν, состоящим из скорости движения жидкости w, кинематического коэффициента вязкости жидкости ν и характерного размера l канала или обтекаемого тела. Теперь такой комплекс назы-

вается *числом Рейнольдса* и обозначается символом $\mathrm{Re} = wl/\nu$. Переход ламинарного режима в турбулентный происходит при критическом значении этого числа $\mathrm{Re}_{кр}$. Например, при движении жидкости в трубах $\mathrm{Re}_{кр} = w_{кр}d/\nu = 2 \cdot 10^3$.

При турбулентном движении весь поток насыщен беспорядочно движущимися вихрями, которые непрерывно возникают и исчезают. В точности механизм вихреобразования еще не установлен. Одной из причин их возникновения является потеря устойчивости ламинарного течения, сопровождающаяся образованием завихрений, которые затем диффундируют в ядро и, развиваясь, заполняют весь поток. Одновременно с этим вследствие вязкости жидкости

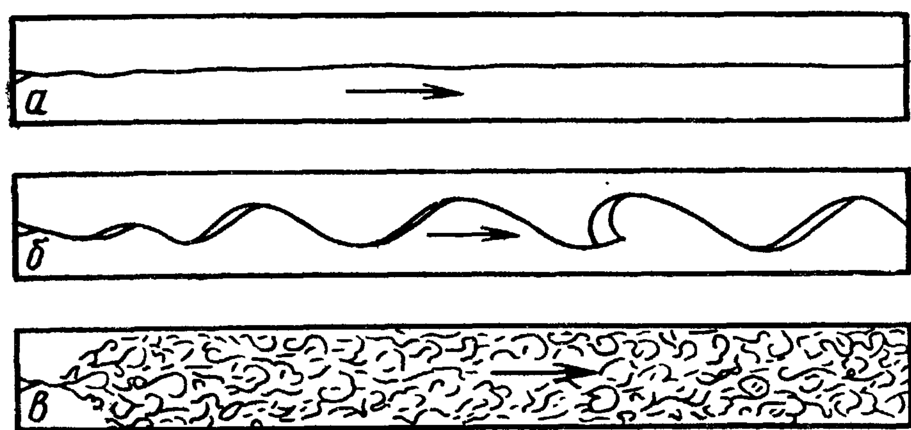


Рис. 2-1. Характер движения жидкости в трубе при ламинарном (*а*), переходном (*б*) и турбулентном (*в*) режимах.

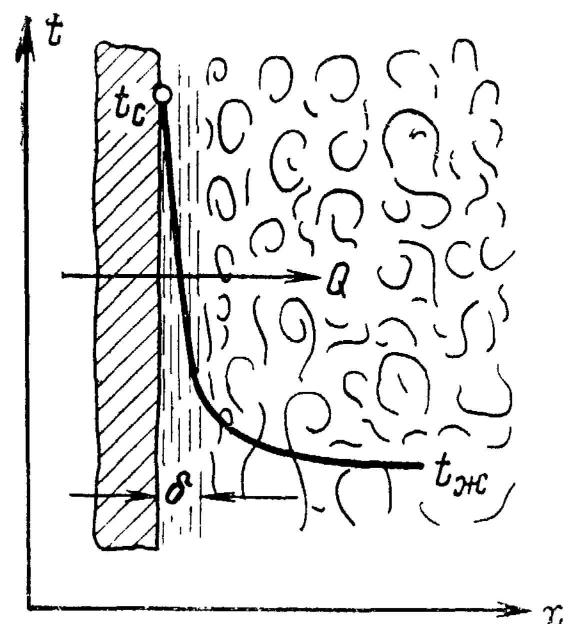


Рис. 2-2. Характер изменения температуры в пограничном слое при нагревании жидкости.

эти вихри постепенно затухают и исчезают. Благодаря непрерывному образованию вихрей и их диффузии происходит сильное перемешивание жидкости, называемое турбулентным смешением. Чем больше вихрей, тем интенсивнее перемешивание жидкости и тем больше турбулентность. Различают естественную и искусственную турбулентность. Первая устанавливается естественно. Для случая стабилизированного движения внутри гладкой трубы турбулентность вполне определяется значением числа Re. Вторая вызывается искусственным путем вследствие наличия в потоке каких-либо преград, турбулизирующих решеток и других возмущающих источников. Однако при любом виде турбулентности в тонком слое у поверхности из-за наличия вязкого трения течение жидкости затормаживается и скорость падает до нуля. Этот слой принято называть *вязким подслоем*.

Для процессов теплоотдачи режим движения рабочей жидкости имеет очень большое значение, так как им определяется механизм переноса теплоты. При ламинарном режиме перенос теплоты в направлении нормали к стенке в основном осуществляется путем теплопроводности. При турбулентном режиме такой способ переноса теплоты сохраняется лишь в вязком подслое, а внутри турбулентного ядра перенос осуществляется путем интенсивного перемеши-

вания частиц жидкости. В этих условиях для газов и обычных жидкостей интенсивность теплоотдачи в основном определяется термическим сопротивлением пристенного подслоя, которое по сравнению с термическим сопротивлением ядра оказывается определяющим. В этом легко убедиться, если проследить за изменением температуры жидкости в направлении нормали к стенке (рис. 2-2). Как видно, наибольшее изменение температуры происходит в пределах тонкого слоя у поверхности, через который теплота передается путем теплопроводности. Следовательно, как для ламинарного, так и для турбулентного режима течения вблизи самой поверхности применим закон Фурье:

$$q = -\lambda \operatorname{grad} t, \tag{2-3}$$

где grаd t — градиент температуры в слоях жидкости, прилегающих к поверхности твердого тела.

Процесс теплоотдачи является сложным процессом, а коэффициент теплоотдачи является сложной функцией различных величин, характеризующих этот процесс. В общем случае коэффициент теплоотдачи является функцией формы Φ, размеров l_1, l_2, . . . , температуры поверхности нагрева $t_с$, скорости жидкости w, ее температуры $t_ж$, физических свойств жидкости — коэффициента теплопроводности λ, удельной теплоемкости c_p, плотности ρ, коэффициента вязкости μ и других факторов:

$$\alpha = f(w, t_с, t_ж, \lambda, c_p, \rho, \mu, a, \Phi, l_1, l_2 \ldots). \tag{2-4}$$

В качестве теплоносителей в настоящее время применяются самые разнообразные вещества — воздух, газы, вода, масла, бензол, нефть, бензин, спирты, расплавленные металлы и различные специальные смеси. В зависимости от рода и физических свойств этих веществ теплоотдача протекает различно и своеобразно. Для каждого теплоносителя физические свойства имеют определенные значения и, как правило, являются функцией температуры, а некоторые — и давления.

Коэффициент теплопроводности λ характеризует способность вещества проводить теплоту (см. гл. 1).

Удельная теплоемкость определяет количество теплоты, необходимое для нагревания 1 кг вещества на один градус. Удельная теплоемкость при постоянном давлении обозначается c_p (изобарная теплоемкость), а при постоянном объеме—c_v (изохорная теплоемкость).

Плотность вещества ρ представляет собой отношение его массы к объему.

Коэффициент температуропроводности $a = \lambda / c\rho$ характеризует скорость изменения температуры в теле (см. гл. 7).

Вязкость. Все реальные жидкости обладают вязкостью; между частицами или слоями, движущимися с различными скоростями, всегда возникает сила внутреннего трения, противодействующая движению. Согласно закону вязкого трения Ньютона эта касатель-

ная сила, отнесенная к единице поверхности, пропорциональна изменению скорости в направлении нормали к этой поверхности:

$$s = \mu \frac{dw}{dn}.$$

Величина μ называется коэффициентом вязкости или динамическим коэффициентом вязкости.

При $dw/dn = 1$ $s = \mu$, следовательно, коэффициент вязкости выражает собой силу трения, приходящуюся на единицу поверхности соприкосновения двух жидких слоев, «скользящих» друг по другу при условии, что на единицу длины нормали к поверхности скорость движения изменяется на единицу.

В уравнения гидродинамики и теплопередачи часто входит отношение коэффициента вязкости к плотности, называемое кинематическим коэффициентом вязкости:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}.$$

Температурный коэффициент объемного расширения β характеризует относительное изменение объема при изменении температуры на один градус (при постоянном давлении):

$$\beta = \frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_{p=\text{const}},$$

где v — удельный объем, м^3/кг.

Для газов температурный коэффициент объемного расширения определяется по формуле

$$\beta = \frac{1}{T}.$$

2-2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛООБМЕНА

Изучить какое-либо явление — значит установить зависимость между величинами, характеризующими это явление. Для сложных явлений, в которых определяющие величины меняются во времени и в пространстве, установить зависимость между переменными очень трудно. В таких случаях, применяя общие законы физики, ограничиваются установлением связи между переменными (координатами, временем и физическими свойствами), которая охватывает небольшой промежуток времени и элементарный объем пространства. Полученная таким образом зависимость является общим дифференциальным уравнением рассматриваемого процесса. После интегрирования этого уравнения получают аналитическую зависимость между величинами для всей области интегрирования и рассматриваемого интервала времени.

Такие дифференциальные уравнения могут быть составлены для любого процесса и, в частности, для процесса теплоотдачи. Так как теплоотдача определяется не только тепловыми, но и гидродинами-

ческими явлениями, то совокупность этих явлений описывается системой дифференциальных уравнений, в которую входят уравнение теплопроводности, уравнение движения и уравнение сплошности.

1. Уравнение теплопроводности. Дифференциальное уравнение теплопроводности выводится на основе закона сохранения энергии.

Выделим в движущемся потоке жидкости элементарный параллелепипед с гранями dx, dy и dz и, считая физические параметры λ, c_p и ρ постоянными, напишем для него уравнение теплового баланса. Если изменением давления пренебречь, то согласно первому закону термодинамики количество подведенной теплоты равно изменению энтальпии тела.

Подсчитаем приток теплоты через грани элемента вследствие теплопроводности. Согласно закону Фурье [уравнение (1-1)] количество теплоты, проходящее за время $d\tau$ в направлении оси x через грань $ABCD$ (рис. 2-3), равно:

$$Q_x' = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dy\, dz\, d\tau,$$

а через грань $EFGH$, имеющую температуру $t + \frac{\partial t}{\partial x} dx$, за то же время равно:

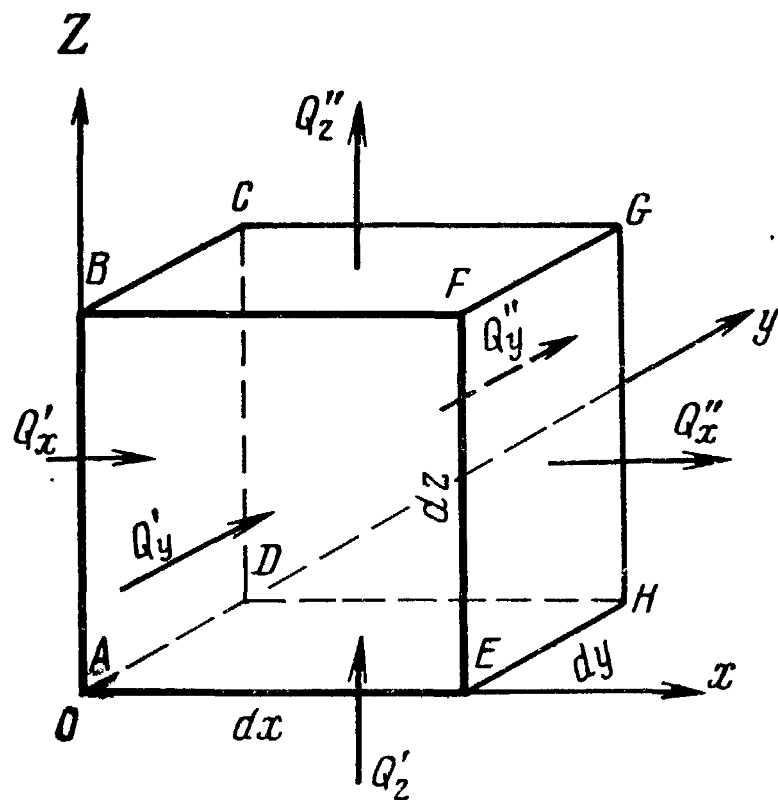


Рис 2-3. К выводу дифференциального уравнения теплопроводности.

$$Q_x'' = -\lambda \frac{\partial}{\partial x}\left(t + \frac{\partial t}{\partial x} dx\right) dy\, dz\, d\tau.$$

Вычитая почленно из первого равенства второе, получаем:

$$dQ_x = Q_x' - Q_x'' = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx\, dy\, dz\, d\tau.$$

Аналогично для направлений по осям y и z имеем:

$$dQ_y = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} dx\, dy\, dz\, d\tau;$$

$$dQ_z = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} dx\, dy\, dz\, d\tau.$$

Общее же количество теплоты, оставшееся в элементе объема $dx\, dy\, dz$ за время $d\tau$, равно сумме этих трех выражений, а именно:

$$dQ = dQ_x + dQ_y + dQ_z = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) dx\, dy\, dz\, d\tau. \quad (a)$$

Вследствие такого притока теплоты температура элемента изменится на величину $\frac{Dt}{d\tau}d\tau$*, а энтальпия — на величину

$$dQ = c_p\rho \frac{Dt}{d\tau} dx\,dy\,dz\,d\tau. \qquad (б)$$

Левые части выражений (а) и (б) равны, следовательно, равны и правые. Приравнивая их друг другу, получаем:

$$c_p\rho \frac{Dt}{d\tau} dx\,dy\,dz\,d\tau = \lambda\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) dx\,dy\,dz\,d\tau.$$

После сокращения на dx, dy, dz, $d\tau$ и перенесения в правую часть $c_p\rho$ уравнение принимает такой вид:

$$\frac{Dt}{d\tau} = \frac{\lambda}{c_p\rho}\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) = a\nabla^2 t. \qquad (2\text{-}5)$$

Это и есть дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье—Кирхгофа. Оно устанавливает связь между временными и пространственными изменениями температуры в любой точке движущейся среды; здесь a — коэффициент температуропроводности и ∇^2 — оператор Лапласа.

Так как

$$\frac{Dt}{d\tau} = \frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z},$$

то, подставляя это значение в уравнение (2-5), имеем:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right). \qquad (2\text{-}5a)$$

---

* Полное изменение любой величины φ (давления, скорости, плотности или температуры) элемента движущейся жидкости является следствием двух явлений — изменения во времени и изменения вследствие перемещения элемента из одной точки пространства в другую.

На основании понятий о полной производной можно записать:

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + \frac{\partial \varphi}{\partial x}\frac{dx}{d\tau} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\frac{dy}{d\tau} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\frac{dz}{d\tau},$$

где $dx/d\tau$, $dy/d\tau$ и $dz/d\tau$ имеют смысл составляющих скорости w_x, w_y и w_z. Такую производную, связанную с движущейся материей или субстанцией, называют субстанциональной производной и обозначают особым символом:

$$\frac{D\varphi}{d\tau} = \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + w_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} + w_z \frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

где $\partial\varphi/\partial\tau$ представляет собой локальное, а

$$w_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + w_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} + w_z \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

— конвективное изменение величины φ.

В таком виде уравнение применяется при изучении процесса теплопроводности в движущихся жидкостях. В применении к твердым телам уравнение (2-5а) принимает следующий вид:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right). \qquad (2\text{-}6)$$

2. Уравнение движения. В уравнении (2-5а) наряду с температурой t имеются еще три переменные: w_x, w_y и w_z. Это говорит о том, что в движущейся жидкости температурное поле зависит еще и от распределения скоростей. Последнее описывается дифференциальным уравнением движения, вывод которого основан на втором законе Ньютона: сила равна массе, умноженной на ускорение.

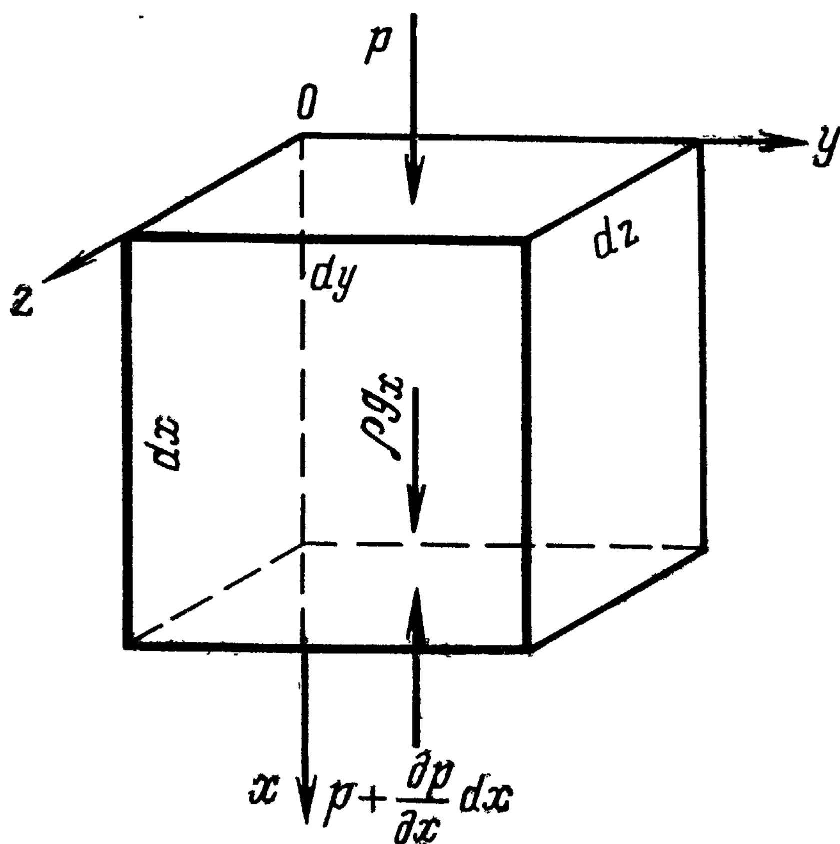


Рис. 2-4. К выводу дифференциального уравнения движения жидкости.

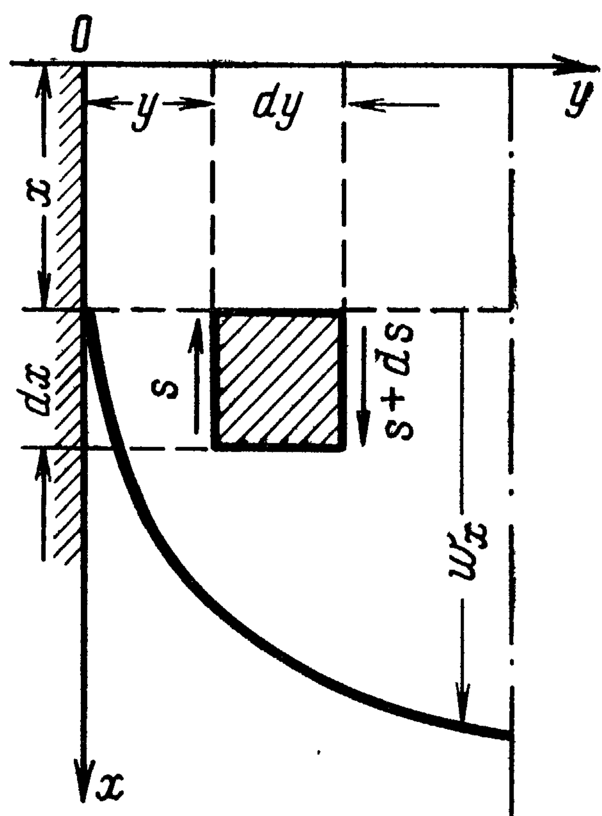


Рис. 2-5. Сила трения, действующая на элемент движущейся жидкости.

Выделим в потоке движущейся жидкости элементарный параллелепипед с ребрами dx, dy и dz. На выделенный элемент действуют три силы: сила тяжести, равнодействующая сил давления и равнодействующая сил трения. Найдем проекции этих сил на ось x (направление осей см. на рис. 2-4).

а) Сила тяжести приложена в центре тяжести элемента объемом dv. Ее проекция на ось x равна произведению проекции ускорения свободного падения g_x на массу элемента ρdv, а именно:

$$g_x \rho dv = g_x \rho \, dx \, dy \, dz. \qquad (в)$$

б) Равнодействующая сил давления определяется на основе следующих соображений. Если на верхней грани элемента давление жидкости равно p, то на площадку $dy\,dz$ действует сила $p dy\,dz$. На нижней грани давление жидкости равно $p + \frac{\partial p}{\partial x} dx$, и на эту

грань действует сила $-\left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx\right) dy\, dz$. Здесь знак минус указывает на то, что эта сила действует против направления оси x. Равнодействующая этих сил равна их алгебраической сумме:

$$p\, dy\, dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx\right) dy\, dz = -\frac{\partial p}{\partial x} dx\, dy\, dz. \qquad (г)$$

в) При движении реальной жидкости всегда возникает сила трения. Выражение для этой силы проще всего может быть установлено из рассмотрения плоского ламинарного потока, в котором скорость w_x изменяется лишь в направлении оси y. В этом случае сила трения возникает только на боковых гранях элемента (рис. 2-5). Около левой грани скорость движения частиц меньше, чем в самом элементе, поэтому здесь в сечении y сила трения направлена против движения и равна $-s\, dx\, dz$. Около правой грани элемента, наоборот, скорость движения частиц жидкости больше, чем в самом элементе, поэтому здесь в сечении $y + dy$ сила трения направлена в сторону движения и равна $\left(s + \frac{ds}{dy} dy\right) dx\, dz$.

Равнодействующая этих сил равна их алгебраической сумме:

$$\left(s + \frac{ds}{dy} dy\right) dx\, dz - s\, dx\, dz = \frac{ds}{dy} dx\, dy\, dz,$$

где s — касательная сила трения на единицу поверхности; согласно закону Ньютона $s = \mu \frac{dw_x}{dy}$.

Подставляя это значение в предыдущее уравнение и принимая $\mu = \text{const}$, окончательно получаем:

$$\frac{ds}{dy} dv = \mu \frac{d^2 w_x}{dy^2} dv.$$

Однако такое сравнительно простое выражение получается лишь для одномерного движения. В общем же случае, когда w_x изменяется по всем трем направлениям, проекция равнодействующих сил трения на ось x определяется следующим выражением:

$$\mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2}\right) dv = \mu \nabla^2 w_x\, dv. \qquad (д)$$

Суммируя теперь выражения (в), (г) и (д), получаем проекцию на ось x равнодействующей всех сил, приложенных к объему dv:

$$\left[\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2}\right)\right] dv. \qquad (е)$$

Согласно второму закону механики эта равнодействующая равна произведению массы элемента $\rho\, dv$ на его ускорение $Dw_x/d\tau$*:

$$\rho \frac{Dw_x}{d\tau} dv = \rho \left(\frac{\partial w_x}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \right) dv. \qquad \text{(ж)}$$

Приравнивая друг другу уравнения (е) и (ж) и производя сокращение на dv, окончательно имеем:

$$\rho \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \rho \left(w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \right) =$$
$$= \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right). \qquad \text{(2-7)}$$

Все члены этого уравнения имеют размерность силы, отнесенной к единице объема (Н/м^3).

Таким же образом могут быть получены уравнения и для проекций равнодействующих сил на оси y и z, а именно:

$$\rho \frac{\partial w_y}{\partial \tau} + \rho \left(w_x \frac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_y}{\partial z} \right) =$$
$$= \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial z^2} \right); \qquad \text{(2-7а)}$$

$$\rho \frac{\partial w_z}{\partial \tau} + \rho \left(w_x \frac{\partial w_z}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_z}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) =$$
$$= \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right). \qquad \text{(2-7б)}$$

Уравнение (2-7) и есть дифференциальное уравнение движения несжимаемой вязкой жидкости — уравнение Навье—Стокса. Это уравнение справедливо как для ламинарного, так и для турбулентного движения.

3. Уравнение сплошности. Так как в уравнении движения появилась новая неизвестная — давление p, то число неизвестных в уравнениях (2-5) и (2-7) больше числа уравнений, т. е. система оказалась незамкнутой. Чтобы получить замкнутую систему, необходимо к имеющимся уравнениям присоединить еще одно — уравнение сплошности, которое выводится на основе закона сохранения массы.

Выделим в потоке движущейся жидкости элементарный параллелепипед со сторонами dx, dy и dz и подсчитаем массу жидкости, протекающей через него за время $d\tau$ (рис. 2-6).

В направлении оси x через грань $ABCD$ втекает масса жидкости

$$M'_x = \rho w_x\, dy\, dz\, d\tau.$$

---

* См. сноску на стр. 40.

Через противоположную грань $EFGH$ вытекает масса M''_x:

$$M''_x = \left[\rho w_x + \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} dx\right] dy\, dz\, d\tau.$$

Вычитая второе равенство из первого, получаем излишек массы жидкости, вытекающей из объема в направлении оси x, а именно:

$$dM_x = M''_x - M'_x = \frac{\partial}{\partial x}(\rho w_x)\, dx\, dy\, dz\, d\tau.$$

Аналогичным образом для направлений по осям y и z имеем:

$$dM_y = \frac{\partial}{\partial y}(\rho w_y)\, dx\, dy\, dz\, d\tau;$$

$$dM_z = \frac{\partial}{\partial z}(\rho w_z)\, dx\, dy\, dz\, d\tau.$$

Рис. 2-6. К выводу дифференциального уравнения сплошности.

Полный избыток массы вытекающей жидкости равен сумме этих выражений:

$$dM = \left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho w_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho w_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w_z)\right] dv\, d\tau.$$

Этот избыток обусловливается уменьшением плотности жидкости в объеме dv и равен изменению массы данного объема во времени. Следовательно,

$$\left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho w_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho w_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w_z)\right] dv\, d\tau = -\frac{\partial\rho}{\partial\tau} dv\, d\tau.$$

Произведя сокращение и перенеся все члены в левую часть этого равенства, окончательно получим:

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau} + \frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} = 0. \qquad (2\text{-}8)$$

Это и есть дифференциальное уравнение сплошности или непрерывности в самом общем виде. Для несжимаемых жидкостей плотность постоянна. В этом случае уравнение (2-8) принимает более простой вид:

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0. \qquad (2\text{-}9)$$

4. Краевые условия. Система дифференциальных уравнений для процессов конвективного теплообмена охватывает

бесчисленное множество процессов теплоотдачи, которые описываются этими уравнениями, но вместе с тем каждый из них отличается от других некоторыми частностями. Чтобы ограничить задачу, из бесчисленного множества выделить рассматриваемый процесс и определить его однозначно, т. е. дать полное математическое описание, к системе дифференциальных уравнений необходимо присоединить математическое описание всех частных особенностей, которые называются условиями однозначности или краевыми условиями.

Условия однозначности состоят из:

геометрических условий, характеризующих форму и размеры системы, в которой протекает процесс;

физических условий, характеризующих физические свойства среды и тела;

граничных условий, характеризующих особенности протекания процесса на границах тела;

временных условий, характеризующих особенности протекания процесса во времени.

Когда условия однозначности для какого-либо конкретного случая заданы, то они вместе с системой дифференциальных уравнений составляют математическое описание данного процесса. Тем самым после решения системы уравнений можно получить полное описание процесса во всех деталях: поля температур, скоростей, давлений и т. д.

Для технических расчетов обычно основной интерес представляет коэффициент теплоотдачи, который определяется по уравнению (2-1). При известном поле температур определение коэффициента теплоотдачи основывается на следующих положениях.

Поток теплоты, передаваемый от жидкости к стенке, проходит через слой жидкости, прилегающей к поверхности, путем теплопроводности и может быть определен по закону Фурье:

$$dQ = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n \to 0} dF.$$

С другой стороны для этого же элемента поверхности закон Ньютона—Рихмана записывается в виде

$$dQ = \alpha (t_с - t_ж)\, dF.$$

Приравнивая правые части этих уравнений, получаем:

$$\alpha = -\frac{\lambda}{t_с - t_ж} \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n \to 0}. \qquad (2\text{-}10)$$

Это уравнение, позволяющее по известному полю температур в жидкости определить коэффициент теплоотдачи, называется *уравнением теплоотдачи*.

Условия однозначности могут быть заданы в виде числовых значений, в виде функциональных зависимостей или в табличной форме. Пусть, например, рассматривается случай теплоотдачи при движе-

нии жидкости в трубе. В этом случае могут быть заданы такие условия однозначности:

1. Труба гладкая, круглая; внутренний диаметр трубы d и длина l.

2. Рабочим телом, т. е. теплоносителем, является вода, которая несжимаема, ее физические свойства равны: $\lambda(t)$, $c_p(t)$, $\mu(t)$ и $\rho(t)$. Если же зависимостью физических свойств от температуры можно пренебречь, тогда они задаются просто в виде числовых значений λ, c_p, μ и ρ.

3. Температура жидкости на входе равна $t'_ж$, а на поверхности трубы $t_с$. Скорость на входе равна w, а у самой стенки $w = 0$. Если же температура и скорость на входе не постоянны, то должен быть задан закон их распределения по сечению.

4. Для стационарных процессов временные условия однозначности отпадают.

Итак, математическое описание процесса теплоотдачи состоит из: 1) уравнения теплопроводности; 2) уравнения движения; 3) уравнения сплошности; 4) уравнения теплоотдачи и 5) условий однозначности.

К настоящему времени аналитические решения системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена получены лишь для ограниченного числа простейших задач при введении тех или иных упрощающих допущений. Такое положение объясняется большой сложностью уравнений или в конечном счете сложностью и многогранностью содержания самих процессов.

Вследствие ограниченности возможностей аналитического решения приведенных выше дифференциальных уравнений большое значение в изучении процессов теплоотдачи приобретает эксперимент. Экспериментальное изучение сложных процессов, зависящих от большого числа отдельных факторов, само по себе является трудным делом. Кроме того, при постановке эксперимента, помимо подробного изучения рассматриваемого процесса, обычно всегда ставится также задача получить данные для расчета других процессов, родственных изучаемому. Одним из средств решения такой задачи является теория подобия, которая по своему существу является теорией эксперимента [19, 36].

2-3. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ

Теория подобия — это учение о подобии явлений. Впервые с понятием подобия мы встречаемся в геометрии, откуда этот термин и заимствован. Как известно, геометрически подобные фигуры, например треугольники на рис. 2-7, обладают тем свойством, что их соответственные углы равны, а сходственные стороны пропорциональны, т. е.

$$l''_1/l'_1 = l''_2/l'_2 = l''_3/l'_3 = c_l, \qquad (2\text{-}11)$$

где l'_1, l'_2 и l'_3 — линейные размеры одной фигуры; l''_1, l''_2 и l''_3 —

сходственные линейные размеры другой фигуры, подобной первой; c_l — коэффициент пропорциональности или постоянная геометрического подобия.

Условие (2-11) является математической формулировкой геометрического подобия. Оно справедливо для любых сходственных отрезков подобных фигур, например высот, медиан и др. Если к тому же подобные фигуры ориентированы одинаково, то вследствие равенства соответственных углов их сходственные стороны параллельны. Зная условия подобия, можно решить целый ряд практических задач. На основании свойств подобия треугольников, например, можно определить высоту дерева или ширину реки, не производя самих измерений высоты и ширины.

Понятие подобия может быть распространено на любые физические явления. Можно говорить, например, о подобии картины движения двух потоков жидкости — кинематическом подобии; о подобии сил, вызывающих подобные между собой движения — динамическом подобии; о подобии картины распределения температур и тепловых потоков — тепловом подобии и т. д.

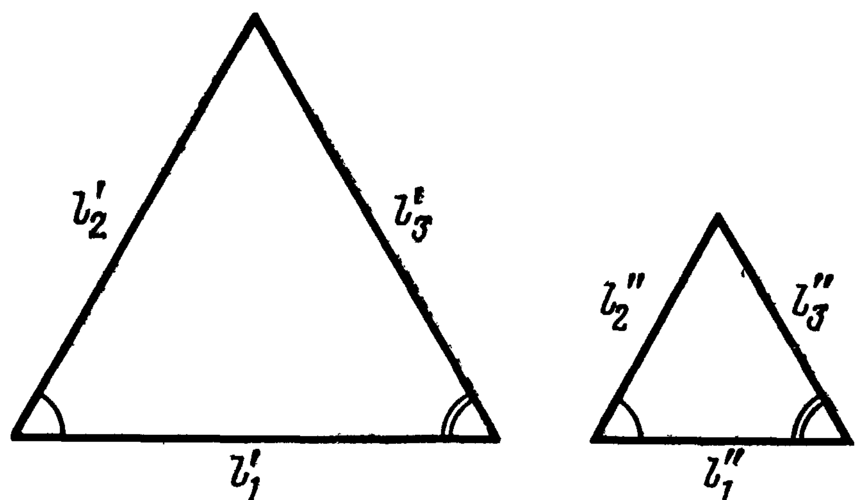


Рис. 2-7. Геометрически подобные треугольники.

В общем случае понятие подобия физических явлений сводится к следующим положениям:

а) Понятие подобия в отношении физических явлений применимо только к явлениям одного и того же рода, которые качественно одинаковы и аналитически описываются уравнениями, одинаковыми как по форме, так и по содержанию.

Если же математическое описание двух каких-либо явлений одинаково по форме, но различно по физическому содержанию, то такие явления называются *аналогичными*. Такая аналогия существует, например, между процессами теплопроводности, электропроводности и диффузии.

б) Обязательной предпосылкой подобия физических явлений должно быть *геометрическое подобие*. Последнее означает, что подобные явления всегда протекают в геометрически подобных системах.

в) При анализе подобных явлений сопоставлять между собой можно только однородные величины и лишь в сходственных точках пространства и в сходственные моменты времени.

Однородными называются такие величины, которые имеют один и тот же физический смысл и одинаковую размерность. *Сходственными* точками геометрически подобных систем называются такие, координаты которых удовлетворяют условию (2-11):

$$x'' = c_l x', \quad y'' = c_l y', \quad z'' = c_l z'.$$

Два промежутка времени τ' и τ'' называются *сходственными*, если они имеют общее начало отсчета и связаны преобразованием подобия, т. е. $\tau'' = c_\tau \tau'$.

г) Наконец, *подобие двух физических явлений означает подобие всех величин, характеризующих рассматриваемые явления.* Это значит, что в сходственных точках пространства и в сходственные моменты времени любая величина φ' первого явления пропорциональна однородной с ней величине φ'' второго явления, т. е.

$$\varphi'' = c_\varphi \varphi'. \tag{2-12}$$

Коэффициент пропорциональности c_φ называется *константой* (*постоянной*) *подобия*; ни от координат, ни от времени c_φ не зависит. При этом каждая физическая величина φ имеет свою постоянную подобия c_φ, численно отличную от других. Чтобы знать, к какой величине относится постоянная подобия, при каждой из них ставится соответствующий индекс.

Таким образом, сущность подобия двух явлений означает подобие полей одноименных физических величин, определяющих эти явления. Так, в процессе конвективного теплообмена температура, скорость, давление, а также часто и физические параметры среды (коэффициенты вязкости, теплопроводность, плотность и др.) в различных точках могут иметь различные значения. Подобие двух таких процессов означает подобие всех этих величин во всем объеме рассматриваемых систем, т. е. подобие полей этих величин. Для каждой из этих величин: скорости w, температурного напора Δt и т. д. существует своя постоянная подобия c_w, $c_{\Delta t}$ и т. д. Полный перечень всех величин, характеризующих рассматриваемые явления, может быть установлен только при наличии математического описания явлений.

Постоянные подобия для различных величин в подобных явлениях нельзя назначать или выбирать произвольно. Между ними всегда имеются *строго определенные соотношения*, которые выводятся из анализа математического описания процессов. Эти соотношения имеют центральное значение в теории подобия, так как они устанавливают существование особых величин, называемых *числами подобия* (*инвариантами*), которые для всех подобных между собой явлений сохраняют одно и то же числовое значение. Числа подобия являются безразмерными комплексами, составленными из величин, характеризующих явление. Нулевая размерность является их характерным свойством. Числа подобия принято называть именами ученых, работающих в соответствующей области наук, и обозначать двумя начальными буквами их фамилий, например: Re (Reynolds), Eu (Euler), Nu (Nusselt) или просто буквами: K, N и др.

Числа подобия можно получить для любого физического процесса. Для этого необходимо иметь его математическое описание. Последнее является необходимой предпосылкой теории подобия.

Без этого все учение о подобии свелось бы лишь к простому определению подобия.

Основные положения теории подобия можно сформулировать в виде трех теорем. *Первая теорема* подобия устанавливает связь между постоянными подобия и позволяет выявить числа подобия. В общей форме эта теорема формулируется так: *подобные между собой процессы имеют одинаковые числа подобия.*

На основании *второй теоремы* подобия зависимость между переменными, характеризующими какой-либо процесс, может быть представлена в виде зависимости между числами подобия K_1, $K_2, \ldots, K_n$:

$$f(K_1, K_2, \ldots, K_n) = 0. \tag{2-13}$$

Зависимость вида (2-13) называется *уравнением подобия*. Так как для всех подобных между собой процессов числа подобия сохраняют одно и то же значение, то уравнения подобия для них также одинаковы. Следовательно, представляя результаты какого-либо опыта в числах подобия, мы получим обобщенную зависимость, которая справедлива для всех подобных между собой процессов.

До сих пор рассматривались свойства подобных между собой явлений, когда подобие уже существует. Однако возможна и обратная постановка вопроса: какие условия необходимы и достаточны, чтобы процессы были подобны. На такой вопрос дает ответ *третья теорема подобия*, которая формулируется так: *подобны те процессы, условия однозначности которых подобны*, и числа подобия, составленные *из величин, входящих в условия однозначности, должны иметь одинаковое численное значение.*[1]

На основании этой теоремы оказывается необходимым особо выделить числа подобия, составленные только из величин, входящих в условия однозначности. Они называются *определяющими* или *критериями подобия*. Инвариантность (одинаковость) определяющих чисел подобия является условием, которое должно быть выполнено для получения подобия. Одинаковость же чисел подобия, содержащих и другие величины, не входящие в условия однозначности, получается сама собой как следствие установившегося подобия; эти числа подобия называются *определяемыми*.

Итак, теория подобия позволяет, не интегрируя дифференциальных уравнений, получить из них числа подобия и, используя опытные данные, установить уравнения подобия, которые справедливы для всех подобных между собой процессов.

Такие обобщенные зависимости, однако, ограничены условиями подобия, и из них нельзя делать заключения, выходящие за пределы этих ограничений. Всегда нужно помнить, что общего решения теория подобия не дает: она позволяет лишь обобщить опытные

---

[1] В литературе одинаковость численных значений обозначается через idem, что означает «тот же самый».

данные в области, ограниченной условиями подобия. Поэтому результаты отдельного опыта закономерно распространять только на подобные между собой явления и процессы.

Поясним общие положения теории подобия на частном примере из гидромеханики. Для этого рассмотрим один из простых случаев стационарного изотермического вынужденного движения жидкости или газа внутри плоского канала. Схема такого движения показана на рис. 2-8. На входе в канал скорость движения постоянна. По мере продвижения среды вдоль канала, вследствие сил вязкого трения частицы жидкости вблизи поверхностей замедляются. В потоке возникает переменное поле скоростей.

Приведем анализ подобия таких течений. Для этого рассмотрим два геометрически подобных канала с размерами соответственно l', h' и l'', h''. Геометрическое подобие систем характеризуется постоянной геометрического подобия:

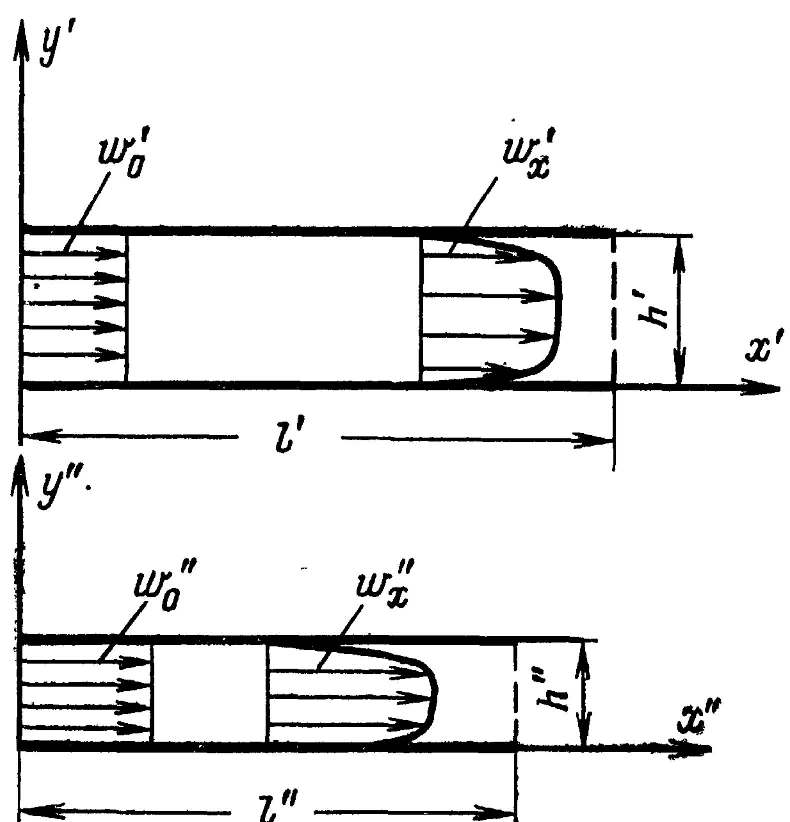


Рис. 2-8. К анализу подобия вынужденного изотермического движения жидкости в плоских каналах.

$$l''/l' = h''/h' = c_l. \tag{2-14}$$

Сходственные точки в этих системах определяются координатами x', y' и x'', y'', которые связаны между собой с помощью постоянной геометрического подобия:

$$x''/x' = y''/y' = c_l. \tag{2-15}$$

Для стационарных течений система дифференциальных уравнений может быть записана в следующем виде[1]:

$$\rho w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + \rho w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2}\right); \tag{2-16}$$

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} = 0. \tag{2-17}$$

Уравнение (2-16) получено из общего уравнения движения Навье—Стокса (приведенного в § 2-2). При этом отметим следующее. В полном уравнении Навье—Стокса стоит величина $g_x\rho$ — сила тяжести единичного объема среды. Однако сила тяжести может влиять на картину и характер течения среды только в двух случаях.

Во-первых, при наличии пространственной неравномерности распределения плотности среды. Тогда в системе возникают токи свободной конвекции.

Во-вторых (если плотность постоянна), сила тяжести может влиять на картину течения жидкости при наличии в системе свободных поверхностей, т. е. по существу в двухфазных системах.

Оба эти случая будут рассмотрены ниже.

В вынужденном потоке постоянной плотности без свободных поверхностей масса каждого элемента среды уравновешивается гидростатическим приростом давления $p_{\text{ст}}$, т. е. переменной в пространстве частью давления, которая существовала бы в системе в состоянии покоя жидкости:

$$g_x\rho = \partial p_{\text{ст}}/\partial x; \quad g_y\rho = \partial p_{\text{ст}}/\partial y.$$

[1] Для простоты проекция уравнения движения на ось y здесь не выписана. Для анализа подобия это не приводит к ограничению общности.

Поэтому во всех таких случаях сила тяжести полностью выпадает из уравнения движения, если под давлением p понимать разность между полным давлением P и гидростатическим приростом давления $p_{ст}$, т. е. $p = P - p_{ст}$. Именно эта величина и содержится в уравнении (2-16).

Система уравнений (2-16) и (2-17) позволяет установить список существенных для процессов величин. Поскольку давление p входит в уравнение только под знаком производной, то это обозначает, что для процесса имеет значение только перепад давлений, а не абсолютное его значение. В качестве перепада для рассматриваемых потоков удобно ввести разность между давлениями на входе p_0 и его текущим значением p:

$$\Delta p = p_0 - p.$$

Такой прием оказывается удобным также для многих других гидромеханических задач.

Список существенных величин включает скорость w_x и w_y, перепад давления Δp, плотность ρ и коэффициент вязкости среды μ. Подобие двух течений означает, согласно общему определению, пропорциональность величин

$$w_x''/w_x' = w_y''/w_y' = c_w; \qquad \Delta p''/\Delta p' = c_{\Delta p}; \qquad \rho''/\rho' = c_\rho \qquad \mu''/\mu' = c_\mu \qquad (2\text{-}18)$$

во всех сходственных точках каналов. Постоянные подобия c_w, $c_{\Delta p}$ и т. д. есть постоянные числа. Между ними существуют определенные соотношения, которые устанавливаются из анализа уравнений процесса.

Запишем уравнения (2-16) и (2-17) для каждого из двух процессов:

$$\rho'' w_x'' \frac{\partial w_x''}{\partial x''} + \rho'' w_y'' \frac{\partial w_x''}{\partial y''} = \frac{\partial \Delta p''}{\partial x''} + \mu'' \left(\frac{\partial^2 w_x''}{\partial x''^2} + \frac{\partial^2 w_x''}{\partial y''^2} \right); \qquad (а)$$

$$\frac{\partial w_x''}{\partial x''} + \frac{\partial w_y''}{\partial y''} = 0; \qquad (б)$$

$$\rho' w_x' \frac{\partial w_x'}{\partial x'} + \rho' w_y' \frac{\partial w_x'}{\partial y'} = \frac{\partial \Delta p'}{\partial x'} + \mu' \left(\frac{\partial^2 w_x'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 w_x'}{\partial y'^2} \right); \qquad (в)$$

$$\frac{\partial w_x'}{\partial x'} + \frac{\partial w_y'}{\partial y'} = 0. \qquad (г)$$

Подставим теперь в систему уравнений (а), (б) вместо всех величин с индексом $''$ их значения, выраженные через постоянные подобия и величины с индексом $'$, используя уравнения (2-15) и (2-18), т. е. $x'' = c_l x'$, $w_x'' = c_w w_x'$ и т. д. Тогда эта система уравнений примет вид[1]:

$$\frac{c_\rho c_w^2}{c_l} \left(\rho' w_x' \frac{\partial w_x'}{\partial x'} + \rho' w_y' \frac{\partial w_x'}{\partial y'} \right) =$$

$$= \frac{c_{\Delta p}}{c_l} \frac{\partial \Delta p'}{\partial x'} + \frac{c_\mu c_w}{c_l^2} \mu' \left(\frac{\partial^2 w_x'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 w_x'}{\partial y'^2} \right); \qquad (2\text{-}19)$$

[1] Так как c_φ — постоянные числа, правила преобразования производных следующие:

$$\frac{\partial \varphi''}{\partial x''} = \frac{\partial (c_\varphi \varphi')}{\partial (c_l x')} = \frac{c_\varphi}{c_l} \frac{\partial \varphi'}{\partial x'}$$

и вообще

$$\frac{\partial^n \varphi''}{\partial x''^n} = \frac{c_\varphi}{c_l^n} \frac{\partial^n \varphi'}{\partial x'^n}.$$

$$\frac{c_w}{c_l}\left(\frac{\partial w'_x}{\partial x'}+\frac{\partial w'_y}{\partial y'}\right)=0. \quad (2\text{-}20)$$

В ней содержатся лишь величины с индексом $'$. Следовательно, она описывает теперь первый процесс, для которого имеется также система уравнений (в) и (г). Так как для одного процесса не может существовать двух разных математических описаний, полученная система уравнений (2-19) и (2-20) должна быть тождественна системе уравнений (в) и (г). Отсюда вытекают условия связи между постоянными подобия.

В уравнении неразрывности (2-20) множитель c_w/c_l сокращается, поэтому это уравнение не накладывает никаких ограничений на выбор постоянных подобия.

Уравнение движения (2-19) станет тождественным уравнению (в), если все три множителя $c_\rho c_w^2/c_l$, $c_{\Delta p}/c_l$ и $c_\mu c_w/c_l^2$ будут равны друг другу и также сократятся. Отметим, что каждый из перечисленных множителей представляет собой постоянную подобия сил, действующих в потоке: инерции, давления и вязкости соответственно. Поэтому соотношение

$$c_\rho c_w^2/c_l = c_{\Delta p}/c_l = c_\mu c_w/c_l^2 \quad (2\text{-}21)$$

является условием динамического подобия. Оно означает, что у подобных гидромеханических течений множители подобного преобразования сил инерции, давления и вязкости численно одинаковы. Приравнивая их попарно друг другу, получим из соотношения (2-21) два условия:

$$c_\rho c_w c_l/c_\mu = 1; \quad (2\text{-}22)$$

$$c_{\Delta p}/c_\rho c_w^2 = 1. \quad (2\text{-}23)$$

Эти соотношения динамического подобия и представляют собой искомые уравнения связи для постоянных подобия полей скорости, давления, плотности и вязкости.

Их можно представить также в другом, более удобном виде, если вместо постоянных подобия подставить их значения из уравнений (2-14) и (2-18) и сгруппировать затем все величины с индексами $'$ и $''$ соответственно в левой и правой частях равенств. При этом постоянную c_w удобно выразить через отношение скоростей на входе в каналы:

$$c_w = w''_0/w'_0.$$

Тогда вместо условий (2-22) и (2-23) получим эквивалентные им соотношения:

$$\rho' w'_0 l'/\mu' = \rho'' w''_0 l''/\mu'' = \mathrm{Re} = \mathrm{idem}\ (\text{одно и то же}); \quad (2\text{-}24)$$

$$\frac{p'_0 - p'_l}{\rho' w'^2_0} = \frac{p''_0 - p''_l}{\rho'' w''^2_0} = \mathrm{Eu} = \mathrm{idem}. \quad (2\text{-}25)$$

Полученные числа Рейнольдса Re и Эйлера Eu для всех подобных гидромеханических течений сохраняют одно и то же численное значение.

Таким образом, для рассматриваемого примера доказана первая теорема подобия: подобные процессы имеют одинаковые числа подобия.

Теперь рассмотрим случай, когда в канале, помеченном индексом $'$ (рис. 2-8), на входе задана иная скорость w'_{01}, отличная от прежнего значения w'_0. В потоке установится иное распределение скоростей. Вследствие изменения условий и полный перепад давлений $\Delta p'_1$ окажется отличным от прежнего $\Delta p'$. Это новое движение уже не подобно прежнему. Ему будет соответствовать своя группа подобных течений. Для них весь ход предыдущих рассуждений может быть полностью повторен. В итоге окажется, что

для новой группы течений условия инвариантности чисел подобия (2-24) и (2-25) примут вид:

$$\mathrm{Re}_1 = \mathrm{idem} \text{ и } \mathrm{Eu}_1 = \mathrm{idem}.$$

Отличие состоит в том, что теперь оба числа подобия имеют иные численные значения. Вновь изменяя скорость w'_{02}, получаем новый перепад $\Delta p'_2$ и новые значения Re_2 и Eu_2 для этой новой группы подобных течений.

Отсюда следует, что частная зависимость между переменными w_0 и Δp

$$\varphi (w_0, \Delta p) = 0$$

может быть представлена в виде связи

$$f(\mathrm{Re}, \mathrm{Eu}) = 0. \qquad (2\text{-}26)$$

Такое уравнение называется *уравнением подобия*. Возможность представления зависимости между переменными в виде зависимости между числами подобия устанавливается второй теоремой подобия.

В рассмотренных выше случаях задавалась скорость течения жидкости на входе, тогда как перепад давлений определялся самим протеканием явления, или, иначе говоря, оказывался функцией процесса. При задании скорости для реализации однозначного протекания процесса движений число Рейнольдса Re оказывается составленным целиком из величин, входящих в условия однозначности. Поэтому оно является определяющим числом подобия (критерием подобия). Напротив, число Эйлера Eu, включающее в себя перепад давлений, оказывается определяемым.

Согласно третьей теореме подобия условия, необходимые и достаточные для того, чтобы два процесса были подобными, заключаются в равенстве определяющих чисел подобия. Итак, условие

$$\mathrm{Re}' = \mathrm{Re}'' \qquad (2\text{-}27)$$

определяет подобие гидромеханических течений в системах, помеченных индексами ′ и ″. Одинаковость определяемых чисел подобия

$$\mathrm{Eu}' = \mathrm{Eu}''$$

получается как следствие установившегося подобия.

Уравнение подобия (2-26) целесообразно записывать в виде зависимости определяемого числа подобия от определяющего [1]

$$\mathrm{Eu} = f(\mathrm{Re}). \qquad (2\text{-}28)$$

2-4. ПОДОБИЕ ПРОЦЕССОВ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

Процессы теплообмена при вынужденном движении теплоносителя и при свободной конвекции протекают по-разному. Различными оказываются также числа подобия для этих процессов. Поэтому эти два случая теплообмена целесообразно рассматривать вначале раздельно.

---

[1] Заметим, что условия однозначности в различных задачах могут формулироваться разными способами. При перемене формулировки определяющими могут стать другие числа подобия. Следовательно, понятие «определяющее число подобия» не есть свойство, присущее определенному числу подобия. Так, например, в рассматриваемом процессе течения жидкости однозначность движения может быть обеспечена также заданием полного перепада давлений на концах канала, тогда как скорость течения и расход окажутся функцией процесса. При этом определяющим окажется иное число подобия:

$$\sqrt{\mathrm{Eu}}\,\mathrm{Re} = \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho} \frac{l}{\nu}}.$$

Условия подобия конвективного теплообмена при вынужденном движении теплоносителя. На практике встречается большое число разнообразных задач, в которых теплообмен происходит в условиях вынужденного движения теплоносителя. Они различаются по геометрической форме и конфигурации систем, в которых протекает процесс теплообмена, по кинематической картине и режиму течения потока. Различными могут быть также сами теплоносители — жидкости и газы. Однако для всех таких процессов условия подобия имеют единообразный, универсальный вид, определяемый теорией подобия.

Прежде всего подобными могут быть лишь процессы теплообмена, протекающие в геометрически подобных системах. Далее необходимой предпосылкой подобия должно быть подобие полей скорости, температур и давлений во входном или начальном сечении таких систем. При выполнении этих условий стационарные процессы конвективного теплообмена при вынужденном движении будут подобны, если выполняется условие:

$$\left.\begin{array}{l} \mathrm{Re} = \mathrm{idem}; \\ \mathrm{Pr} = \mathrm{idem}. \end{array}\right\} \qquad (2\text{-}29)$$

Число Рейнольдса [см. уравнение (2-24)] определяет гидромеханическое подобие течений теплоносителей:

$$\mathrm{Re} = \frac{w_0 l}{\nu}, \qquad (2\text{-}30)$$

где w_0 — характерная, обычно средняя скорость жидкости или газа в начальном сечении системы; l — характерный геометрический размер системы (например, диаметр канала, длина пластины и т. д.); ν — кинематический коэффициент вязкости теплоносителя.

Число Прандтля является теплофизической характеристикой теплоносителя. Оно составлено лишь из физических параметров:

$$\mathrm{Pr} = \frac{\mu c_p}{\lambda} \quad \text{или} \quad \mathrm{Pr} = \frac{\nu}{a} \qquad (2\text{-}31)$$

[так как $\nu = \mu/\rho$ и $a = \lambda/c_p\rho$], и его численные значения приводятся в таблицах.

При равенстве чисел Re условие одинаковости чисел Pr обеспечивает тепловое подобие, т. е. подобие полей температурных напоров и тепловых потоков во всем объеме рассматриваемых систем.

Согласно теории подобия у подобных процессов должны быть одинаковы также и определяемые числа подобия. В процессах конвективного теплообмена в качестве определяемого выступает число Нуссельта Nu, характеризующее интенсивность процесса конвективного теплообмена:

$$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha l}{\lambda}, \qquad (2\text{-}32)$$

где α — коэффициент теплоотдачи; l — характерный геометрический размер; λ — коэффициент теплопроводности теплоносителя.

Итак, условия (2-29) представляют собой условия инвариантности (одинаковости) определяющих чисел подобия. Этим обеспечивается подобие процессов. Инвариантность определяемого числа подобия (числа Nu), т. е. соотношение

$$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha l}{\lambda} = \mathrm{idem}, \tag{2-33}$$

является следствием установившегося подобия.

Уравнение подобия для процессов конвективного теплообмена при вынужденном движении теплоносителя имеет вид:

$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}). \tag{2-34}$$

Приведенные выше условия подобия определяются путем анализа математического описания процессов конвективного теплообмена. При вынужденном движении теплоносителя гидромеханическая картина течения не зависит от теплообмена[1], поэтому условия гидромеханического подобия являются необходимой предпосылкой теплового подобия. Эти условия уже были рассмотрены в § 2-3. Они сводятся к подобию полей скорости и давления во входном сечении систем и к выполнению условия

$$\mathrm{Re} = \mathrm{idem}.$$

Равенство чисел Re вытекает из уравнения связи между постоянными подобия (2-22):

$$c_\rho c_w c_l / c_\mu = 1.$$

Поэтому здесь остается рассмотреть те дополнительные уравнения связи между постоянными подобия, которые определяются уравнением теплопроводности

$$c_p \rho w_x \frac{\partial t}{\partial x} + c_p \rho w_y \frac{\partial t}{\partial y} = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) \tag{2-35}$$

и уравнением теплоотдачи

$$\alpha = -\frac{\lambda}{t_\text{с} - t_\text{ж}} \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n \to 0}. \tag{2-36}$$

В эти уравнения температура входит лишь под знаком производной или в виде разности. Это означает, что для процессов конвективного теплообмена существенны лишь разности температур, а не абсолютные значения. Поэтому следует рассматривать подобие температурных напоров ν, отсчитывая температуру от фиксированного ее значения в условиях однозначности. Для двух подобных процессов теплообмена на основе общего определения подобия имеем:

$$\left. \begin{array}{c} \nu''/\nu' = c_\nu; \quad \lambda''/\lambda' = c_\lambda; \quad c_p''/c_p' = c_{c_p}; \quad \rho''/\rho' = c_\rho; \quad \alpha''/\alpha' = c_\alpha; \\ w''/w' = c_w \end{array} \right\} \tag{2-37}$$

---

[1] При условии, что изменение физических свойств теплоносителя в пределах тех температурных перепадов, которые имеются в потоке, количественно невелико и этот эффект может не учитываться.

во всех сходственных точках систем, определяемых условием

$$x''/x' = y''/y' = l''/l' = c_l. \qquad (2\text{-}38)$$

Здесь $c_\vartheta, c_\lambda, \ldots, c_l$ — постоянные числа.

Теперь запишем уравнения (2-35) и (2-36) для каждого процесса:

$$c_p''\rho''w_x''\frac{\partial\vartheta''}{\partial x''} + c_p''\rho''w_y''\frac{\partial\vartheta''}{\partial y''} = \lambda''\left(\frac{\partial^2\vartheta''}{\partial x''^2} + \frac{\partial^2\vartheta''}{\partial y''^2}\right); \qquad (\text{а})$$

$$\alpha'' = -\frac{\lambda''}{t_с'' - t_ж''}\left(\frac{\partial\vartheta''}{\partial n''}\right)_{n''\to 0}; \qquad (\text{б})$$

$$c_p'\rho'w_x'\frac{\partial\vartheta'}{\partial x'} + c_p'\rho'w_y'\frac{\partial\vartheta'}{\partial y'} = \lambda'\left(\frac{\partial^2\vartheta'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2\vartheta'}{\partial y'^2}\right); \qquad (\text{в})$$

$$\alpha' = -\frac{\lambda'}{t_с' - t_ж'}\left(\frac{\partial\vartheta'}{\partial n'}\right)_{n'\to 0}. \qquad (\text{г})$$

Выразим все величины с индексом $''$ через постоянные подобия и величины с индексом $'$ из условий (2-37) и (2-38), т. е.

$$\vartheta'' = c_\vartheta\vartheta'; \qquad x'' = c_l x'$$

и т. д., и подставим эти значения в уравнения (а) и (б). Тогда получим:

$$\left(\frac{c_{c_p}c_\rho c_w c_\vartheta}{c_l}\right)\left(c_p'\rho'w_x'\frac{d\vartheta'}{dx'} + c_p'\rho'w_y'\frac{\partial\vartheta'}{\partial y'}\right) =$$

$$= \left(\frac{c_\lambda c_\vartheta}{c_l^2}\right)\lambda'\left(\frac{\partial^2\vartheta'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2\vartheta'}{\partial y'^2}\right); \qquad (2\text{-}39)$$

$$c_\alpha\alpha' = -\frac{c_\lambda}{c_l}\frac{\lambda'}{t_с' - t_ж'}\left(\frac{\partial\vartheta'}{\partial n'}\right)_{n'\to 0}. \qquad (2\text{-}40)$$

Теперь видно, что для величин с индексом $'$ имеются две пары уравнений: (в) и (г) и (2-39), (2-40), которые связывают одни и те же переменные. Поэтому эти уравнения должны быть тождественны друг другу. Уравнение теплопроводности (2-39) станет тождественным уравнению (в), если множители $c_{c_p}c_\rho c_w c_\vartheta/c_l$ и $c_\lambda c_\vartheta/c_l^2$ будут равны друг другу. Отметим, что каждый из этих множителей представляет собой постоянную подобия для теплового потока в сходственных точках теплоносителей. Множитель $c_{c_p}c_\rho c_w c_\nu/c_l$ есть постоянная подобия для теплового потока, переносимого конвекцией, а множитель $c_\lambda c_\nu/c_l^2$ — то же для теплового потока, передаваемого теплопроводностью. Поэтому равенство

$$c_{c_p}c_\rho c_w c_\vartheta / c_l = c_\lambda c_\vartheta / c_l^2 \qquad (2\text{-}41)$$

является условием теплового подобия. Оно показывает, что у подобных тепловых процессов множители подобного преобразования тепловых потоков численно одинаковы. Это равенство можно переписать также в виде

$$c_{c_p}c_\mu / c_\lambda = 1, \qquad (2\text{-}42)$$

если сократить одинаковые величины и постоянную c_w выразить из уравнения (2-22).

Тождественность уравнений (г) и (2-40) выполняется при условии

$$c_\alpha c_l / c_\lambda = 1. \tag{2-43}$$

Соотношения (2-42) и (2-43) можно представить также в ином, более удобном виде, если вместо постоянных подобия представить их значения из условий (2-37) и (2-38) и затем величины с индексами $'$ и $''$ сгруппировать соответственно в левой и правой частях равенств. При этом постоянная c_α может быть представлена через отношение средних коэффициентов теплоотдачи:

$$c_\alpha = \bar{\alpha}'' / \bar{\alpha}'.$$

Тогда получим:

$$c_p' \mu' / \lambda' = c_p'' \mu'' / \lambda'' = \mathrm{Pr} = \mathrm{idem}; \tag{2-44}$$

$$\bar{\alpha}' l' / \lambda' = \bar{\alpha}'' l'' / \lambda'' = \mathrm{Nu} = \mathrm{idem}. \tag{2-45}$$

Число Прандтля Pr составлено из физических параметров, задаваемых в условиях однозначности, это — определяющее число подобия. Число Нуссельта Nu содержит коэффициент теплоотдачи, являющийся функцией процесса, это — определяемое число подобия.

Таким образом, на основе третьей теоремы подобия равенство чисел Re и Pr обеспечивает подобие процессов конвективного теплообмена при вынужденном движении. Одинаковость чисел Nu является следствием установившегося подобия.

Условия подобия процессов теплообмена при свободной конвекции. Процесс свободной конвекции возникает из-за различия плотностей нагретых и холодных частиц теплоносителя. Для большинства теплоносителей в том интервале температур, который обычно встречается на практике, зависимость плотности от температуры с достаточным приближением может рассматриваться как линейная. Так, если вдали от нагретого тела температура теплоносителя составляет $t_ж$, а в некоторой точке около поверхности равна t, то соответствующие значения плотности $\rho_ж$ и ρ связаны уравнением

$$\rho = \rho_ж [1 - \beta (t - t_ж)], \tag{2-46}$$

где β — температурный коэффициент объемного расширения среды.

Так как $\rho < \rho_ж$, то на частицы нагретой жидкости, имеющей температуру t, действует подъемная архимедова сила, равная:

$$g(\rho_ж - \rho) = g\rho_ж \beta (t - t_ж). \tag{2-47}$$

Эта сила и вызывает конвективное движение среды.

Из уравнения (2-47) следует, что подъемная сила будет тем больше, чем выше значение следующих величин: напряженности гравитационного поля g, температурного коэффициента объемного расширения β и температурного напора Δt.

Процессы свободной конвекции широко распространены в различных областях современной техники. Однако несмотря на разнообразие практических схем их осуществления, для всех таких процессов условия подобия имеют универсальный вид, определяемый теорией подобия.

Прежде всего подобными могут быть процессы, протекающие в геометрически подобных системах. Далее необходимой предпосылкой подобия процессов теплообмена при свободной конвекции должно быть подобие температурных полей на поверхностях нагрева или охлаждения. При выполнении этих требований стационарные процессы свободной конвекции будут подобны, если выполняются условия:

$$\mathrm{Gr} = \mathrm{idem}; \tag{2-48}$$

$$\mathrm{Pr} = \mathrm{idem}. \tag{2-49}$$

Число Gr характеризует относительную эффективность подъемной силы, вызывающей свободно-конвективное движение среды; оно имеет вид:

$$\mathrm{Gr} = g\beta\Delta t \frac{l^3}{\nu^2}, \tag{2-50}$$

где g — ускорение свободного падения; β — температурный коэффициент объемного расширения среды; Δt — характерный температурный напор; l — характерный линейный размер системы; ν — кинематический коэффициент вязкости.

Число Pr является теплофизической характеристикой теплоносителя:

$$\mathrm{Pr} = \frac{\mu c_p}{\lambda} = \frac{\nu}{a}. \tag{2-51}$$

Условия (2-48) и (2-49) обеспечивают подобие процессов свободной конвекции, т. е. подобие полей температурных напоров, тепловых потоков и скоростей в геометрически подобных системах. При выполнении этих условий определяемое число подобия — число Нуссельта Nu — также оказывается одним и тем же в таких системах:

$$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha l}{\lambda} = \mathrm{idem}. \tag{2-52}$$

Уравнение подобия для процессов теплообмена при свободной конвекции имеет вид:

$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Gr}, \mathrm{Pr}). \tag{2-53}$$

Вывод чисел подобия можно получить из анализа математического описания процессов свободной конвекции. В таких процессах гидродинамическая и тепловая стороны явления оказываются взаимосвязанными.

Система дифференциальных уравнений для процессов свободной конвекции имеет вид:

$$c_p\rho w_x \frac{\partial t}{\partial x} + c_p\rho w_y \frac{\partial t}{\partial y} = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right); \tag{2-54}$$

$$\rho w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + \rho w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} = - \rho g \beta (t - t_ж) - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} \right); \quad (2\text{-}55)^*$$

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} = 0. \quad (2\text{-}56)$$

Коэффициент теплоотдачи определяется уравнением

$$\alpha = - \frac{\lambda}{t_с - t_ж} \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n \to 0}. \quad (2\text{-}57)$$

В эти уравнения температура t входит лишь в виде производных или разностей, а давление p — в виде производной. Это означает, что для процесса существенны лишь температурные напоры ϑ и перепады давлений Δp, подобие полей которых и следует рассматривать при формулировке подобия процессов. Согласно общему определению подобия для двух подобных процессов постоянные подобия

$$\vartheta''/\vartheta' = c_\vartheta; \quad w''/w' = c_w; \quad \Delta p''/\Delta p' = c_{\Delta p}; \quad \alpha''/\alpha' = c_\alpha; \quad (g\beta)''/(g\beta)' = c_{g\beta}$$

и аналогично для физических параметров

$$c_\rho; \quad c_{c_p}; \quad c_\lambda; \quad c_\mu \quad (2\text{-}58)$$

во всех сходственных точках систем, определяемых условием

$$x''/x' = y''/y' = l''/l' = c_l,$$

есть постоянные числа.

Далее, поступая совершенно так же, как и в предыдущих случаях [т. е. записывая систему уравнений (2-54) — (2-56) для этих двух процессов и заменяя в одной из них все величины, выраженные через постоянные подобия, на соответствующие величины для второй системы], в итоге получаем условия связи между постоянными подобия.

Уравнение теплопроводности (2-54) приводит к уже известному условию теплового подобия:

$$c_{c_p} c_\rho c_w c_\vartheta / c_l = c_\lambda c_\vartheta / c_l^2. \quad (2\text{-}59)$$

В уравнение движения (2-55) [по сравнению с уравнением (2-16), рассмотренным ранее] дополнительно входит подъемная сила. Поэтому ранее полученное условие динамического подобия (2-21) теперь включает еще одну величину:

$$c_\rho c_w^2 / c_l = c_\rho c_{g\beta} c_\vartheta = c_{\Delta p} / c_l = c_\mu c_w / c_l^2. \quad (2\text{-}60)$$

Уравнение неразрывности (2-56) не дает, как и раньше, ограничений для выбора постоянных подобия. Из уравнения (2-57), так же как и в случае вынужденного движения, имеем:

$$c_\alpha = c_\lambda / c_l. \quad (2\text{-}61)$$

Теперь преобразуем полученные соотношения. Из условия (2-59) следует:

$$c_{c_p} c_\rho c_w c_l / c_\lambda = 1.$$

---

* Проекция уравнения движения на ось y для простоты здесь не выписана. Это не приводит к ограничению общности выводов при анализе условий подобия. В уравнении движения p есть та часть полного давления P, которая не связана с гидростатическим приростом давлений $p_{ст}$ в состоянии покоя, когда во всей системе температура $t_ж$ постоянна и плотность равна $\rho_ж$. Итак, $p = P - p_{ст}$, где $\partial p_{ст}/\partial x = g_x \rho_ж$.

Условие динамического подобия (2-60) после попарного рассмотрения равенств дает три соотношения:

$$c_\rho c_{g\beta} c_\vartheta c_l^2 / c_\mu c_w = 1; \quad c_\rho c_w c_l / c_\mu = 1; \quad c_{\Delta p} / c_l c_{g\beta} c_\rho c_\vartheta = 1.$$

Поскольку в процессе свободной конвекции скорость есть функция процесса, целесообразно исключить константу подобия c_w из остальных соотношений, используя равенство $c_\rho c_w c_l / c_\mu = 1$. Тогда четыре предыдущих соотношения перепишутся в виде

$$c_{c_p} c_\mu / c_\lambda = 1; \tag{2-62}$$

$$\frac{c_\rho^2}{c_\mu^2} c_{g\beta} c_\vartheta c_l^3 = 1; \tag{2-63}$$

$$c_\rho c_w c_l / c_\mu = 1; \tag{2-64}$$

$$c_{\Delta p} / c_l c_{g\beta} c_\rho c_\vartheta = 1. \tag{2-65}$$

И, наконец, условие (2-61) запишем в виде

$$c_\alpha c_l / c_\lambda = 1. \tag{2-66}$$

Подставляя в уравнения (2-62) — (2-66) вместо постоянных подобия их значения из уравнения (2-58), имеем:

$$c_p' \mu' / \lambda' = c_p'' \mu'' / \lambda'' = \mathrm{Pr} = \mathrm{idem}; \tag{2-67}$$

$$g' \beta' \Delta t' \frac{l'^3}{\nu'^2} = g'' \beta'' \Delta t'' \frac{l''^3}{\nu''^2} = \mathrm{Gr} = \mathrm{idem}; \tag{2-68}$$

$$w' l' / \nu' = w'' l'' / \nu'' = \mathrm{Re} = \mathrm{idem}; \tag{2-69}$$

$$\Delta p' / \rho' g' \beta' \Delta t' l' = \Delta p'' / \rho'' g'' \beta'' \Delta t'' l'' = \mathrm{idem}; \tag{2-70}$$

$$\alpha' l' / \lambda' = \alpha'' l'' / \lambda' = \mathrm{Nu} = \mathrm{idem}. \tag{2-71}$$

Числа Прандтля Pr и Грасгофа Gr составлены из величин, заданных в условиях однозначности; эти числа подобия являются определяющими для процессов теплообмена при свободной конвекции. Остальные три числа подобия содержат величины, являющиеся функцией процесса: скорость w, перепад давлений Δp и коэффициент теплоотдачи α; это определяемые числа подобия. Согласно третьей теореме подобия их инвариантность является следствием установившегося подобия, если обеспечена одинаковость (инвариантность) определяющих чисел подобия (критериев подобия): Gr и Pr.

Интенсивность теплоотдачи определяется числом Нуссельта Nu, поэтому уравнение подобия для теплоотдачи при свободной конвекции имеет вид:

$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Gr}, \ \mathrm{Pr}).$$

Два остальных определяемых числа подобия из уравнений (2-69) и (2-70) характеризуют гидромеханические величины — скорости и перепады давлений, возникающие в процессах свободной конвекции. Оба эти числа подобия также являются функциями Gr и Pr. Поэтому для каждого из них могут быть записаны свои уравнения подобия такого же вида, как уравнение подобия для теплообмена (2-53). Эти уравнения следует применять для обобщения опытных данных по гидромеханическим характеристикам процессов свободной конвекции, если эта сторона процесса представляет также интерес для практики. Однако обычно эти сведения необходимы при решении лишь некоторых специальных задач.

Условия подобия процессов конвективного теплообмена при совместном свободно-вынужденном движении теплоносителя. Анализ условий подобия раздельно для случаев вынужденного движения и свободной конвекции был проведен выше. На практике, однако, встречаются также случаи, когда одновременно с вынужденным движением в системе под действием подъемных сил развиваются токи свободной конвекции, т. е. имеет место свободно-вынужденное течение теплоносителя. В таком более сложном случае для выполнения условий подобия процессов необходима инвариантность (одинаковость) уже не двух, а трех определяющих чисел подобия: Рейнольдса Re, Грасгофа Gr и Прандтля Pr. Соответствующее уравнение подобия для теплоотдачи при совместном свободно-вынужденном движении принимает вид:

$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Gr}, \mathrm{Pr}). \qquad (2\text{-}72)$$

Это уравнение подобия представляет собой общее соотношение, из которого соотношения (2-34) и (2-53) вытекают как частные случаи. Когда влияние подъемных сил, характеризуемых числом Gr, перестает быть существенным, в уравнении подобия (2-72) это число может быть опущено и оно переходит в уравнение (2-34). Напротив, когда вынужденное движение прекращается, число Re перестает быть определяющим и из уравнения (2-72) получаем уравнение (2-53).

При совместном свободно-вынужденном движении гидромеханические и тепловые процессы взаимосвязаны, поэтому определяемое число подобия Эйлера Eu можно представить в виде

$$\mathrm{Eu} = \varphi(\mathrm{Re}, \mathrm{Gr}, \mathrm{Pr}), \qquad (2\text{-}73)$$

т. е. оно является функцией тех же определяющих чисел подобия.

Приведенные выше условия подобия относятся к стационарным процессам конвективного теплообмена. Для нестационарных процессов, т. е. процессов, изменяющихся во времени, необходимо добавить еще одно условие, определяющее временное подобие процессов:

$$\mathrm{Fo} = \frac{a\tau}{l^2} = \mathrm{idem}, \qquad (2\text{-}74)$$

где a — коэффициент температуропроводности жидкости; τ — время: l — характерный геометрический размер.

Число подобия Fo называют *числом Фурье.*

Числа подобия и уравнения подобия. Подведем итоги анализа. Приложение к процессам конвективного теплообмена общих принципов учения о подобии физических явлений позволяет установить условия, определяющие подобие этих процессов, и получить уравнения подобия (2-34), (2-53), (2-73), которые служат основой при обобщении опытных данных и моделировании тепловых процессов.

Иногда при обобщении экспериментальных данных по теплообмену в качестве чисел подобия применяются некоторые сочетания, образованные из чисел, входящих в основное уравнение (2-72).

Такие преобразованные числа подобия имеют свои названия; приведем основные из них.

Числом Пекле Pe называется произведение чисел Re и Pr:

$$\mathrm{Pe} = \mathrm{Re}\,\mathrm{Pr} \quad \text{или} \quad \mathrm{Pe} = \frac{wl}{a}, \qquad (2\text{-}75)$$

где w — характерная для процесса скорость течения теплоносителя; l — характерный геометрический размер системы; a — коэффициент температуропроводности теплоносителя.

Числом Стантона St называется частное от деления числа Nu на число Pe:

$$\mathrm{St} = \mathrm{Nu}/\mathrm{Pe} \quad \text{или} \quad \mathrm{St} = \frac{\alpha}{c_p \rho w}, \qquad (2\text{-}76)$$

где α — коэффициент теплоотдачи; c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении теплоносителя; ρ — плотность теплоносителя; w — характерная скорость.

Произведение числа Gr на число Pr иногда называют *числом Релея* Ra:

$$\mathrm{Ra} = \mathrm{Gr}\,\mathrm{Pr} \quad \text{или} \quad \mathrm{Ra} = g\beta\Delta t\,\frac{l^3}{\nu a}, \qquad (2\text{-}77)$$

где g — ускорение свободного падения; β — температурный коэффициент объемного расширения теплоносителя; Δt — характерный температурный напор; l — характерный линейный размер; ν — кинематический коэффициент вязкости теплоносителя; a — коэффициент температуропроводности теплоносителя.

При использовании этих чисел подобия уравнения подобия принимают внешне иной вид, хотя по существу это лишь иная форма записи той же самой связи между величинами.

Поясним это на следующем примере. Пусть для определенного процесса теплоотдачи при вынужденном движении теплоносителя в итоге обобщения опытных данных получена зависимость

$$\mathrm{Nu} = c\mathrm{Re}^n \mathrm{Pr}^m,$$

где c — постоянный числовой коэффициент; n и m — постоянные показатели степени.

Если разделить обе части этого уравнения на величину RePr, то его можно записать также в виде:

$$\mathrm{St} = c\,\mathrm{Re}^{n-1}\,\mathrm{Pr}^{m-1}.$$

Наконец, вместо числа Re в уравнение можно ввести величину Re = Pe/Pr. Тогда получим:

$$\mathrm{St} = c\mathrm{Pe}^{n-1}\mathrm{Pr}^{m-n}.$$

Ясно, что эти три соотношения представляют собой просто три разные формы записи одной и той же зависимости. Этот пример

показывает, что разные по внешнему виду уравнения подобия, как

$$\mathrm{Nu} = f_1(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}); \ \mathrm{St} = f_2(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}); \ \mathrm{St} = f_3(\mathrm{Pe}, \mathrm{Pr}),$$

в действительности представляют лишь разную форму записи одной и той же функциональной зависимости.

Для нестационарных процессов иногда вместо числа Фурье применяется иное число подобия, называемое *числом гомохронности* Но:

$$\mathrm{Ho} = \mathrm{Fo}\,\mathrm{Pe} \quad \text{или} \quad \mathrm{Ho} = \frac{\tau w}{l}, \qquad (2\text{-}78)$$

где τ — время.

Условия подобия процессов конвективного теплообмена получены в предположении, что коэффициент теплопроводности λ, коэффициент вязкости μ и удельная теплоемкость при постоянном давлении c_p среды постоянны во всей области протекания процесса. В действительности эти физические свойства зависят от температуры, причем для разных теплоносителей характер зависимостей $\lambda = \lambda(t)$, $\mu = \mu(t)$, $c_p = c_p(t)$ различен. В процессе теплообмена температура теплоносителя изменяется, следовательно, в общем случае и физические свойства не остаются постоянными. Подобие процессов выполняется тем строже, чём меньше относительное изменение этих свойств, т. е. чем слабее зависимость λ, μ и c_p от t, чем меньше сами температурные напоры в системе и ниже тепловые потоки. При значительном изменении свойств строгое подобие различных процессов, как показывает анализ, в общем случае становится невозможным. В этих условиях имеет место лишь приближенное подобие. Это обстоятельство должно учитываться при обобщении опытных данных.

2-5. ОБОБЩЕНИЕ ОПЫТНЫХ ДАННЫХ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ

При постановке любого эксперимента всегда необходимо заранее знать: 1) какие величины надо измерять в опыте; 2) как обрабатывать результаты опыта; 3) какие явления подобны изучаемому. На эти вопросы ответ содержится в изложенных выше трех теоремах подобия.

На первый вопрос отвечает первая теорема: в опытах нужно измерять все величины, содержащиеся в числах подобия изучаемого процесса.

На второй вопрос отвечает вторая теорема: результаты опыта следует обрабатывать в числах подобия и зависимость между ними представлять в виде уравнений подобия; это позволяет найти общую закономерность, справедливую для всех процессов, подобных изучаемому.

На третий вопрос ответ дает третья теорема; подобны те явления, у которых подобны условия однозначности и равны определяющие числа подобия (критерии подобия).

Благодаря этим ответам теория подобия по существу является теорией эксперимента. При проведении эксперимента этапу обработки опытных данных и обобщению их на основе теории подобия должно быть уделено большое внимание.

Например, располагая данными измерений коэффициента теплоотдачи α при вынужденном движении воздуха, по опытным данным можно получить графическую зависимость изменения коэффициента теплоотдачи при изменении скорости движения воздуха w:

$$\alpha = f(w).$$

Такая зависимость может быть также описана эмпирической формулой, представляемой обычно в виде степенной функции:

$$\alpha = c_1 w^n, \qquad (2\text{-}79)$$

где c_1 и n — некоторые постоянные числа.

При этом надо всегда помнить, что в результате такой обработки данных можно получить лишь частные формулы, которые справедливы только для условий, имевших место при проведении опыта. Для других условий (объектов, рабочих сред, температур и пр.) такие частные формулы совсем неприменимы.

При изучении любого конкретного процесса обычно всегда ставится задача получить при этом данные и для расчета других процессов, подобных изучаемому. Для того чтобы результат отдельных опытов можно было распространить на все подобные ему процессы, обработка результатов опытов должна производиться в числах подобия.

При обработке результатов опытов в приведенном выше примере в качестве рабочей среды был использован воздух, для которого число Pr имеет постоянное значение: Pr = 0,7. Поэтому уравнение подобия (2-34) в этом случае принимает вид:

$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Re}) \quad \text{или} \quad \alpha l/\lambda = f(wl/\nu).$$

Представляя результаты опытов в виде зависимости между числами Nu и Re, вместо частной формулы (2-79) получаем:

$$\mathrm{Nu} = c\,\mathrm{Re}^n, \qquad (2\text{-}80)$$

где c — постоянный числовой коэффициент.

Зависимость (2-80) имеет общий характер, она справедлива для всех процессов, подобных данному. Обобщенная формула (2-80) позволяет установить, какое влияние на коэффициент теплоотдачи α оказывают такие величины, как геометрический размер системы l, кинематический коэффициент вязкости ν среды и т. д., которые в опытах не изменялись. Тем самым отпадает необходимость в проведении дополнительных измерений.

Покажем теперь, как такие функции определяются практически. Пусть имеется степенная зависимость вида (2-80). Логарифмируя это уравнение и обозначая lg Re через x, lg Nu через y и lg c через A, получаем:

$$y = A + nx.$$

Последнее соотношение является уравнением прямой, при этом $A = y$ при $x = 0$, а $n = \operatorname{tg} \varphi$, где φ — угол наклона прямой к оси абсцисс (рис. 2-9). По графику определяется значение n как отношение катетов. Определив значение n, определяют и значение постоянной из соотношения $c = \mathrm{Nu}/\mathrm{Re}^n$, которому удовлетворяет любая точка прямой. Проверкой применимости степенной зависимости является тот факт, что в логарифмических координатах все опытные точки укладываются на прямую. Если же точки располагаются по кривой, то эту кривую обычно заменяют ломаной. Для отдельных участков такой кривой значения c и n различны. Если искомая величина является функцией двух аргументов, на графике получается семейство прямых, второй аргумент берется в качестве параметра.

Так как в процессе теплообмена температура жидкости меняется, то меняются, следовательно, и значения ее физических свойств. Поэтому это обстоятельство должно учитываться при обобщении опытных данных. Один из путей учета состоит в осреднении физических свойств с помощью введения так называемой *определяющей температуры*, по которой определяются значения физических параметров, входящих в числа подобия. Довольно распространенным является выбор в качестве определяющей средней температуры $t_{\text{ср}} = 0{,}5\ (t_{\text{с}} + t_{\text{ж}})$, где $t_{\text{с}}$ — температура поверхности; $t_{\text{ж}}$ — температура жидкости. В ряде случаев в качестве определяющей выбирается средняя температура жидкости $t_{\text{ж}}$, температура поверхности нагрева $t_{\text{с}}$, температура жидкости на входе в теплообменный аппарат $t'_{\text{ж}}$ и др. Однако следует помнить, что универсальной температуры, выбором которой во всех случаях автоматически учитывалась бы зависимость теплоотдачи от изменения физических свойств с температурой, не существует. Поэтому при обработке опытных данных по теплообмену и гидравлическому сопротивлению за определяющую температуру целесообразно рекомендовать принимать такую, которая в технических расчетах бывает задана или легко может быть определена, а влияние изменения физических свойств теплоносителя учитывать, если это необходимо, путем введения дополнительной поправки (множителя) в обобщенные уравнения подобия.

При записи расчетных формул принятую определяющую температуру следует отмечать в виде индекса. Если, например, в качестве определяющей принята температура стенки, то ставится индекс «с», если температура потока — индекс «ж», если средняя из них — индекс «ср».

3 Заказ № 1177

При обобщении опытных данных важным также является вопрос о выборе *определяющего размера*. Хотя с точки зрения теории подобия в подобных геометрических системах любой размер может быть принят в качестве определяющего, в качестве такого целесообразно выбирать тот размер, которым определяется развитие процесса. При этом обобщенные зависимости для однотипных, но геометрически не подобных систем, оказываются близкими или даже одинаковыми, что представляет большое удобство для практических расчетов. Например, при конвективном теплообмене в круглых трубах в качестве определяющего размера обычно берется диаметр. Для каналов неправильного и сложного сечения целесообразно брать эквивалентный диаметр, равный учетверенной площади поперечного сечения канала, деленной на полный смоченный периметр сечения (независимо от того, какая часть этого периметра участвует в теплообмене). При поперечном обтекании трубы и пучка труб в качестве определяющего размера берется диаметр

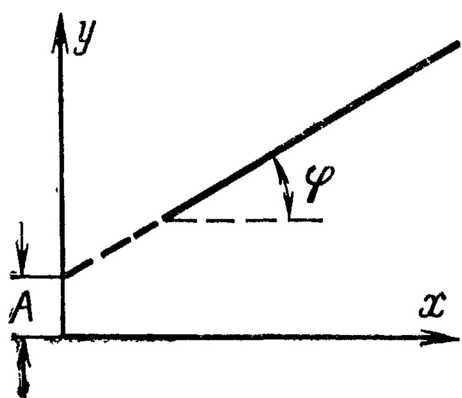


Рис. 2-9. Графический способ установления степенной зависимости между переменными.

трубы, а при обтекании плиты — ее длина по направлению движения. Если в качестве определяющего размера принимается длина, то ставится индекс l, а если диаметр — индекс d. В этом случае число Re, например, следует писать так:

$$\mathrm{Re}_{d\text{ж}}=\frac{wd}{\nu_{\text{ж}}} \text{ или } \mathrm{Re}_{l\text{ж}}=\frac{wl}{\nu_{\text{ж}}}.$$

В настоящее время опытные данные по теплообмену, как правило, обрабатываются в числах подобия. Но в справочниках и пособиях еще встречаются иногда формулы и такого вида:

$$\alpha=A\Delta t^n \text{ и } \alpha=Bw^m. \tag{2-81}$$

Однако такими простыми формулами можно пользоваться лишь в том случае, если в проектируемом аппарате условия протекания процесса в точности соответствуют тем, какие были при проведении экспериментов, на основании которых получены эти формулы. В этих формулах из многих фактически влияющих факторов учитываются лишь некоторые, например только температурный напор Δt или только скорость w.

Если же условия, имевшие место в опыте и в проектируемом аппарате различны, то при расчетах следует пользоваться такими формулами, в которых учитывалось бы большее число переменных, определяющих собой протекание процесса. Этому требованию удовлетворяют только обобщенные зависимости. Поэтому при выборе расчетной формулы им следует отдавать безусловное предпочтение.

Вначале кажется, что при пользовании обобщенными формулами нужно провести большую вычислительную работу. На самом деле эти затруднения не так велики. Следует лишь помнить, что числа подобия Nu, Re, Gr, Pr и др. являются условными символами. Подставив их значения, всегда можно зависимость искомой величины от других переменных представить в явном виде.

Более того, имея в виду конкретные условия теплообмена, можно провести ряд упрощений и сложную зависимость вида (2-80) привести к простой, типа (2-81). Вновь полученная формула будет отличаться только постоянным коэффициентом, которым учитываются все особенности рассматриваемого случая теплообмена. Таким образом, формулы типа (2-81) могут использоваться лишь применительно к конкретным случаям теплообмена. Пример преобразования и упрощения уравнения подобия приводится ниже.

На основе опытов по изучению теплоотдачи при движении воздуха внутри трубы была установлена следующая обобщенная зависимость:

$$\mathrm{Nu}_{d\text{ж}} = 0{,}018\,\mathrm{Re}_{d\text{ж}}^{0{,}80}.$$

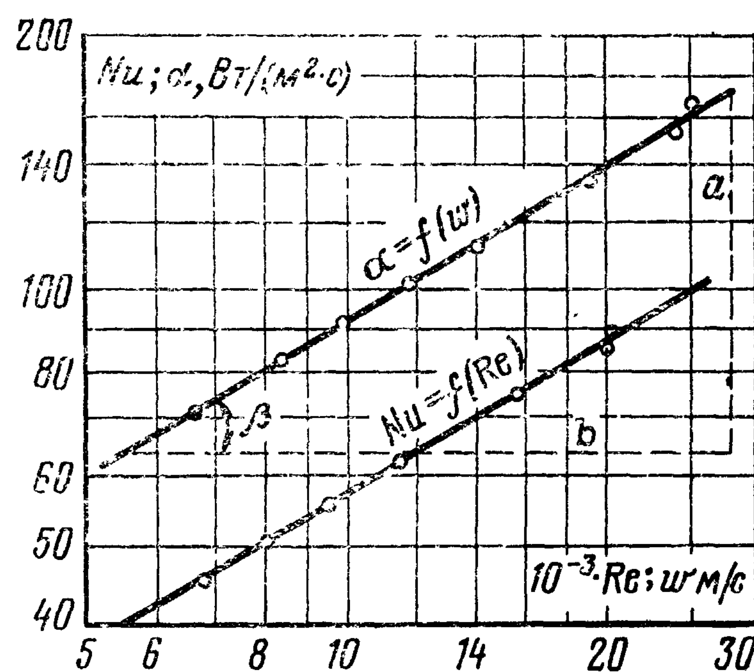


Рис. 2-10. Установление степенной зависимости между переменными.

После подстановки значений $\mathrm{Nu}_{d\text{ж}}$ и $\mathrm{Re}_{d\text{ж}}$ зависимость принимает вид:

$$\frac{\alpha d}{\lambda_{\text{ж}}} = 0{,}018\left(\frac{wd}{\nu_{\text{ж}}}\right)^{0{,}80},$$

откуда

$$\alpha = 0{,}018\frac{\lambda_{\text{ж}}}{\nu_{\text{ж}}^{0{,}80}}\,\frac{w^{0{,}80}}{d^{0{,}20}}. \qquad (2\text{-}82)$$

Когда исследуемая зависимость представлена в таком явном виде, легко оценить роль и влияние отдельных величин в процессе теплоотдачи. Влияние каждой величины тем больше, чем выше ее показатель степени. В этом отношении в уравнении (2-82) на первом месте стоит теплопроводность жидкости $\lambda_{\text{ж}}$, затем скорость w, кинематический коэффициент вязкости жидкости $\nu_{\text{ж}}$, и, наконец, диаметр трубы d.

Формулу (2-82) можно представить и в таком виде:

$$\alpha = B\frac{w^{0{,}80}}{d^{0{,}20}}, \qquad (2\text{-}83)$$

где коэффициент $B = 0{,}018 \frac{\lambda_ж}{\nu_ж^{0,80}}$ зависит лишь от средней температуры воздуха и его значение может быть вычислено заранее.

По внешнему виду формула (2-83) аналогична формуле (2-81), но по содержанию они различны: формулой (2-83) дополнительно учитывается влияние температуры воздуха и диаметра трубопровода. Приведенный пример показывает, что любое уравнение подобия можно преобразовать и привести к простой зависимости для технических расчетов.

Пример 2-1. С трубкой диаметром d = 12 мм было проведено исследование теплоотдачи в поперечном потоке воздуха. Результаты этих опытов приведены в табл. 2-1. Требуется установить зависимости $\alpha = f(w)$ и $Nu_{dж} = f(Re_{dж})$.

Таблица 2-1

w, м/с	α, Вт/(м²·°С)	$Re_{dж} \times 10^{-3}$	$Nu_{dж}$	w, м/с	α, Вт/(м²·°С)	$Re_{dж} \times 10^{-3}$	$Nu_{dж}$
6,8	72,1	5,45	39,9	14,2	113	11,6	62,5
8,45	81,6	6,87	45,1	19,1	136	15,1	75,5
10,1	91,8	9,04	50,6	24,8	155	20,2	86,1
11,9	102,6	9,55	56,4	25,8	162	20,4	87,9

Установим сначала первую зависимость. Прежде всего необходимо убедиться, удовлетворяют ли опытные данные степенной зависимости. Для этого в логарифмических координатах строится график $\alpha = f(w)$ (рис. 2-10). Как видно из графика, все точки хорошо укладываются на прямую. Теперь определим значения постоянных n и c. Показатель степени $n = \operatorname{tg} \beta = a/b = 0{,}6$ (a и b измеряются простым масштабом). Значение постоянной определяется из соотношения $c = \alpha/w^{0,6}$, которое справедливо для любой точки прямой. Таких определений надо сделать не менее трех и взять их среднеарифметическое значение:

$$\text{при } w = 6 \text{ м/с} \qquad c = \frac{67{,}5}{6^{0,6}} = \frac{67{,}5}{2{,}94} = 22{,}9;$$

$$\text{при } w = 12 \text{ м/с} \qquad c = \frac{102}{12^{0,6}} = \frac{102}{4{,}45} = 22{,}9;$$

$$\text{при } w = 25 \text{ м/с} \qquad c = \frac{158}{25^{0,6}} = \frac{158}{6{,}9} = 22{,}9.$$

Среднеарифметическое значение c = 22,9 и поэтому окончательно имеем $\alpha = 22{,}9\, w^{0,6}$.

Произведя аналогичные операции для второй искомой зависимости $Nu_{dж} = f(Re_{dж})$, получим $Nu_{dж} = 0{,}227\, Re_{dж}^{0,6}$. Последнюю формулу можно развернуть и представить, например, в таком виде:

$$\alpha = 0{,}227 \frac{\lambda_ж}{\nu_ж^{0,6}} \frac{w^{0,6}}{d^{0,4}}.$$

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

ТЕПЛООБМЕН В ЖИДКОСТЯХ И ГАЗАХ

3-1. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ОБТЕКАНИИ ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ (ПЛАСТИНЫ)

1. **Гидродинамические условия развития процесса.** При продольном течении жидкости вдоль плоской поверхности происходит образование динамического пограничного слоя, в пределах которого вследствие сил вязкого трения скорость изменяется от значения скорости невозмущенного потока w_0 на внешней границе слоя до нуля на самой поверхности пластины. По мере движения потока вдоль поверхности толщина пограничного слоя постепенно воз-

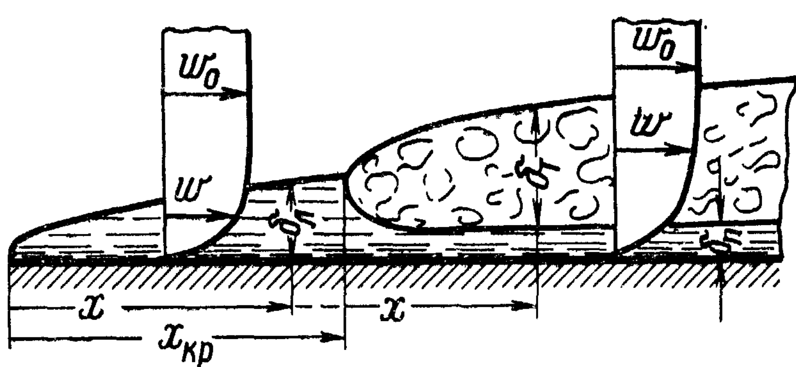


Рис. 3-1. Схема движения жидкости при обтекании пластины.

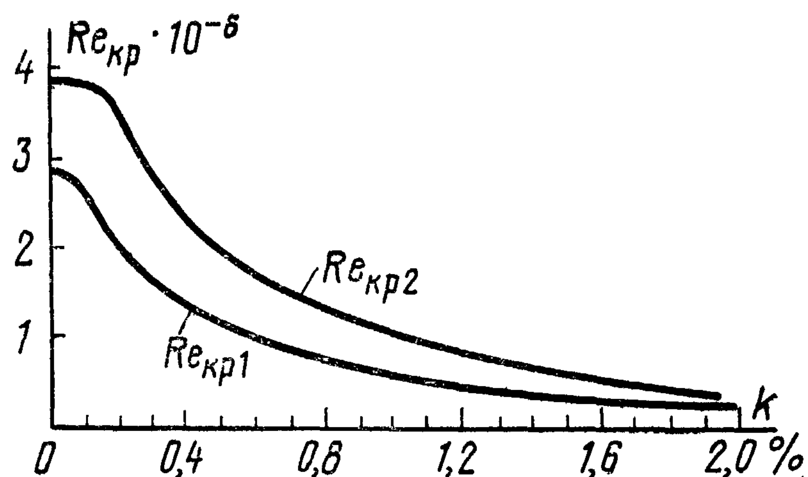


Рис. 3-2. Зависимость критического числа Re от степени турбулентности потока.

растает; тормозящее воздействие стенки распространяется на все более далекие слои жидкости. На небольших расстояниях от передней кромки пластины пограничный слой весьма тонкий и течение жидкости в нем носит струйный ламинарный характер. Далее, на некотором расстоянии $x_{кр}$ в пограничном слое начинают возникать вихри и течение принимает турбулентный характер. Вихри обеспечивают интенсивное перемешивание жидкости в пограничном слое, однако в непосредственной близости от поверхности они затухают и здесь сохраняется очень тонкий вязкий подслой. Описанная картина развития процесса показана на рис. 3-1.

Толщина пограничного слоя δ зависит от расстояния от передней кромки пластины, скорости потока w_0 и кинематического коэффициента вязкости ν. При ламинарном пограничном слое

$$\delta_л = 5 \frac{x}{Re_x^{1/2}} = 5 \left(\frac{x\nu}{w_0} \right)^{1/2}. \tag{3-1}$$

При турбулентном пограничном слое

$$\delta_т = 0{,}37 \frac{x}{Re_x^{0,2}} = 0{,}37 \left(\frac{x^4\nu}{w_0} \right)^{1/5}, \tag{3-2}$$

где $Re_x = w_0 x/\nu$ — число Рейнольдса, в котором в качестве характерного размера принято расстояние x.

Переход к турбулентному режиму течения жидкости в пограничном слое определяется критическим значением числа Рейнольдса:

$$\mathrm{Re}_{x\,\text{кр}} = \frac{w_0 x_{\text{кр}}}{\nu},$$

которое при продольном обтекании пластины обычно принимают равным $5 \cdot 10^5$.

Более подробный анализ показывает, что величина $\mathrm{Re}_{\text{кр}}$ зависит от ряда факторов. Основное влияние оказывает степень начальной турбулентности набегающего потока, т. е. наличие в потоке начальных возмущений и завихрений. Степень турбулентности потока принято характеризовать отношением величины средней скорости турбулентных пульсаций $v_{\text{п}}$ к скорости движения потока w_0, т. е. коэффициентом $k = v_{\text{п}}/w_0$. Чем выше начальная турбулентность потока, тем меньше величина $\mathrm{Re}_{\text{кр}}$. Средняя скорость пульсаций в потоке определяется как

$$v_{\text{п}} = \sqrt{\frac{1}{3} (\vec{v}')^2_{\text{ср}}},$$

где $\vec{v}'$ — мгновенное значение вектора пульсационной скорости; $(\vec{v}')^2_{\text{ср}}$ — осредненное во времени значение квадрата $\vec{v}'$.

Кроме того, на величину $\mathrm{Re}_{\text{кр}}$ может влиять шероховатость поверхности пластины, интенсивность теплообмена и т. д. Сам переход от ламинарного к турбулентному режиму течения жидкости в пограничном слое, как показывают опытные данные, происходит не в точке, а на некотором участке, в связи с чем иногда вводят два значения: $\mathrm{Re}_{\text{кр}1}$ и $\mathrm{Re}_{\text{кр}2}$, где $\mathrm{Re}_{\text{кр}1} = w_0 x_{\text{кр}1}/\nu$ — критическое число Рейнольдса, отвечающее переходу от ламинарного к переходному режиму течения, когда в пограничном слое возникают первые вихри и пульсации; $\mathrm{Re}_{\text{кр}2} = w_0 x_{\text{кр}2}/\nu$ — критическое число Рейнольдса для перехода к развитому турбулентному режиму течения. На рис. 3-2 приведены зависимости $\mathrm{Re}_{\text{кр}1}$ и $\mathrm{Re}_{\text{кр}2}$ от степени начальной турбулентности набегающего потока.

Впервые теоретический расчет распределения скоростей в ламинарном пограничном слое выполнил Г. Блазиус в 1908 г. Он установил, что отношение скоростей $w(x, y)/w_0$ зависит только от одной переменной $\eta = y\sqrt{w_0/\nu x}$, т. е. профиль скорости в пограничном слое имеет вид:

$$w/w_0 = f(\eta). \tag{3-3}$$

График этого профиля показан на рис. 3-3. Хотя строго теоретически w стремится к значению w_0 лишь асимптотически, из рис. 3-3 видно, что уже при значении $\eta \approx 5$ различие между w и w_0 практически исчезает (точнее, при $\eta \approx 5$ $w \approx 0{,}99\ w_0$). Это значение $\eta = 5$ определяет расстояние $y = \delta$, принимаемое обычно за толщину ламинарного пограничного слоя; отсюда следует формула (3-1).

Поток, обтекающий пластину, оказывает на нее определенное динамическое воздействие. Последнее проявляется в форме силы, приложенной к поверхности пластины и направленной по касательной к ней в сторону движения жидкости. Такая касательная сила, отнесенная к единице поверхности

пластины, называется касательным напряжением трения и определяется согласно закону вязкого трения Ньютона как

$$s = \mu \left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_{y \to 0}.$$

Производная $\left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_{y \to 0}$ с учетом зависимости (3-3) может быть записана в виде

$$\left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_{y \to 0} = \left. \frac{dw}{d\eta} \right|_{\eta \to 0} \frac{\partial \eta}{\partial y} = w_0 \sqrt{\frac{w_0}{\nu x}} \left. \frac{df}{d\eta} \right|_{\eta \to 0} = 0{,}33 w_0 \sqrt{\frac{w_0}{\nu x}},$$

так как из рис. 3-3 видно, что

$$\left. \frac{df}{d\eta} \right|_{\eta \to 0} = \operatorname{tg} \beta = 0{,}33.$$

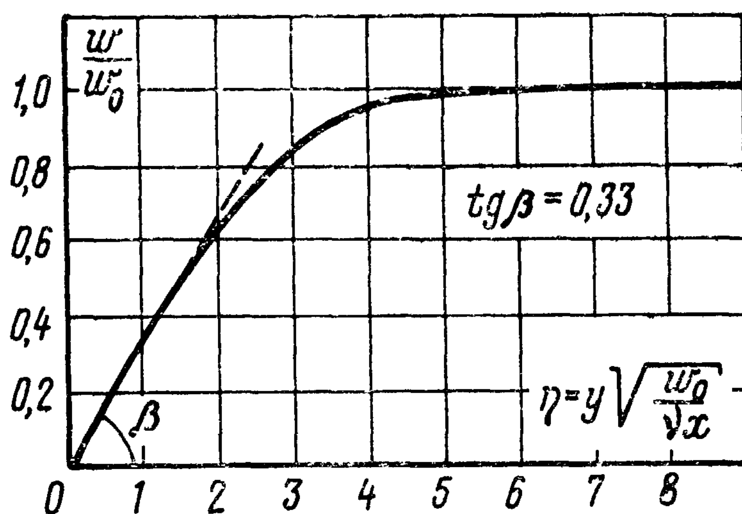


Рис. 3-3. Распределение скоростей при ламинарном режиме течения в пограничном слое.

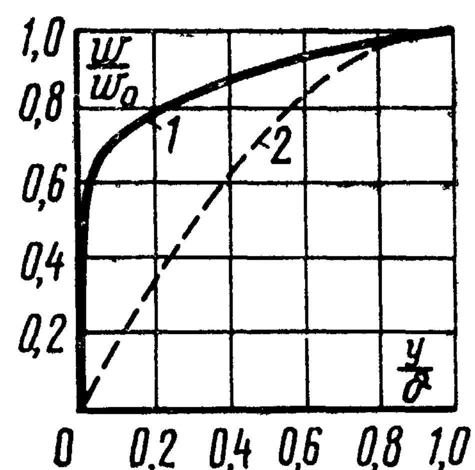


Рис. 3-4. Распределение скоростей в пограничном слое в относительных координатах.

1 — турбулентный режим течения; *2* — ламинарный режим течения.

Поэтому окончательно получаем:

$$s = 0{,}33 \rho w_0^2 \left(w_0 x / \nu \right)^{-1/2}. \tag{3-4}$$

Это выражение определяет значение касательного напряжения трения s в точке, отстоящей от начала пластины на расстоянии x.

Среднее касательное напряжение на участке 0—l составляет:

$$\bar{s} = \frac{1}{l} \int_0^l s \, dx.$$

После вычислений имеем:

$$\bar{s} = 0{,}66 \rho w_0^2 \left(w_0 l / \nu \right)^{-1/2}. \tag{3-5}$$

Из уравнений (3-4) и (3-5) видно, что касательное напряжение при ламинарном течении в пограничном слое уменьшается вдоль пластины по закону $x^{-1/2}$ или $l^{-1/2}$.

В турбулентном пограничном слое распределение скоростей, как показывают опытные данные, имеет вид, представленный в относительных координатах на рис. 3-4 (кривая *1*). Это распределение скоростей с хорошим приближением описывается соотношением

$$w/w_0 = (y/\delta_т)^{1/7}, \tag{3-6}$$

которое справедливо в турбулентной области пограничного слоя.

В очень тонком (вязком) подслое вблизи самой поверхности изменение скорости переходит в прямолинейное. На рис. 3-4 для сравнения показано также распределение скоростей при ламинарном течении в пограничном слое в тех же координатах (кривая *2*).

Касательное напряжение трения при турбулентном пограничном слое, согласно опытным данным, определяется выражением

$$s = 0{,}03\rho w_0^2 \left(w_0 x/\nu\right)^{-1/5}. \qquad (3\text{-}7)$$

Среднее значение составляет:

$$\bar{s} = 0{,}037\rho w_0^2 \left(w_0 l/\nu\right)^{-1/5}. \qquad (3\text{-}8)$$

Эти формулы справедливы при значениях Re до 10^7.

Из формулы (3-7) видно, что касательное напряжение трения при турбулентном пограничном слое уменьшается по закону $x^{-1/5}$, т. е. в меньшей степени, чем при ламинарном пограничном слое.

2. **Теплоотдача.** Когда температура поверхности пластины $t_с$ и температура набегающего потока $t_ж$ различны, между поверхностью и потоком теплоносителя (жидкостью или газом) происходит процесс теплообмена. Согласно закону Ньютона—Рихмана

$$q = \alpha \left(t_с - t_ж\right)$$

плотность теплового потока пропорциональна величине температурного напора $t_с—t_ж$. Коэффициент теплоотдачи α зависит от гидродинамической картины и режима течения теплоносителя, расстояния x от передней кромки пластины и теплофизических свойств среды.

В процессе теплообмена около поверхности пластины формируется тепловой пограничный слой, в пределах которого температура теплоносителя изменяется от значения, равного температуре стенки $t_с$, до температуры потока вдали от поверхности $t_ж$ (рис. 3-5). Характер распределения температуры в тепловом пограничном слое зависит от режима течения жидкости в динамическом пограничном слое. Сам характер формирования теплового слоя оказывается во многом сходным с характером развития динамического пограничного слоя. Так, при ламинарном пограничном слое отношение толщины динамического $\delta_л$ и теплового $\Delta_л$ слоев зависит только от числа Прандтля, т. е. от теплофизических свойств теплоносителя. Это значит, что зависимость $\Delta_л$ от скорости w_0 и расстояния x сохраняется такой же, как и для динамического слоя. При значении Pr = 1 толщины слоев оказываются равными друг другу: $\Delta_л = \delta_л$. При ламинарном течении перенос теплоты между слоями жидкости, движущимися вдоль поверхности, осуществляется путем теплопроводности. При турбулентном пограничном слое основное изменение температуры происходит в пределах тонкого вязкого подслоя около поверхности, через который теплота переносится также только путем теплопроводности. В турбулентном ядре пограничного слоя из-за интенсивного перемешивания жидкости изменение температуры незначительно и поле температур имеет ровный, пологий характер. Таким образом, как при ламинарном,

так и при турбулентном режиме движения жидкости в пограничном слое между распределением температур и скоростей существует качественное сходство (рис. 3-5, *б*, *в*).

При увеличении разности температур $t_с - t_ж$ происходит дополнительное усложнение процесса, связанное с изменением физических параметров теплоносителя с температурой. Чем значительней перепады температур, тем больше отличаются вязкость, теплопроводность и теплоемкость теплоносителя в разных точках в пределах пограничного слоя. В итоге этот эффект оказывает влияние на интенсивность теплоотдачи. Например, если теплота пере-

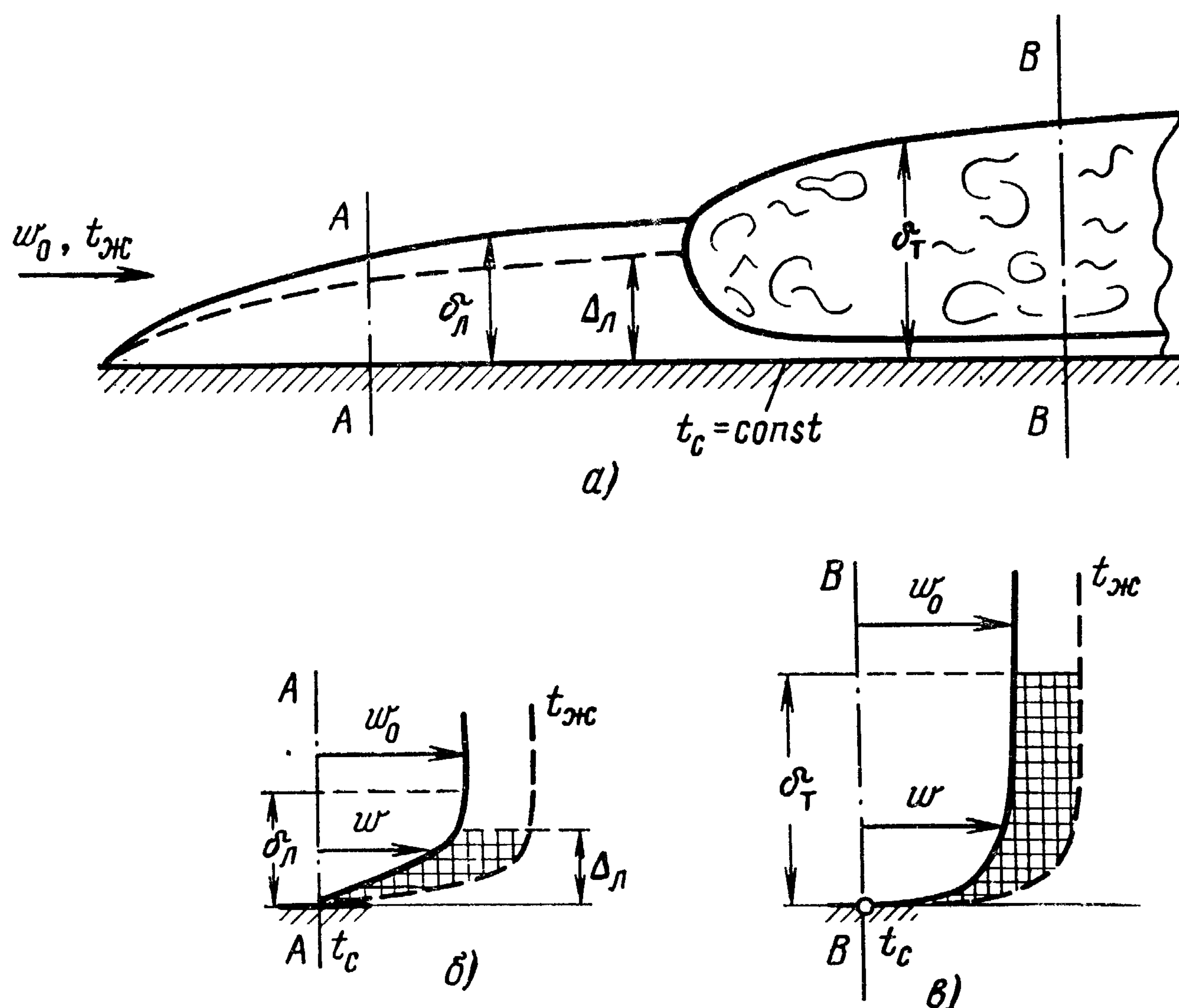


Рис. 3-5. Тепловой и динамический пограничные слои при обтекании пластины (*а*). Поле температур и скоростей в ламинарном (*б*) и турбулентном (*в*) пограничных слоях.

дается от капельной жидкости к стенке (т. е. происходит охлаждение жидкости в пограничном слое), то температура слоев жидкости у поверхности становится меньше, а вязкость больше и, следовательно, скорость течения уменьшается. Изменяется гидродинамическая картина течения, что вызывает также изменение и теплоотдачи.

В результате обобщения многочисленных опытных данных по теплоотдаче при продольном обтекании пластины различными теплоносителями были получены следующие расчетные зависимости.

При ламинарном режиме течения в пограничном слое местный коэффициент теплоотдачи определяется из соотношения [26]

$$\mathrm{Nu}_{xж} = 0{,}33\,\mathrm{Re}_{xж}^{0,5}\,\mathrm{Pr}_ж^{0,33}\,(\mathrm{Pr}_ж/\mathrm{Pr}_с)^{0,25}. \qquad (3\text{-}9)$$

Для определения среднего коэффициента теплоотдачи из соотношения (3-9) можно получить зависимость

$$\overline{Nu}_{l\text{ж}} = 0{,}66\,Re_{l\text{ж}}^{0,5}\,Pr_{\text{ж}}^{0,33}\,(Pr_{\text{ж}}/Pr_{\text{с}})^{0,25}. \qquad (3\text{-}10)$$

При турбулентном режиме течения в пограничном слое местный коэффициент теплоотдачи определяется из соотношения [64]

$$Nu_{x\text{ж}} = 0{,}03\,Re_{x\text{ж}}^{0,8}\,Pr_{\text{ж}}^{0,43}\,(Pr_{\text{ж}}/Pr_{\text{с}})^{0,25}. \qquad (3\text{-}11)$$

Для определения среднего коэффициента теплоотдачи из соотношения (3-11) следует зависимость

$$\overline{Nu}_{l\text{ж}} = 0{,}037\,Re_{l\text{ж}}^{0,8}\,Pr_{\text{ж}}^{0,43}\,(Pr_{\text{ж}}/Pr_{\text{с}})^{0,25}. \qquad (3\text{-}12)$$

В соотношениях (3-9) — (3-12)

$$Nu_{x\text{ж}} = \alpha x/\lambda_{\text{ж}}; \quad \overline{Nu}_{l\text{ж}} = \overline{\alpha} l/\lambda_{\text{ж}};$$

$$Re_{x\text{ж}} = w_0 x/\nu_{\text{ж}}; \quad Re_{l\text{ж}} = w_0 l/\nu_{\text{ж}};$$

$$Pr_{\text{ж}} = \nu_{\text{ж}}/a_{\text{ж}}; \quad Pr_{\text{с}} = \nu_{\text{с}}/a_{\text{с}}.$$

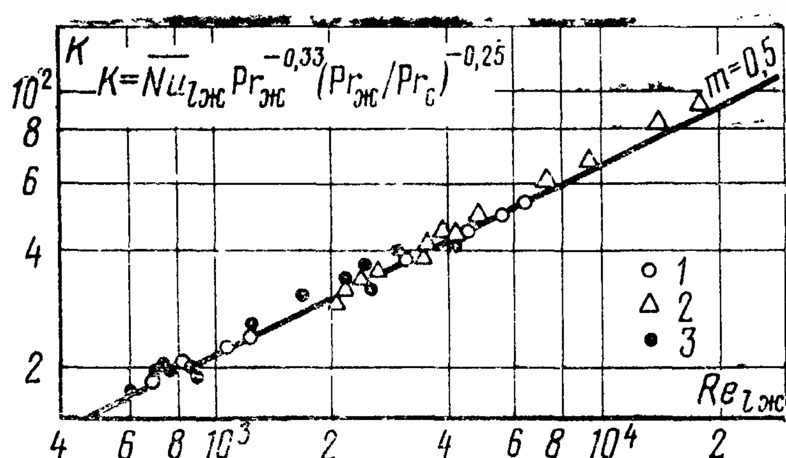


Рис. 3-6. Средняя теплоотдача пластин при ламинарном режиме течения.
1 — воздух; *2* — вода; *3* — трансформаторное масло.

Индексы «ж» и «с» указывают на то, что физические свойства теплоносителя относятся к $t_{\text{ж}}$ и $t_{\text{с}}$ соответственно. Множитель $(Pr_{\text{ж}}/Pr_{\text{с}})^{0,25}$, входящий в эти формулы, представляет собой поправку, учитывающую влияние изменения физических параметров теплоносителя с изменением температуры на теплоотдачу. Можно сказать, что этот множитель характеризует зависимость теплоотдачи от направления и величины теплового потока.

При нагревании капельной жидкости (прямое направление теплового потока) $Pr_{\text{ж}}/Pr_{\text{с}} > 1$, при охлаждении (обратное направление теплового потока) $Pr_{\text{ж}}/Pr_{\text{с}} < 1$.

Расчетные формулы (3-9) — (3-12) для газов можно упростить. Для воздуха $Pr = 0{,}71$ и расчетные формулы для средней теплоотдачи принимают вид:

а) при ламинарном режиме течения в пограничном слое

$$\overline{Nu}_{l\text{ж}} = 0{,}57\,Re_{l\text{ж}}^{0,5}; \qquad (3\text{-}13)$$

б) при турбулентном режиме течения в пограничном слое

$$\overline{Nu}_{l\text{ж}} = 0{,}032\,Re_{l\text{ж}}^{0,8}. \qquad (3\text{-}14)$$

Формулы (3-9) — (3-14) применимы для условий, когда температура пластины постоянна ($t_{\text{с}} = \text{const}$), т. е. не изменяется по длине.

На рис. 3-6 приведены результаты обобщения опытных данных по средней теплоотдаче пластины при ламинарном пограничном слое [26]. На рис. 3-7 приведены результаты обобщения опытных

данных по теплоотдаче пластины при турбулентном пограничном слое [64].

Качественное изменение локального коэффициента теплоотдачи $\alpha_{лок}$ по длине пластины показано на рис. 3-8. Уменьшение $\alpha_{лок}$ на начальном участке пластины *1* связано с развитием ламинарного

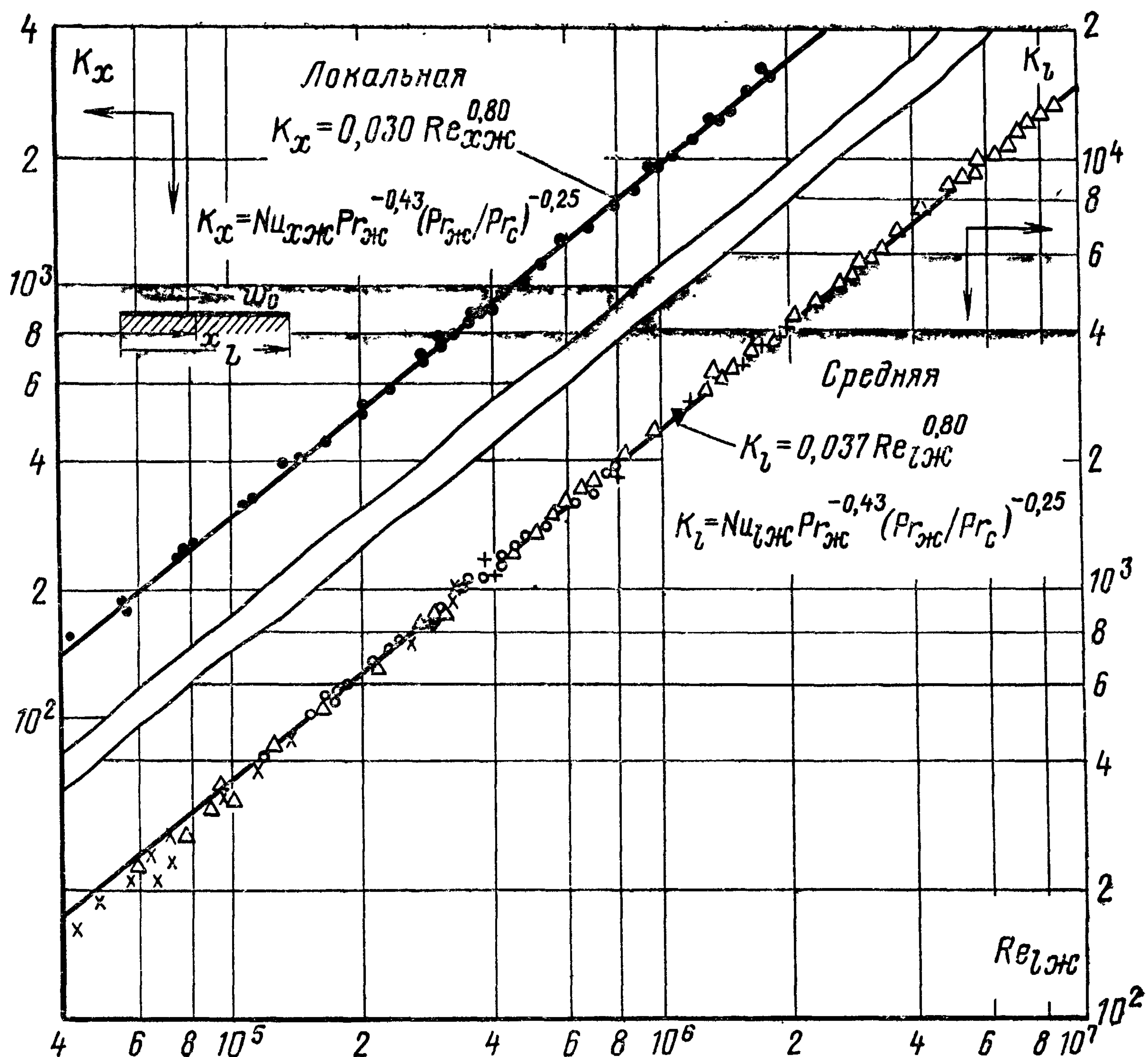


Рис. 3-7. Локальная и средняя теплоотдача пластины при турбулентном режиме течения жидкости.

пограничного слоя; здесь $\alpha_{лок}$ пропорционален $1/\sqrt{x}$, что следует из соотношения (3-9). Переходная зона *2* характеризуется увеличением теплоотдачи в связи с появлением турбулентного перемешивания. Для области развитого турбулентного пограничного слоя *3* характерно более плавное изменение $\alpha_{лок}$ по длине; $\alpha_{лок}$ пропорционален $1/\sqrt[5]{x}$, что следует из соотношения (3-11).

Впервые теоретический расчет распределения температур и теплоотдачи в ламинарном пограничном слое выполнил Польгаузен в 1921 г. В этом исследовании физические свойства теплоносителя предполагались постоянными, а температура поверхности пластины — постоянной по длине. Польгаузен установил, что отношение температурных напоров $(t-t_c)/(t_ж-t_c)$ при фиксированном значении числа Pr зависит только от одной переменной $\eta =$

$= y\sqrt{w_0/\nu x}$, т. е. профили температурных напоров в пограничном слое имеют вид:

$$\frac{t - t_c}{t_ж - t_c} = \varphi(\eta, \Pr). \tag{3-15}$$

График этой зависимости показан на рис. 3-9. При значении $\Pr = 1$ профили температурных напоров и скоростей оказываются тождественными. При увеличении значения Pr толщина теплового пограничного слоя становится меньше толщины динамического пограничного слоя. Между ними, имеется простое соотношение $\delta_л/\Delta_л = \Pr^{1/3}$, справедливое при $\Pr \geqslant 0{,}6$. Плотность теплового потока согласно закону Фурье равна:

$$q = -\lambda \left.\frac{\partial t}{\partial y}\right|_{y \to 0}.$$

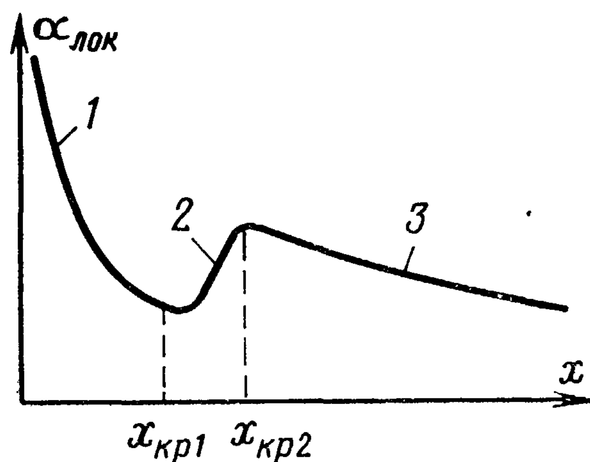


Рис. 3-8. Изменение локального коэффициента теплоотдачи по длине пластины.

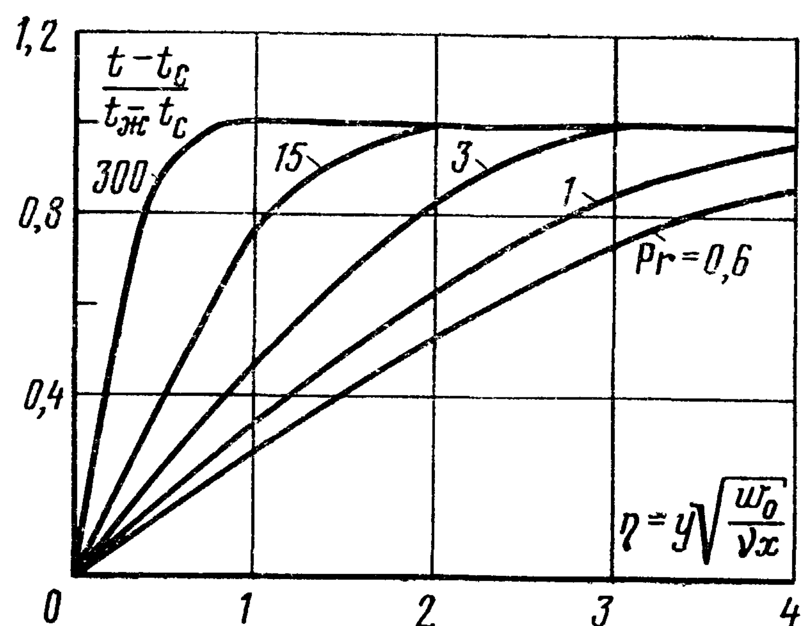


Рис. 3-9. Профили температурных напоров в ламинарном пограничном слое при различных значениях Pr.

Производная $\left.\frac{\partial t}{\partial y}\right|_{y \to 0}$ с учетом зависимости (3-15) может быть записана виде

$$\left.\frac{\partial t}{\partial y}\right|_{y \to 0} = \frac{\partial (t - t_c)}{\partial y} = (t_ж - t_c) \left.\frac{d\varphi}{d\eta}\right|_{\eta \to 0} \frac{\partial \eta}{\partial y} =$$

$$= (t_ж - t_c) \sqrt{\frac{w_0}{\nu x}} \left.\frac{d\varphi}{d\eta}\right|_{\eta \to 0}.$$

Результаты исследования Польгаузена показывают, что при $\Pr \geqslant 0{,}6$ производная $\left.\frac{d\varphi}{d\eta}\right|_{\eta \to 0} = 0{,}33 \Pr^{1/3}$. Поэтому в итоге плотность теплового потока равна:

$$q = 0{,}33\lambda (t_ж - t_c) \sqrt{\frac{w_0}{\nu x}} \Pr^{1/3},$$

или в безразмерном виде

$$\alpha x/\lambda = 0{,}33 \, (w_0 x/\nu)^{1/2} \Pr^{1/3},$$

или

$$\mathrm{Nu}_{x\text{ж}} = 0{,}33\,\mathrm{Re}_{x\text{ж}}^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}. \qquad (3\text{-}16)$$

Эта формула совпадает с обобщенной зависимостью (3-9) для случая постоянных физических свойств.

На практике температура поверхности пластины не всегда оказывается одинаковой во всех ее точках. Условие $t_\text{с} = \text{const}$, например, не выполняется в случае электрического обогрева, когда на каждом участке пластины выделяется одинаковое количество теплоты. Эта теплота через поверхность пластины отводится к теплоносителю. Таким образом, в этом случае в каждой точке поверхности неизменным оказывается плотность теплового потока $q = \text{const}$, тогда как температура стенки $t_\text{с}$ нарастает вдоль пластины. Соответственно увеличивается также температурный напор $t_\text{с}—t_\text{ж}$.

В тех случаях, когда температурный напор изменяется по поверхности теплообмена, средний коэффициент теплоотдачи целесообразно определять по соотношению

$$\bar{\alpha} = \frac{Q}{(\bar{t}_\text{с} - \bar{t}_\text{ж})\,F} = \frac{\bar{q}}{\bar{t}_\text{с} - \bar{t}_\text{ж}}. \qquad (3\text{-}17)$$

Такое определение показывает, что средний коэффициент теплоотдачи есть частное от деления средней по поверхности плотности теплового потока

$$\bar{q} = \frac{Q}{F} = \frac{1}{F}\int_F q\,dF$$

на средний по поверхности температурный напор

$$(\bar{t}_\text{с} - \bar{t}_\text{ж}) = \frac{1}{F}\int_F (t_\text{с} - t_\text{ж})\,dF.$$

Другой возможный метод получения среднего коэффициента теплоот дачи — формальное осреднение его локального значения

$$\alpha_\text{ср} = \frac{1}{F}\int_F \alpha\,dF \qquad (3\text{-}18)$$

— с практической точки зрения менее целесообразен, так как знание величины $\alpha_\text{ср}$ даже при известном среднем температурном напоре не позволяет рассчитать количество переданной теплоты. Следует обратить внимание на то, что при переменном температурном напоре величины $\alpha_\text{ср}$ и $\bar{\alpha}$ численно не одинаковы, т. е. $\alpha_\text{ср} \neq \bar{\alpha}$.

Определение среднего коэффициента теплоотдачи по соотношению (3-17) имеет также то преимущество, что при этом расчетные уравнения (3-10) и (3-12) для средней теплоотдачи изотермической пластины оказываются обычно справедливыми с достаточной степенью точности для нахождения среднего коэффициента теплоотдачи пластины с переменным по длине температурным напором. Так, например, при таком методе расчета среднего коэффициента теплоотдачи для пластины с $q = \text{const}$ поправки на неизотермичность составляют при ламинарном пограничном слое примерно $+\ 6\%$, а при турбулентном пограничном слое $+\ 1\%$.

В целом неизотермичность поверхности пластины проявляется в большей степени при ламинарном пограничном слое [26].

Пример 3-1. Гладкая плита шириной $b = 1$ м и длиной $l = 1{,}2$ м обдувается воздухом со скоростью $w_0 = 8$ м/с. Определить средний коэффициент теплоотдачи $\bar{\alpha}$ и полный тепловой поток Q, если температура стенки $t_\text{с} = 60$°C и температура воздуха $t_\text{ж} = 20$°C.

При $t_ж = 20°C$ имеем: $\lambda_ж = 0,0259$ Вт/(м·°С) и $\nu_ж = 15,06 \cdot 10^{-6}$ м²/с.

$$Re_{lж} = \frac{w_0 l}{\nu_ж} = \frac{8 \cdot 1,2}{15,06 \cdot 10^{-6}} = 6,35 \cdot 10^5; \quad Re_{lж}^{0,8} = 4,48 \cdot 10^4.$$

Подставляя эти значения в уравнение (3-14), получаем:

$$\overline{Nu}_{lж} = 0,032\, Re_{lж}^{0,8} = 0,032 \cdot 4,48 \cdot 10^4 = 1,42 \cdot 10^3,$$

откуда

$$\bar{\alpha} = \frac{\overline{Nu}_{lж} \lambda_ж}{l} = \frac{1,42 \cdot 10^3 \cdot 0,0259}{1,2} = 30,6 \text{ Вт/(м}^2 \cdot ^\circ\text{С)};$$

$$Q = \bar{\alpha} F \Delta t = \bar{\alpha} b l (t_с - t_ж) = 30,6 \cdot 1 \cdot 1,2 (60 - 20) = 1470 \text{ Вт}.$$

3-2. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ В ТРУБАХ

1. **Гидродинамические условия развития процесса.** При вынужденном движении жидкости внутри трубы различают два режима течения: ламинарный и турбулентный. Ламинарный режим наблю-

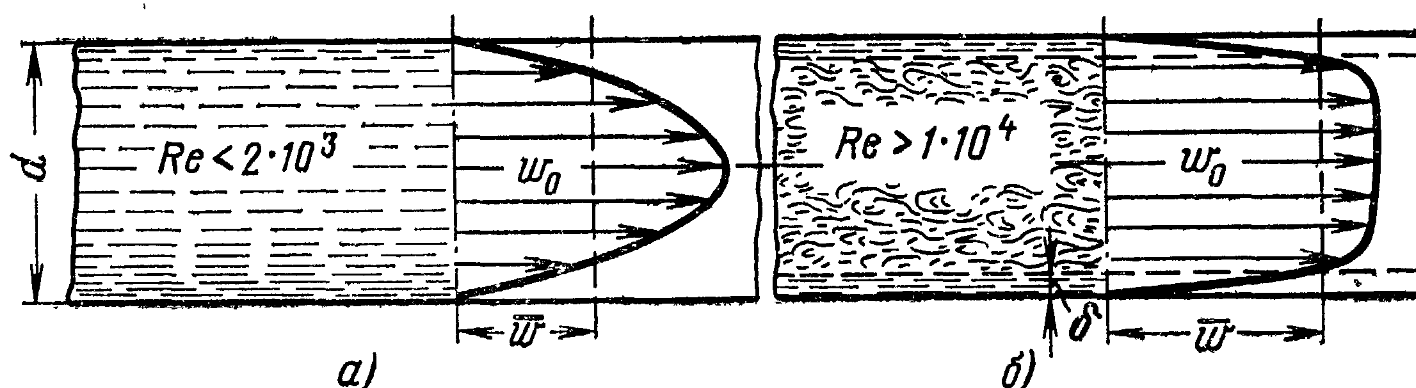


Рис. 3-10. Распределение скоростей по сечению при ламинарном (*а*) и турбулентном (*б*) режимах движения жидкости в трубе.

дается при малых скоростях движения жидкости. При скоростях потока, больших некоторого значения $w_{кр}$, режим течения переходит в турбулентный. Для различных жидкостей и трубопроводов критическая скорость различна. Режим течения жидкости определяется по величине числа $Re = wd/\nu$. Если Re меньше критического $Re_{кр}$, то режим течения ламинарный. При движении жидкости в трубах $Re_{кр} = 2 \cdot 10^3$. Развитый турбулентный режим течения устанавливается при значениях $Re > 1 \cdot 10^4$. Диапазон изменения Re от $2 \cdot 10^3$ до $1 \cdot 10^4$ соответствует переходному режиму течения.

Для ламинарного изотермического режима характерно параболическое распределение скоростей по сечению (рис. 3-10, *а*)

$$w = w_0 (1 - y^2/r^2),$$

где w_0 — скорость на оси трубы; w — скорость на расстоянии y от оси; r — радиус трубы.

В практических расчетах обычно имеют дело со средними значениями скорости:

$$\bar{w} = \frac{1}{f} \int_f w df = \frac{V}{f}, \qquad (3\text{-}19)$$

где $\overline{w}$ — средняя скорость; f — площадь поперечного сечения трубы; V — объемный расход жидкости.

Отношение средней скорости к максимальной при ламинарном режиме течения постоянно: $\overline{w}/w_0 = 0{,}5$.

Для развитого турбулентного режима движения жидкости распределение скорости по сечению трубы имеет вид усеченной параболы (рис. 3-10, *б*). Вблизи стенки трубы кривая изменяется резко, а в средней части сечения — турбулентном ядре потока — полого. Максимальная скорость наблюдается также на оси трубы.

Отношение средней скорости к максимальной является функцией числа Re

$$\overline{w}/w_0 = f\,(\mathrm{Re}).$$

На рис. 3-11 графически показана эта зависимость.

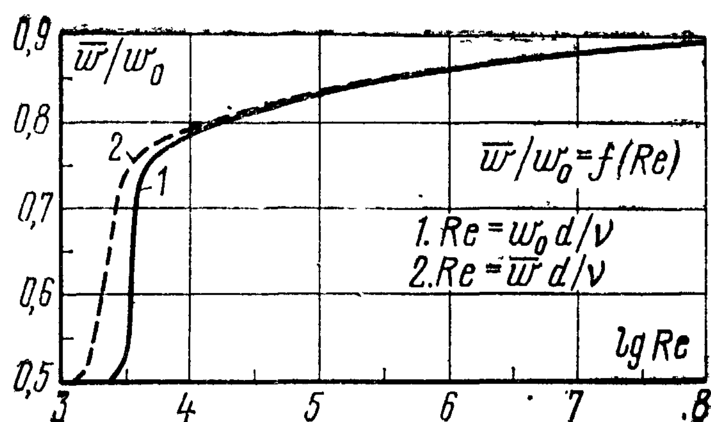


Рис. 3-11. Зависимость $\overline{w}/w_0 = f\,(\mathrm{Re})$ при турбулентном движении жидкости в трубе.

Приведенные законы распределения скоростей по сечению трубы справедливы лишь для так называемого **гидродинамически стабилизированного движения**. Стабилизация наступает не сразу, а на некотором расстоянии от входа в трубу. На этом участке характер движения и распределение скорости претерпевают большие изменения. Процесс стабилизации профиля скоростей происходит следующим образом. Вблизи входного сечения на поверхности трубы образуется динамический пограничный слой, толщина которого постепенно увеличивается по мере увеличения расстояния от входа в трубу. На некотором расстоянии от входа в трубу происходит смыкание слоев и течение

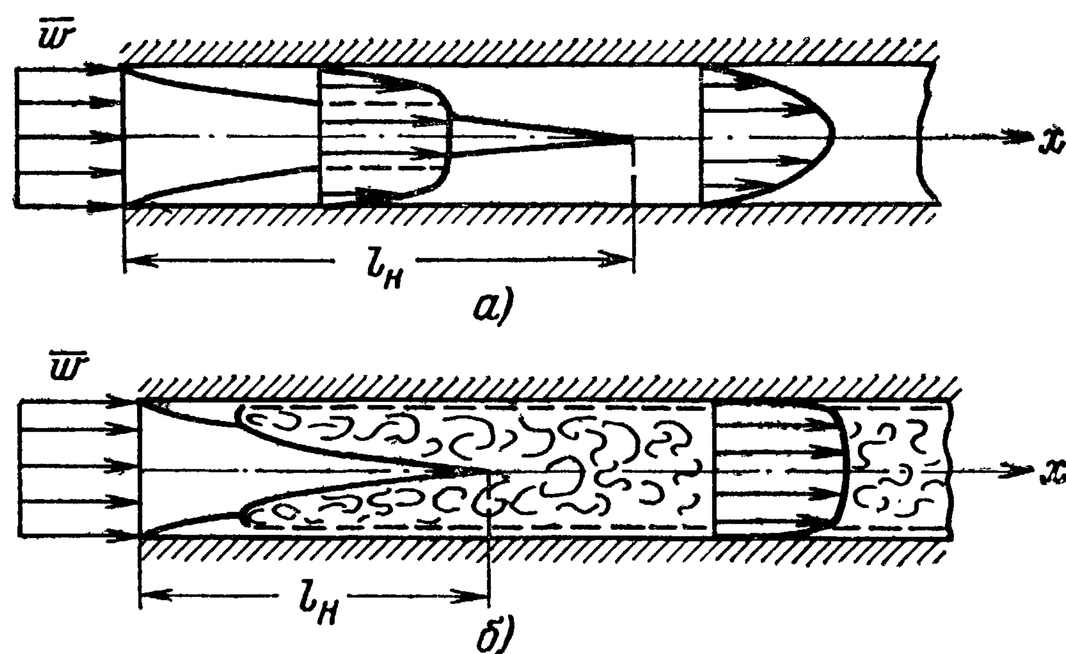


Рис. 3-12. Гидродинамическая стабилизация течения жидкости в трубе.

а — ламинарный режим течения; *б* — турбулентный режим течения.

приобретает стабилизированный характер. На рис. 3-12 схематически показано такое развитие процесса. Если число $\mathrm{Re} = \bar{w}d/\nu$ меньше критического, то на всем протяжении гидродинамического начального участка стабилизации течение в пограничном слое имеет ламинарный характер (рис. 3-12, *а*). Когда $\mathrm{Re} > \mathrm{Re}_{кр}$, вблизи входного сечения сначала формируется ламинарный пограничный слой, который затем переходит в турбулентный, и после смыкания турбулентных пограничных слоев устанавливается стабилизированное турбулентное течение жидкости (рис. 3-12, *б*). При этом у самой поверхности в очень тонком вязком подслое течение сохраняет ламинарный характер.

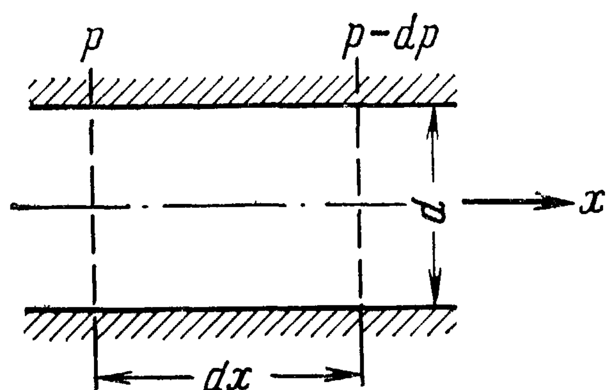


Рис. 3-13. Элемент жидкости в трубе.

Длина гидродинамического начального участка стабилизации потока при ламинарном режиме определяется соотношением

$$l_н = 0{,}05\, d\,\mathrm{Re}, \qquad (3\text{-}20)$$

т. е. значение $l_н$ тем больше, чем выше число $\mathrm{Re} = \bar{w}d/\nu$.

При турбулентном течении величина $l_н$ слабо зависит от Re и составляет примерно

$$l_н \approx 15d. \qquad (3\text{-}21)$$

При стабилизированном течении жидкости в трубе давление уменьшается в направлении движения потока. На каждом участке перепад давлений уравновешивается силой касательного напряжения трения s на стенках трубы, возникающего вследствие наличия сил вязкости. Для элемента жидкости, заключенного внутри объема $\frac{\pi d^2}{4} dx$ (рис. 3-13), уравнение баланса сил имеет следующий вид. Сила давления, приложенная к этому объему, равна разности полных давлений на его правой и левой гранях:

$$(p - dp)\frac{\pi d^2}{4} - p\frac{\pi d^2}{4} = -dp\frac{\pi d^2}{4}.$$

Сила касательного напряжения трения, приложенная к боковой поверхности элемента площадью $\pi d\, dx$, равна $s\pi d\, dx$, где s — касательное напряжение трения на единице поверхности стенки. Уравнение баланса этих сил имеет вид:

$$-dp\frac{\pi d^2}{4} = s\pi d\, dx$$

или

$$-\frac{dp}{dx} = 4\frac{s}{d}. \qquad (3\text{-}22)$$

Соотношение (3-22) носит общий характер, оно справедливо как для ламинарного, так и для турбулентного стабилизированного течения жидкости. Однако значения касательного напряжения трения s различны для этих режимов течения. При ламинарном режиме

$$s = \frac{8}{\mathrm{Re}}\rho\bar{w}^2; \qquad (3\text{-}23)$$

при турбулентном режиме течения (до значений $\mathrm{Re} \approx 10^5$)

$$s = \frac{0{,}0395}{\mathrm{Re}^{1/4}} \rho \bar{w}^2. \tag{3-24}$$

Касательное напряжение трения s при изотермическом течении несжимаемой жидкости остается постоянным по длине трубы. Поэтому уравнение баланса сил (3-22) можно записать также в виде конечных перепадов давления

$$\Delta p = 4s \frac{l}{d}, \tag{3-25}$$

где $\Delta p = p_1 - p_2$ — разность давлений на участке трубы длиной l.

Если обе части уравнения (3-25) разделить на скоростной напор $\rho \bar{w}^2$, то слева получится число Эйлера $\mathrm{Eu} = \Delta p / \rho \bar{w}^2$, и уравнение примет вид:

$$\mathrm{Eu} = 4 \frac{s}{\rho \bar{w}^2} \frac{l}{d}. \tag{3-26}$$

В гидромеханике принято характеризовать сопротивление безразмерным коэффициентом, который называется коэффициентом сопротивления трения и обычно обозначается ξ. Он связан с числом Эйлера простым соотношением

$$\xi = 2\,\mathrm{Eu} \frac{d}{l} \tag{3-26а}$$

или в развернутом виде

$$\Delta p = \xi \frac{\rho \bar{w}^2}{2} \frac{l}{d}. \tag{3-26б}$$

Из уравнений (3-23) — (3-26) следует, что при ламинарном течении в круглых трубах коэффициент сопротивления определяется как

$$\xi = 64/\mathrm{Re}, \tag{3-27}$$

а при турбулентном

$$\xi = 0{,}316/\mathrm{Re}^{1/4}. \tag{3-28}$$

Соотношение (3-27) представляет собой закон Пуазейля. Соотношение (3-28) известно под названием закона Блазиуса.

2. **Теплоотдача при ламинарном режиме.** При ламинарном течении перенос теплоты от одного слоя жидкости к другому в направлении нормали к стенке осуществляется путем теплопроводности. В то же время каждый слой имеет в общем случае различную скорость продольного движения. Поэтому наряду с поперечным переносом теплоты путем теплопроводности происходит также конвективный перенос теплоты в продольном направлении. Вследствие этого теплообмен при ламинарном режиме течения зависит от гидродинамической картины движения.

Рассмотрим развитие процесса теплообмена вдоль трубы. Пусть во входном сечении температура жидкости постоянна и по величине отличается от температуры стенки трубы. По мере движения потока между жидкостью и стенкой происходит процесс теплообмена и температура жидкости постепенно изменяется. Вначале

вблизи от входного сечения изменение температуры происходит лишь в тонком слое около поверхности. Затем по мере удаления от входного сечения все большая часть потока вовлекается в процесс теплообмена. Таким образом, развитие процесса теплообмена внутри труб вначале происходит качественно так же, как и при ламинарном пограничном слое на пластине (см. § 3-1). Около поверхности трубы образуется тепловой пограничный слой, толщина которого постепенно увеличивается в направлении движения потока. На некотором расстоянии от входа трубы $l_{н.т}$ тепловые пограничные слои смыкаются, и в процессе теплообмена участвует далее весь поток жидкости. Расстояние $l_{н.т}$ может быть приближенно оценено по зависимости

$$l_{н.т} \approx 0{,}05\ d\ \mathrm{Re}\ \mathrm{Pr}.$$

Обычно на практике ламинарный режим встречается при течении достаточно вязких теплоносителей, таких как различные

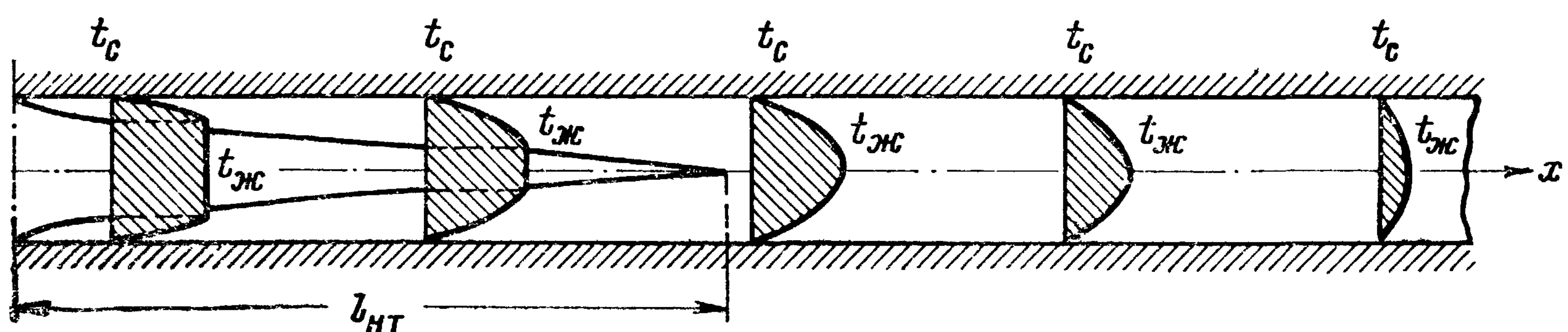


Рис. 3-14. Изменение распределения температур по сечению и длине при движении жидкости в трубе.

масла, для которых значения Pr обычно значительно превышают единицу. В этих условиях длина теплового начального участка стабилизации $l_{н.т}$ оказывается достаточно большой. Так, например, если Re = 200 и Pr = 500, то $l_{н.т} \approx 5000\ d$.

На расстоянии большем, чем $l_{н.т}$, профиль распределения температур по сечению трубы продолжает изменяться, как это схематично показано на рис. 3-14.

В пределах теплового начального участка стабилизации температурный градиент в жидкости у стенки $(\partial t/\partial n)_{n\to 0}$ убывает по мере увеличения расстояния от входа быстрее, чем температурный напор $(\bar{t}_{жx} - t_с)$, так как центральная часть потока еще не участвует в теплообмене. Поэтому из уравнения теплоотдачи

$$\alpha_{лок} = -\lambda \frac{\left(\frac{\partial t}{\partial n}\right)_{n\to 0}}{\bar{t}_{жx} - t_с} = \frac{q_x}{\bar{t}_{жx} - t_с} \tag{3-29}$$

следует, что локальный коэффициент теплоотдачи $\alpha_{лок}$ постепенно уменьшается вдоль трубы. Падение локального коэффициента теплоотдачи продолжается до тех пор, пока тепловые пограничные слои не смыкаются. Далее обе величины $\partial t/\partial n$ и $\bar{t}_{жx} - t_с$ убывают с одинаковой скоростью, а локальный коэффициент теплоотдачи

принимает постоянное значение. На рис. 3-15 показано изменение локального и среднего коэффициентов теплоотдачи в зависимости от длины трубы. Этот график показывает, что расстояние, на котором происходит стабилизация средних коэффициентов теплоотдачи, $\bar{l}_{н.т}$ всегда больше расстояния, отвечающего стабилизации локальных коэффициентов теплоотдачи, $l_{н.т}$.

В уравнении (3-29) величина $\bar{t}_{жx}$ есть средняя температура потока в данном сечении. Эта температура иногда называется также температурой смешения, так как соответствует той температуре, которую примет поток, если его хорошо перемешать. Температура $\bar{t}_{жx}$ определяется в общем случае из выражения

$$\bar{t}_{жx}=\frac{\int\limits_f c_p\rho w t_ж df}{\int\limits_f c_p\rho w df}. \tag{3-30}$$

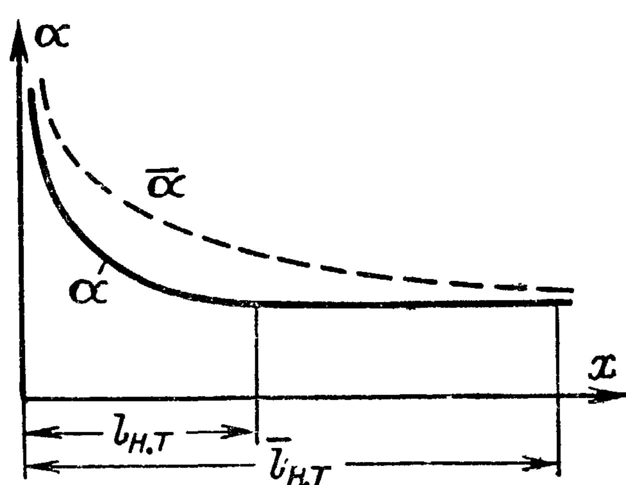


Рис. 3-15. Изменение локального и среднего коэффициента теплоотдачи в зависимости от длины трубы.

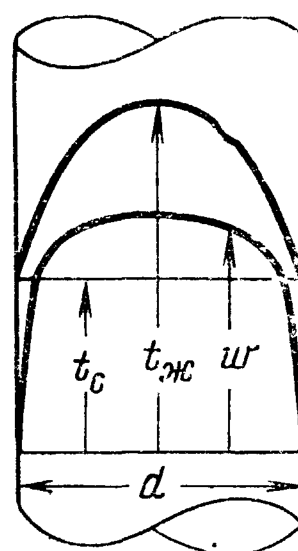


Рис. 3-16. Изменение скорости и температуры жидкости по сечению трубы.

Если зависимостью c_p и ρ от температуры можно пренебречь, то уравнение (3-30) принимает вид:

$$\bar{t}_{жx}=\frac{\int\limits_f w\, t_ж\, df}{\int\limits_f w\, df}=\frac{1}{V}\int\limits_f w t_ж df, \tag{3-30а}$$

где V — объемный расход жидкости.

В первом случае [уравнение (3-30)] осреднение температуры производится по энтальпии жидкости, во втором [уравнение (3-30а)] — по ее объемному расходу. Следовательно, чтобы произвести осреднение температуры, необходимо иметь распределения скорости и температуры в рассматриваемом сечении, измеренные одновременно (рис. 3-16). Если же по сечению канала скорость одинакова, то формула осреднения (3-30а) принимает вид:

$$\bar{t}_{жx}=\frac{1}{f}\int\limits_f t\, df. \tag{3-30б}$$

Одним измерением без последующих вычислений среднюю температуру в сечении можно получить лишь в том случае, если перед местом измерения жидкость как следует перемешать.

Величина q_x в уравнении (3-29) представляет собой локальную плотность теплового потока в данном сечении.

Для расчета среднего коэффициента теплоотдачи

$$\bar{\alpha}=\frac{Q}{F(\bar{t}_ж-\bar{t}_с)}=\frac{\bar{q}}{\bar{t}_ж-\bar{t}_с} \qquad (3\text{-}31)$$

необходимо в общем случае знать средние по длине трубы или канала значения температуры жидкости $\bar{t}_ж$ и стенки $\bar{t}_с$. Если температура $\bar{t}_с$ изменяется незначительно, то осреднение температуры $t_ж$ по длине производится следующим образом.

При небольшом изменении средней температуры вдоль трубы величина $\bar{t}_ж$ может быть определена как среднее арифметическое из значений средних температур в начальном $t'_ж$ и конечном $t''_ж$ сечениях трубы:

$$\bar{t}_ж=\frac{1}{2}\left(t'_ж+t''_ж\right). \qquad (3\text{-}32а)$$

В общем случае осреднение производится по формуле

$$\bar{t}_ж=t_с\pm\Delta t_{лог}, \qquad (3\text{-}32б)$$

где знак «+» берется в случае охлаждения, а знак «—» в случае нагревания жидкости по длине канала.

Величина $\Delta t_{лог}$, называемая среднелогарифмическим температурным напором, определяется по соотношению

$$\Delta t_{лог}=\frac{\Delta t'-\Delta t''}{\ln\frac{\Delta t'}{\Delta t''}}=\frac{\Delta t'-\Delta t''}{2{,}303\lg\frac{\Delta t'}{\Delta t''}}, \qquad (3\text{-}32в)$$

где $\Delta t'$ и $\Delta t''$ — температурные напоры в начальном и конечном сечениях трубы или канала (рис. 3-17, *а*, *б*).

Среднелогарифмический температурный напор всегда меньше среднеарифметического, но при $\Delta t'/\Delta t''<2$ разница между ними оказывается незначительной (меньше 4%). При выполнении этого условия вместо уравнения (3-32б) можно пользоваться более простым соотношением (3-32а).

Если на поверхности трубы поддерживается постоянная плотность теплового потока $q_x=\text{const}$, что имеет место на практике, например в случае равномерного электрического обогрева трубы, то средняя по длине температура жидкости всегда определяется как среднеарифметическое из значений средних температур в начальном и конечном сечениях трубы, т. е. по уравнению (3-32а).

Величина и характер изменения локального коэффициента теплоотдачи по длине трубы зависят от целого ряда факторов, таких

как профиль температуры жидкости на входе, начальный профиль скорости и условия входа жидкости в трубу или канал, характер изменения температуры стенки по длине трубы. Часто на практике эти условия достаточно четко неизвестны, что приводит к затруднению при точном расчете локальной интенсивности теплообмена. Подробное исследование влияния различных факторов на теплоотдачу при ламинарном режиме течения содержится в [74].

Значения среднего коэффициента теплоотдачи по длине трубы влиянию упомянутых выше условий подвержены в меньшей степени, так как в процессе осреднения влияние отдельных факторов сглаживается.

Значительное влияние на интенсивность теплоотдачи может оказывать зависимость физических свойств жидкости (в первую

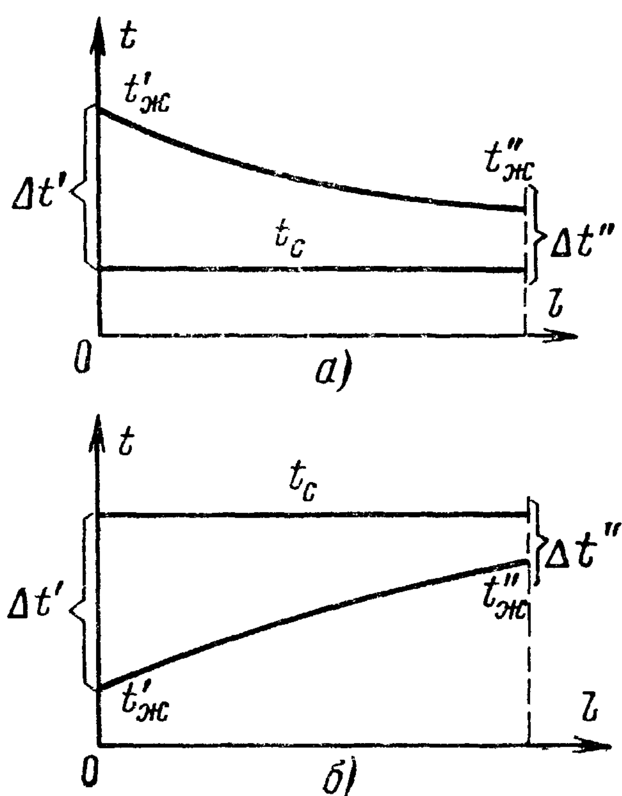


Рис. 3-17. Изменение температурного напора вдоль трубы при $t_с = \text{const}$.

а — охлаждение жидкости; *б* — нагрев жидкости.

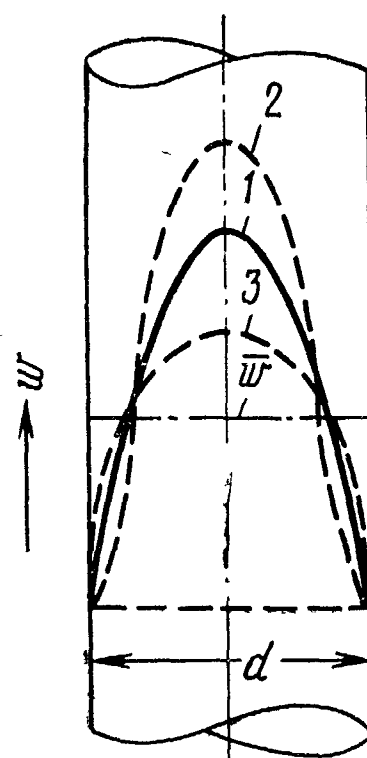


Рис. 3-18. Распределение скоростей по сечению при неизотермическом ламинарном течении жидкости в трубе.

1 — при изотермическом течении; *2* — при охлаждении; *3* — при нагревании.

очередь вязкости) от температуры. Изменение температуры по сечению трубы приводит к изменению вязкости, причем чем больше перепады температур, тем сильнее меняются вязкость и другие физические параметры (теплопроводность, теплоемкость) по сечению трубы. Изменение вязкости приводит к изменению профиля поля скорости, что в свою очередь отражается на интенсивности теплообмена. В зависимости от направления теплового потока изменение профиля скорости оказывается различным (рис. 3-18). При охлаждении жидкости ее температура у стенки ниже, а вязкость выше, чем в ядре потока. Поэтому по сравнению с изотермическим течением (*1*) в этих условиях скорость движения жидкости

у стенки ниже, а в ядре потока выше (2). При нагревании жидкости, наоборот, скорость течения жидкости у стенки выше, а в ядре потока ниже (3). На практике обычно скорость и температура на входе в трубу имеют профили, близкие к равномерным. Для этих условий расчет среднего коэффициента теплоотдачи при ламинарном режиме течения жидкости в трубах при $l/d > 10$ и $\mathrm{Re}_ж > 10$ может проводиться по формуле

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{dж} = 1{,}4\left(\mathrm{Re}_{dж}\frac{d}{l}\right)^{0{,}4}\mathrm{Pr}_ж^{0{,}33}(\mathrm{Pr}_ж/\mathrm{Pr}_с)^{0{,}25}, \qquad (3\text{-}33)$$

где $\overline{\mathrm{Nu}}_{dж} = \bar{\alpha} d/\lambda_ж$; $\mathrm{Re}_{dж} = wd/\nu_ж$; $\mathrm{Pr}_ж = \nu_ж/a_ж$; $\mathrm{Pr}_с = \nu_с/a_с$.

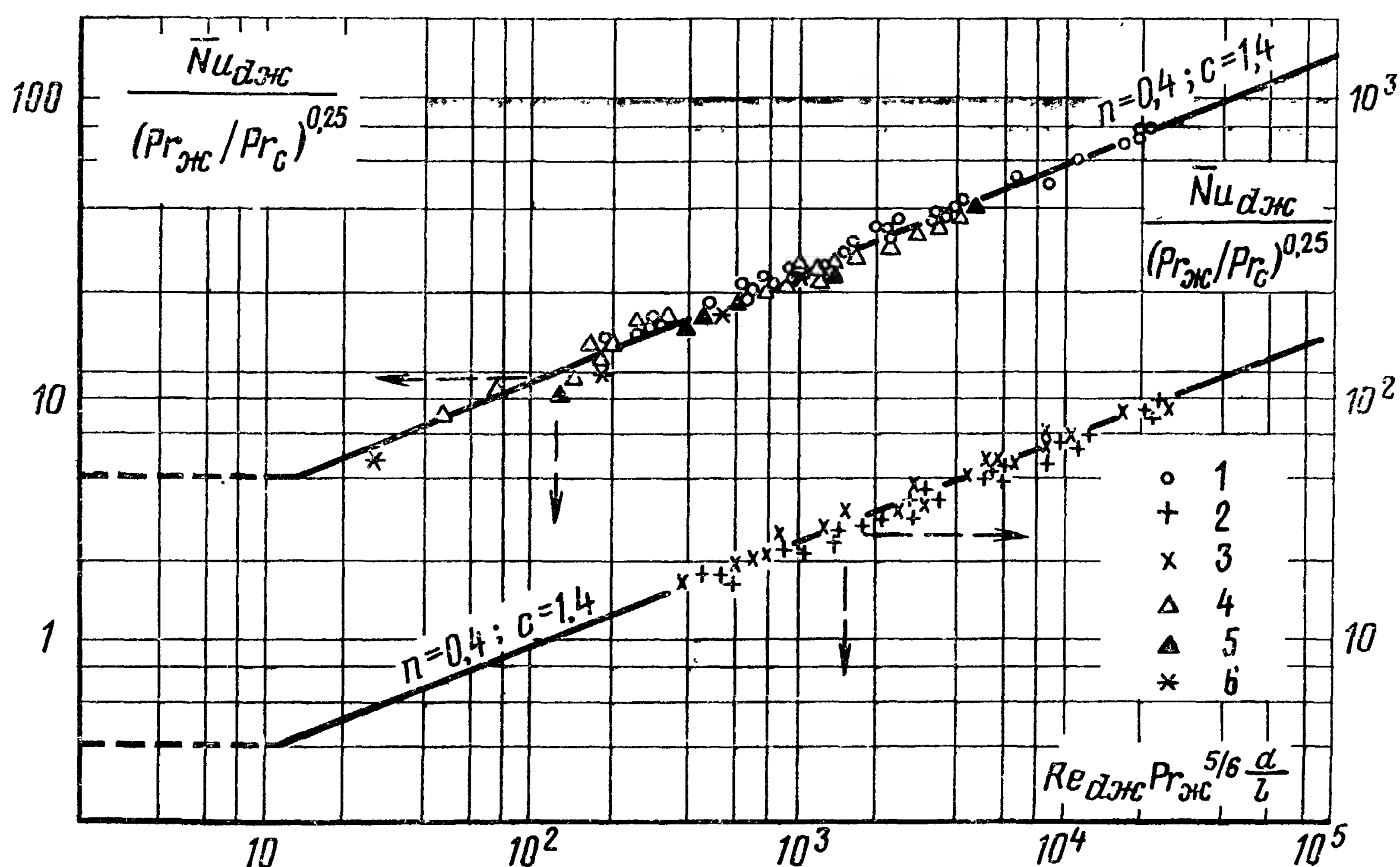


Рис. 3-19. Средняя теплоотдача при ламинарном течении жидкостей и газов в трубе и плоском канале.

1 — масло МК; *2* — масло МС, нагрев; *3* — масло МС, охлаждение [74]; *4* — трансформаторное масло; *5* — вода; *6* — воздух [26].

Индексы «ж» и «с» означают, что физические свойства выбираются по средней температуре жидкости и стенки соответственно.

Множитель $(\mathrm{Pr}_ж/\mathrm{Pr}_с)^{0{,}25}$ учитывает зависимость физических свойств (в основном вязкости) от температуры и влияние направления теплового потока. Соотношение (3-33) справедливо для значений $0{,}06 < \mathrm{Pr}_ж/\mathrm{Pr}_с < 10$.

На рис. 3-19 показано сопоставление результатов расчета по формуле (3-33) с опытными данными. Соотношение (3-33) применимо также для расчета теплоотдачи в плоских каналах шириной h. В этом случае вместо диаметра d в уравнение (3-33) следует подставлять ширину канала h.

Соотношение (3-33) правомерно при значениях

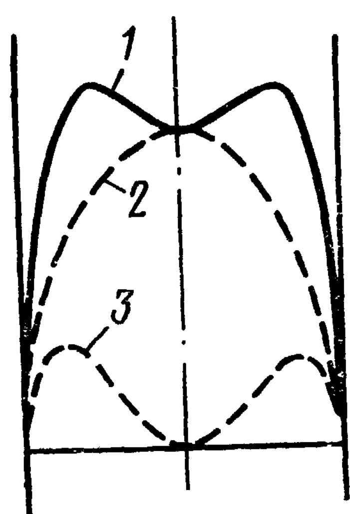
$$\mathrm{Re}_{d\text{ж}} \frac{d}{l} \mathrm{Pr}_{\text{ж}}^{5/6} > 15.$$

При меньших значениях этой величины, т. е. для труб весьма большой длины:

$$l/d > 0{,}067\, \mathrm{Re}_{d\text{ж}} \mathrm{Pr}_{\text{ж}}^{5/6}, \qquad (3\text{-}34)$$

величина $\overline{\mathrm{Nu}}_{d\text{ж}}$ становится постоянной, что отвечает условиям стабилизации интенсивности теплоотдачи. При выполнении этих условий вместо соотношения (3-33) для определения среднего коэффициента теплоотдачи может быть рекомендовано приближенное соотношение

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{d\text{ж}} \approx 4\, (\mathrm{Pr}_{\text{ж}}/\mathrm{Pr}_{\text{с}})^{0{,}25}. \qquad (3\text{-}35)$$



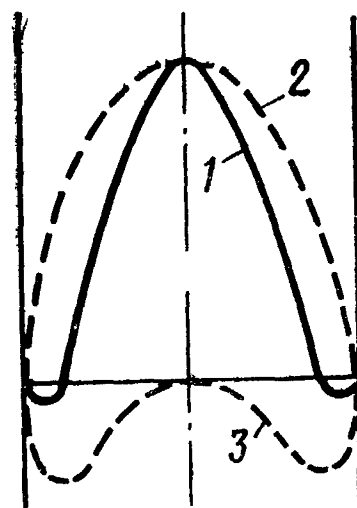


Рис. 3-21. Распределение скоростей по сечению трубы при взаимно противоположных направлениях вынужденного и свободного движений.

1 — суммарное распределение; 2 — за счет вынужденного движения; 3 — за счет свободного движения.

Рис. 3-20. Распределение скоростей по сечению трубы при совпадении направлений вынужденного и свободного движений.

1 — суммарное распределение; 2 — за счет вынужденного движения; 3 — за счет свободного движения.

Приведенные соотношения относятся к условиям, когда влияние подъемных сил не проявляется.

При значительном изменении температуры по сечению и длине трубы в разных точках потока оказываются различными плотности жидкости или газа. Вследствие этого в жидкости возникают подъемные силы, под действием которых на вынужденное движение теплоносителя накладывается свободное движение. В итоге изменяются картина движения жидкости и интенсивность теплоотдачи. Так, в вертикальных трубах при совпадении направления течения жидкости с направлением подъемной силы (течение снизу вверх при нагреве жидкости, течение сверху вниз при охлаждении) скорость течения жидкости у стенки увеличивается, как это показано на рис. 3-20. В итоге интенсивность теплоотдачи увеличивается по сравнению со случаем, когда влияние свободной конвекции отсутствует, что, например, имеет место в условиях невесомости.

При взаимно противоположном направлении вынужденного движения и подъемных сил в вертикальных трубах (течение сверху вниз при нагревании жидкости; снизу вверх при охлаждении жид-

кости) вначале влияние свободной конвекции приводит к уменьшению скорости движения жидкости у стенки (рис. 3-21) и некоторому снижению теплоотдачи. Однако при дальнейшем увеличении роли свободного движения такое течение становится неустойчивым, в потоке возникает и развивается перемешивание теплоносителя и интенсивность теплоотдачи существенно увеличивается.

Влияние свободного движения нарастает по мере увеличения подъемных сил f_g в сравнении с силами вязкости f_μ. Эти силы, действующие в вертикальном потоке на участке трубы длиной l, с точностью до численных коэффициентов определяются соотношениями

$$f_g \approx g\Delta\rho\delta lR \quad \text{и} \quad f_\mu \approx \mu \frac{\bar{w}}{R} lR,$$

где δ — средняя на участке толщина теплового пограничного слоя, в пределах которого изменение плотности из-за перепада температур составляет $\Delta\rho = \rho\beta\,(\bar{t}_с - \bar{t}_ж)$; произведение lR характеризует поверхность трубы, которую при сопоставлении сил f_g и f_μ далее можно опустить.

При $f_\mu \gg f_g$ силы вязкости подавляют развитие свободного движения и теплоотдача определяется приведенными выше соотношениями.

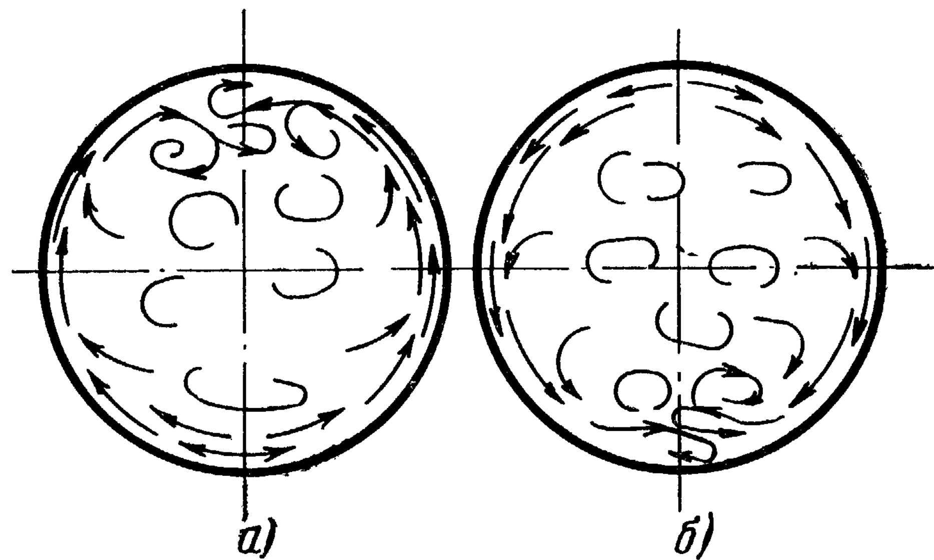


Рис. 3-22. Поперечная циркуляция в горизонтальной трубе вследствие наличия свободного движения жидкости.

а — при нагревании жидкости; *б* — при охлаждении жидкости.

Начало заметного влияния свободного движения на теплообмен соответствует случаю соизмеримости этих сил, т. е. условию

$$f_\mu \approx f_g \quad \text{или} \quad \frac{g\beta\,(\bar{t}_с - \bar{t}_ж)\,\delta R}{\nu\bar{w}} \approx 1. \qquad (3\text{-}36)$$

Средняя толщина теплового пограничного слоя δ в уравнении (3-36) может быть найдена из выражения $\bar{\alpha} \sim \lambda/\delta$ или, что то же самое, как $\delta \sim R/\overline{\mathrm{Nu}}$. Здесь $\overline{\mathrm{Nu}}$ есть среднее значение числа Нуссельта на участке трубы длиной l. Для определения начала проявления свободной конвекции величина $\overline{\mathrm{Nu}}$ может быть найдена по уравнениям (3-33) и (3-35).

В итоге условие (3-36) можно переписать в виде

$$g\beta\,\frac{(\bar{t}_с - \bar{t}_ж)\,d^2}{4\nu\bar{w}} \sim \overline{\mathrm{Nu}}, \qquad (3\text{-}37)$$

или

$$\frac{1}{4}\,\frac{\mathrm{Gr}}{\mathrm{Re}} \sim \overline{\mathrm{Nu}}.$$

Приведенные соображения показывают, что если отношение $\frac{1}{4}\,\frac{\mathrm{Gr}}{\mathrm{Re}}$ будет значительно превышать $\overline{\mathrm{Nu}}$ (подсчитанный без учета свободной конвекции), то в действительности интенсивность теплоотдачи в вертикальных трубах

будет из-за влияния свободной конвекции выше. Если при расчетах оказывается, что $\frac{1}{4}\frac{Gr}{Re}$ значительно меньше $\overline{Nu}$, то влияние свободного движения на теплообмен не может быть существенным.

В горизонтальных трубах направление подъемных сил и вынужденного движения взаимно перпендикулярно, поэтому развитие свободного движения происходит здесь при более благоприятных условиях и приводит к появлению поперечной циркуляции жидкости, как это показано на рис. 3-22. При нагревании жидкости более теплые слои поднимаются вверх, при охлаждении в нижней части трубы накапливается более холодная жидкость. В итоге локальная теплоотдача существенно изменяется по периметру трубы, причем на верхней образующей при нагревании и на нижней при охлаждении теплоотдача наименьшая. Однако в среднем по сечению в этих условиях интенсивность теплообмена увеличивается. Следовательно, и в этом случае при влиянии свободного движения средняя теплоотдача увеличивается, что объясняется поперечной циркуляцией жидкости.

Таким образом, влияние свободной конвекции значительно осложняет протекание процесса. В настоящее время для расчета теплоотдачи при одновременном действии вынужденной и свободной конвекции общих рекомендаций не имеется. Экспериментальный материал и частные эмпирические формулы систематизированы в [74].

3. **Теплоотдача при турбулентном режиме.** При турбулентном режиме движения перенос теплоты внутри жидкости осуществляется в основном путем перемешивания. При этом процесс перемешивания протекает настолько интенсивно, что по сечению ядра потока температура жидкости практически постоянна. Резкое изменение температуры наблюдается лишь внутри тонкого слоя у поверхности.

Первым наиболее подробным и правильно поставленным экспериментальным исследованием теплоотдачи при турбулентном режиме течения газов является работа Нуссельта [115]. При обработке данных он впервые применил теорию подобия и получил обобщенную зависимость. В дальнейшем было проведено большое количество новых исследований с различными каналами и разного рода жидкостями в широком диапазоне изменения основных параметров. На основе анализа и обобщения результатов этих исследований для расчета средней теплоотдачи установлена зависимость [62]

$$\overline{Nu}_{d\text{ж}} = 0{,}021\,Re_{d\text{ж}}^{0{,}80}\,Pr_{\text{ж}}^{0{,}43}\,(Pr_{\text{ж}}/Pr_{\text{с}})^{0{,}25}\varepsilon_l. \tag{3-38}$$

За определяющую температуру здесь принята средняя температура жидкости $\bar{t}_{\text{ж}}$, а за определяющий размер — эквивалентный диаметр $d_{\text{эк}}$, равный учетверенной площади поперечного сечения

канала, деленной на его полный (смоченный) периметр, независимо от того, какая часть этого периметра участвует в теплообмене:

$$d_{эк}=\frac{4f}{u},$$

где f — площадь поперечного сечения канала; u — полный периметр канала.

Для труб круглого сечения эквивалентный диаметр равен геометрическому.

Коэффициент ε_l учитывает изменение среднего коэффициента теплоотдачи по длине трубы. Если $l/d>50$, то $\varepsilon_l=1$. При $l/d<50$ необходимо учитывать влияние теплового начального участка. Значения ε_l приведены в табл. 3-1.

Таблица 3-1

Значения зависимости $\varepsilon_l=f(l/d,\ Re_{dж})$ при турбулентном режиме

$Re_{dж}$	l/d								
	1	2	5	10	15	20	30	40	50
$1\cdot10^4$	1,65	1,50	1,34	1,23	1,17	1,13	1,07	1,03	1
$2\cdot10^4$	1,51	1,40	1,27	1,18	1,13	1,10	1,05	1,02	1
$5\cdot10^4$	1,34	1,27	1,18	1,13	1,10	1,08	1,04	1,02	1
$1\cdot10^5$	1,28	1,22	1,15	1,10	1,08	1,06	1,03	1,02	1
$1\cdot10^6$	1,14	1,11	1,08	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01	1

Соотношение (3-38) применимо к трубам любой формы поперечного сечения — круглого, квадратного, прямоугольного ($a/b=1\div40$), кольцевого ($d_2/d_1=1\div5{,}6$) для всех упругих и капельных жидкостей при $Re_{dж}=1\cdot10^4\div5\cdot10^6$ и $Pr_ж=0{,}6\div2500$ (рис. 3-23).

Соотношение (3-38) справедливо и для каналов сложного поперечного сечения, в частности, когда в трубе большого диаметра расположены одна или несколько труб меньшего диаметра (продольное омывание).

Множитель $(Pr_ж/Pr_c)^{0,25}$ представляет собой поправку, учитывающую зависимость физических свойств теплоносителя (в основном вязкости) от температуры.[1] В зависимости от направления теплового потока эта поправка может быть как больше, так и меньше единицы.

Из анализа формулы (3-38) следует, что при турбулентном режиме течения коэффициент теплоотдачи в наибольшей степени за-

[1] В области вблизи критической точки состояния вещества, как известно, все физические свойства среды изменяются с температурой крайне сильно. В этих условиях теплоотдача зависит от температурного напора и теплового потока весьма сложным образом; общие рекомендации для расчета теплообмена в этих условиях пока еще не разработаны.

висит от скорости движения теплоносителя $\overline{w}$ и его плотности ρ [пропорционально $(\overline{w}\rho)^{0,8}$]. Далее теплоотдача зависит от физических свойств среды и изменяется пропорционально $\lambda^{0,57}$, $c_p^{0,43}$, $\mu^{-0,37}$, где λ — коэффициент теплопроводности теплоносителя; c_p —

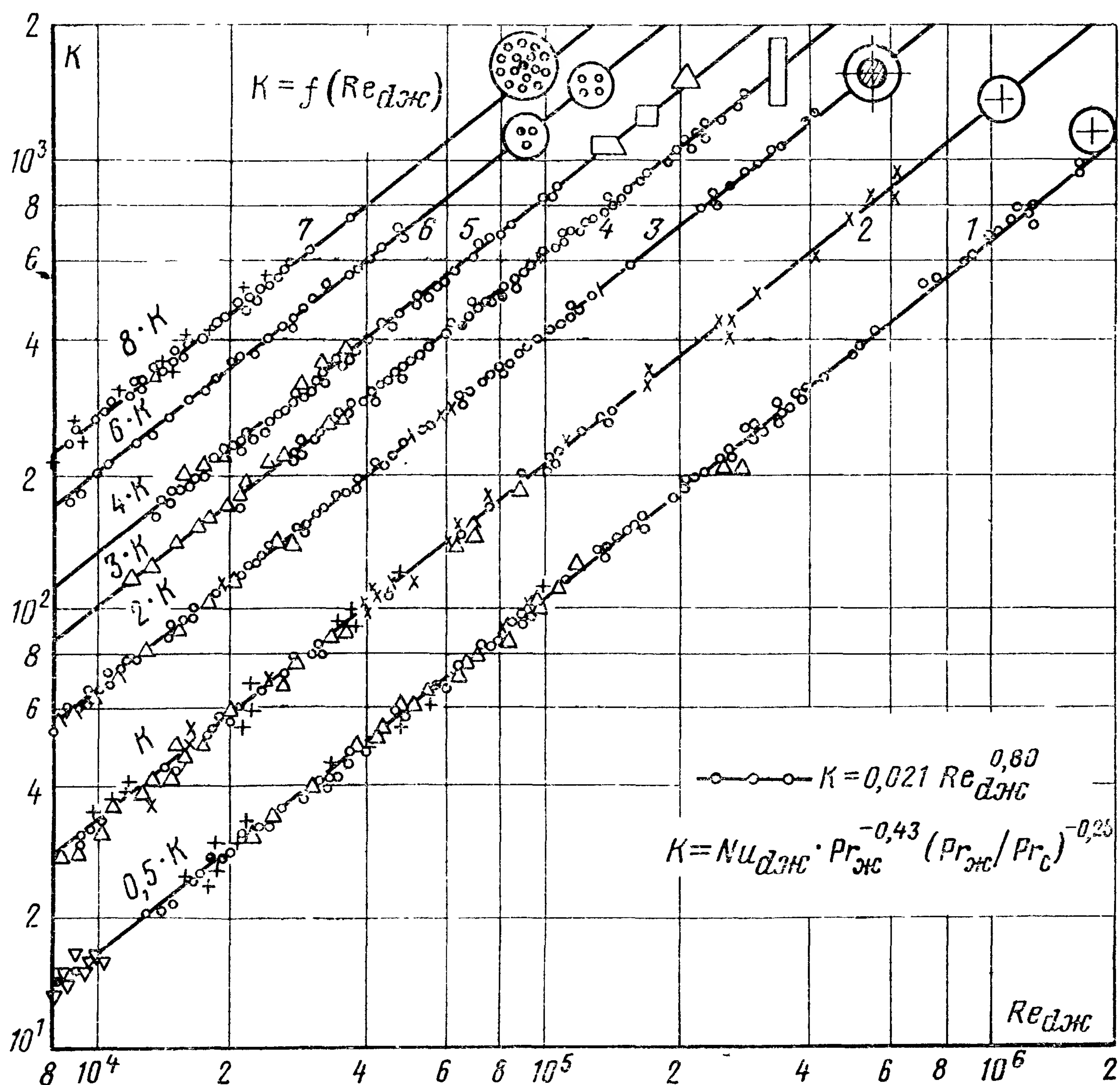


Рис. 3-23. Средняя теплоотдача при турбулентном режиме течения жидкости в трубах.

его удельная теплоемкость при постоянном давлении; μ — динамический коэффициент вязкости. Влияние геометрического размера канала на теплоотдачу определяется зависимостью $\overline{\alpha} \sim d_{эк}^{-0,2}$, т. е. это влияние оказывается относительно слабым.

Для воздуха (или двухатомных газов) соотношение (3-38) упрощается (так как $Pr \approx 0,71$ и $Pr_ж / Pr_c \approx 1$) и принимает вид:

$$\overline{Nu}_{dж} = 0,018\, Re_{dж}^{0,8}. \qquad (3\text{-}39)$$

Наконец, следует отметить, что при движении жидкости в изогнутых трубах (коленах, отводах, змеевиках) неизбежно возникает центробежный эффект. Поток жидкости отжимается к внешней стенке, и в поперечном сечении возникает так называемая вторичная циркуляция. С увеличением радиуса кривизны R влияние

центробежного эффекта уменьшается, и в пределе при $R = \infty$ (прямая труба) оно совсем исчезает. Вследствие возрастания скорости и вторичной циркуляции и как следствие этого увеличения турбулентности потока значение среднего коэффициента теплоотдачи в изогнутых трубах выше, чем в прямых.

Расчет теплоотдачи в изогнутых трубах производится по формулам для прямой трубы с последующим введением в качестве сомножителя поправочного коэффициента ε_R, который для змеевиковых труб определяется соотношением

$$\varepsilon_R = 1 + 1{,}77 \frac{d}{R}, \qquad (3\text{-}40)$$

где R — радиус змеевика; d — диаметр трубы.

В змеевиках действие центробежного эффекта на интенсификацию теплоотдачи распространяется на всю длину трубы. В поворотах же и отводах центробежное действие имеет лишь местный характер, но его влияние распространяется и дальше. За счет увеличения турбулентности потока в последующем за поворотом прямом участке трубы теплоотдача всегда несколько выше, чем в прямом участке до поворота.

Пример 3-2. Определить среднее значение коэффициента теплоотдачи и количество передаваемой теплоты при течении воды в горизонтальной трубе диаметром $d = 3$ мм и длиной $l = 0{,}5$ м, если скорость воды $w = 0{,}3$ м/с, средняя по длине трубы температура воды $\bar{t}_ж = 60°C$ и средняя температура стенки $\bar{t}_c = 20°C$.

При $\bar{t}_ж = 60°C$ имеем: $\lambda_ж = 0{,}659$ Вт/(м·°C); $\nu_ж = 0{,}478 \cdot 10^{-6}$ м²/с; $Pr_ж = 2{,}98$; при $\bar{t}_c = 20°C$ $Pr_c = 7{,}02$.

Расчет проводим по формуле (3-33):

$$\overline{Nu}_{dж} = 1{,}4 \left(Re_{dж} \frac{d}{l}\right)^{0{,}4} Pr_ж^{0{,}33} (Pr_ж/Pr_c)^{0{,}25}.$$

$$Re_{dж} = \frac{wd}{\nu} = \frac{0{,}3 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{0{,}478 \cdot 10^{-6}} = 1885;$$

$$\left(Re_{dж} \frac{d}{l}\right)^{0{,}4} = \left(1885 \frac{3 \cdot 10^{-3}}{0{,}5}\right)^{0{,}4} = 2{,}64;$$

$$Pr_ж^{0{,}33} = 1{,}42; \quad (Pr_ж/Pr_c)^{0{,}25} = \left(\frac{2{,}98}{7{,}02}\right)^{0{,}25} = 0{,}81.$$

По формуле (3-33) находим:

$$\overline{Nu}_{dж} = 1{,}4 \cdot 2{,}64 \cdot 1{,}42 \cdot 0{,}81 = 4{,}24,$$

откуда

$$\bar{\alpha} = \overline{Nu}_{dж} \frac{\lambda_ж}{d} = 4{,}24 \frac{0{,}659}{3 \cdot 10^{-3}} = 928 \text{ Вт/(м}^2\cdot°\text{C)}.$$

Количество передаваемой теплоты

$$Q = \pi d l \bar{\alpha} \Delta t = 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}5 \cdot 928 \cdot 40 = 175 \text{ Вт}.$$

Пример 3-3. По трубе $d = 60$ мм и длиной $l = 2{,}1$ м протекает воздух со скоростью $w = 5$ м/с. Определить значение среднего коэффициента теплоотдачи, если средняя температура воздуха $\bar{t}_ж = 100°$C.

При $\bar{t}_ж = 100°$C

$$\lambda_ж = 0{,}0321 \text{ Вт/(м}\cdot{}°\text{C)};$$

$$\nu_ж = 23{,}13\cdot 10^{-6} \text{ м}^2\text{/с};$$

$$\text{Re}_{dж} = \frac{wd}{\nu} = \frac{5\cdot 0{,}06}{23{,}13\cdot 10^{-6}} = 12\,970; \quad \text{Re}_{dж}^{0,8} = 1955.$$

Подставляя эти значения в формулу (3-39), получаем:

$$\overline{\text{Nu}}_{dж} = 0{,}018\cdot 1955 = 35{,}2,$$

откуда

$$\bar{\alpha} = \overline{\text{Nu}}_{dж}\frac{\lambda_ж}{d} = 35{,}2\,\frac{0{,}0321}{0{,}06} = 18{,}8 \text{ Вт/(м}^2\cdot{}°\text{C)}.$$

Так как $l/d = 2{,}1/0{,}06 = 35 < 50$, то необходимо ввести поправку ε_l; из табл. 3-1 $\varepsilon_l = 1{,}04$.

Тогда окончательно получим $\bar{\alpha}' = \bar{\alpha}\varepsilon_l = 18{,}8\cdot 1{,}04 = 19{,}5$ Вт/(м²·°C).

Пример 3-4. Через трубу диаметром $d = 50$ мм и длиной $l = 3$ м со скоростью $w = 0{,}8$ м/с протекает вода. Определить средний коэффициент теплоотдачи, если средняя температура воды $\bar{t}_ж = 50°$C, а температура стенки $\bar{t}_с = 70°$C.

При $\bar{t}_ж = 50°$C $\lambda_ж = 0{,}648$ Вт/(м·°C); $\nu_ж = 5{,}56\cdot 10^{-7}$ м²/с и $\text{Pr}_ж = 3{,}54$.

При $\bar{t}_с = 70°$C $\text{Pr}_с = 2{,}55$;

$$\text{Re}_{dж} = \frac{wd}{\nu_ж} = \frac{0{,}8\cdot 0{,}05}{5{,}56\cdot 10^{-7}} = 7{,}2\cdot 10^4; \quad \text{Re}_{dж}^{0,8} = 7{,}7\cdot 10^3;$$

$$\text{Pr}_ж^{0,43} = 1{,}72; \quad (\text{Pr}_ж/\text{Pr}_с)^{0,25} = (3{,}54/2{,}55)^{0,25} = 1{,}09.$$

Так как $l/d = 60 > 50$, то поправка на влияние длины трубы $\varepsilon_l = 1$.

Подставляя эти значения в формулу (3-38), получаем:

$$\overline{\text{Nu}}_{dж} = 0{,}021\cdot 7{,}7\cdot 10^3\cdot 1{,}72\cdot 1{,}09\cdot 1 = 303,$$

откуда

$$\bar{\alpha} = \frac{303\cdot 0{,}648}{0{,}05} = 3920 \text{ Вт/(м}^2\cdot{}°\text{C)}.$$

Пример 3-5. Условие задачи остается таким же, как и в предыдущем примере. Требуется определить среднее значение коэффициента теплоотдачи, если труба изогнута в виде змеевика диаметром $D = 600$ мм.

Для прямой трубы имеем $\bar{\alpha}_{пр} = 3{,}92\cdot 10^3$ Вт/(м²·°C).

Для изогнутой согласно формуле (3-40)

$$\bar{\alpha}_{из} = 3{,}92\cdot 10^3\left(1 + 1{,}77\,\frac{50}{300}\right) = 3{,}92\cdot 1{,}295\cdot 10^3 = 5{,}08\cdot 10^3 \text{ Вт/(м}^2\cdot{}°\text{C)}.$$

3-3. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ

1. **Теплоотдача в неограниченном пространстве.** Процесс теплообмена при свободной конвекции (свободное движение) жидкости имеет весьма широкое распространение как в технике, так и в быту. Свободным называется движение жидкости вследствие разности плотностей нагретых и холодных частиц. Например, при соприкосновении воздуха с нагретым телом воздух нагревается, становится легче и поднимается вверх. Если же тело холоднее воздуха, тогда, наоборот, от соприкосновения с ним воздух охлаждается, становится тяжелее и опускается вниз. В этих случаях движение воздуха возникает без внешнего возбуждения в результате самого процесса теплообмена. На рис. 3-24 показана типичная картина движения нагретого воздуха вдоль вертикальной трубы.

При свободном движении жидкости в пограничном слое температура жидкости изменяется от $t_{\text{с}}$ до $t_{\text{ж}}$, а скорость — от нуля у стенки проходит через максимум и на большом удалении от стенки снова равна нулю (рис. 3-25). Вначале толщина нагретого слоя мала и течение жидкости имеет струйчатый, ламинарный характер. Но по направлению движения толщина слоя увеличивается и при определенном ее значении течение жидкости становится неустойчивым, волновым, локонообразным и затем переходит в неупорядоченно-вихревое, турбулентное, с отрывом вихрей от стенки. С изменением характера движения изменяется и теплоотдача. При ламинарном движении вследствие увеличения толщины пограничного слоя коэффициент теплоотдачи по направлению движения убывает, а при турбулентном он резко возрастает и затем по высоте остается постоянным (рис. 3-26).

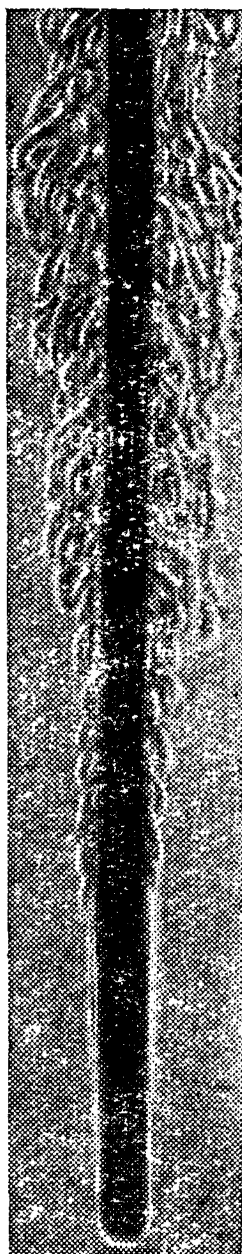


Рис. 3-24. Свободное движение воздуха вдоль нагретой вертикальной трубы.

В развитии свободного движения форма тела играет второстепенную роль. Здесь большее значение имеют протяженность поверхности, вдоль которой происходит движение, и ее положение. Описанная выше картина движения жидкости вдоль вертикальной стенки (или вдоль вертикальной трубы) типична также и для горизонтальных труб и тел овальной формы. Характер движения воздуха около нагретых горизонтальных труб различного диаметра представлен на рис. 3-27.

Около нагретых горизонтальных плоских стенок или плит движение жидкости имеет иной характер и в значительной мере зависит от положения плиты и ее размеров. Если нагретая поверхность обращена кверху, то движение протекает по схеме рис. 3-28,*а*. При этом если плита имеет большие размеры, то вследствие наличия с краев сплошного потока нагретой жидкости центральная часть плиты оказывается изолированной. Ее вентиляция происходит лишь за счет притока (провала) холодной жидкости сверху (рис. 3-28, *б*). Если же нагретая поверхность обращена вниз, то в этом случае движение происходит лишь в тонком слое под по-

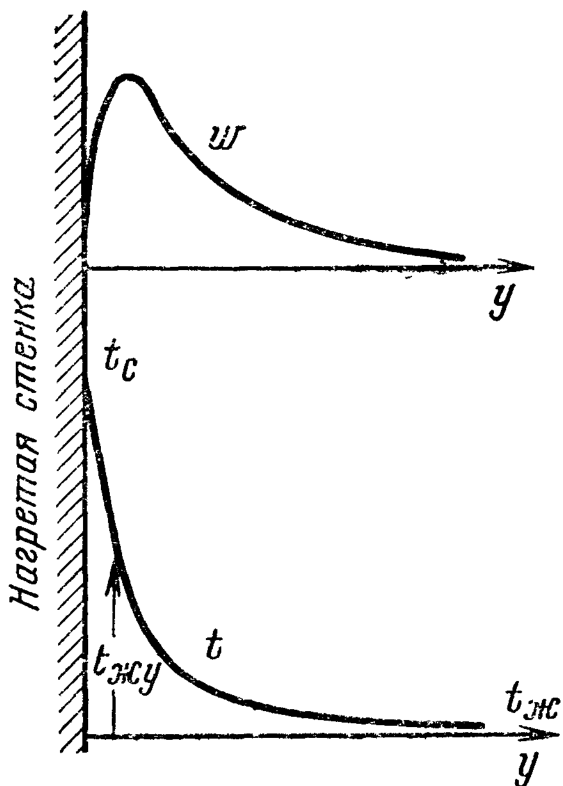


Рис. 3-25. Изменение температуры $t_ж$ и скорости w при свободном движении среды вдоль нагретой вертикальной стенки.

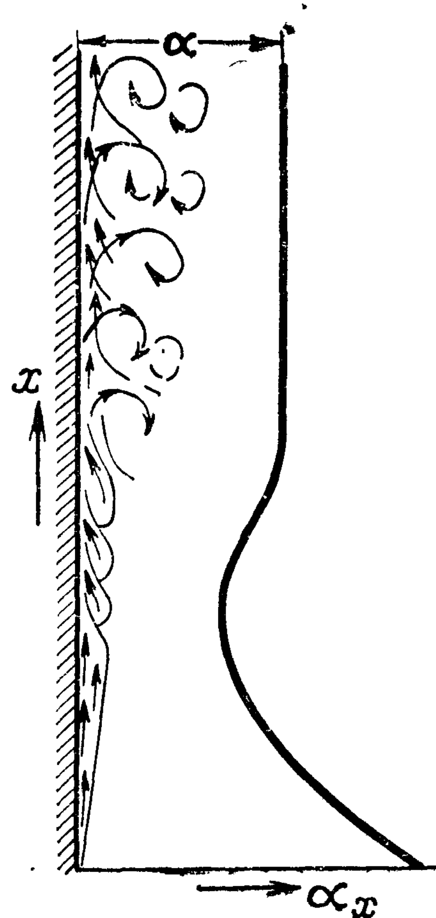


Рис. 3-26. Изменение коэффициента теплоотдачи по высоте трубы или пластины при свободном движении среды.

верхностью (рис. 3-28, *в*); остальная же масса жидкости ниже этого слоя остается неподвижной.

По изучению интенсивности теплообмена в условиях свободного движения были проведены исследования с разными телами и различными жидкостями. В результате обобщения опытных данных получены уравнения подобия для средних значений коэффициента теплоотдачи. В этих формулах в качестве определяющей температуры принята температура окружающей среды $t_ж$. В качестве определяющего размера для горизонтальных труб принят диаметр d, а для вертикальных поверхностей — высота h.

Закономерность средней теплоотдачи для горизонтальных труб диаметром d при $10^3 < Gr_{dж} Pr_ж < 10^8$ (рис. 3-29) имеет вид [65]:

$$\overline{Nu}_{dж} = 0,50\,(Gr_{dж}\,Pr_ж)^{0,25}\,(Pr_ж/Pr_c)^{0,25}, \qquad (3\text{-}41)$$

а закономерность средней теплоотдачи для вертикальных поверхностей (трубы, пластины) следующая (рис. 3-29):

а) при $10^3 < Gr_{hж} Pr_ж < 10^9$ (ламинарный режим)

$$\overline{Nu}_{hж} = 0{,}76\,(Gr_{hж}\,Pr_ж)^{0,25}\,(Pr_ж/Pr_c)^{0,25}, \qquad (3\text{-}42)$$

б) при $Gr_{hж} Pr_ж > 10^9$ (турбулентный режим)

$$\overline{Nu}_{hж} = 0{,}15\,(Gr_{hж}\,Pr_ж)^{0,33}\,(Pr_ж/Pr_c)^{0,25}. \qquad (3\text{-}43)$$

Для газов Pr = const, а $Pr_ж/Pr_c = 1$, и поэтому все приведенные выше расчетные формулы упрощаются.

Для воздуха Pr = 0,7 и соотношения (3-41) — (3-43) принимают вид:

$$\overline{Nu}_{dж} = 0{,}46\,Gr_{dж}^{0,25}; \qquad (3\text{-}41а)$$

$$\overline{Nu}_{hж} = 0{,}695\,Gr_{hж}^{0,25}; \qquad (3\text{-}42а)$$

$$\overline{Nu}_{hж} = 0{,}133\,Gr_{hж}^{0,33}. \qquad (3\text{-}43а)$$

Пример 3-6. Определить потерю теплоты путем конвекции вертикальным неизолированным паропроводом диаметром $d = 100$ мм и высотой $h = 4$ м, если температура наружной стенки $t_c = 170$°С, а температура среды (воздуха) $t_ж = 30$°С.

При $t_ж = 30$°С имеем $\lambda_ж = 0{,}0267$ Вт/(м·°С);

$$\nu_ж = 16{,}0 \cdot 10^{-6}\ м^2/с;\quad Pr_ж = 0{,}70;\quad Pr_ж/Pr_c = 1;\quad \beta = \frac{1}{303}\ 1/°С.$$

$$Gr_{hж} = \frac{\beta h^3 g \Delta t}{\nu^2} = \frac{4^3 \cdot 9{,}81\,(170 - 30) \cdot 10^{12}}{303 \cdot (16{,}0)^2} = 1{,}135 \cdot 10^{12};$$

$$Gr_{hж}\,Pr_ж = 1{,}135 \cdot 10^{12} \cdot 0{,}70 = 8{,}0 \cdot 10^{11}.$$

Подставляя эти значения в выражение (3-43), получаем:

$$\overline{Nu}_{hж} = 0{,}15\,(8{,}0 \cdot 10^{11})^{0,33} = 140,$$

откуда

$$\bar{\alpha} = \frac{\overline{Nu}_{hж}\lambda_ж}{h} = \frac{140 \cdot 0{,}0267}{4} = 9{,}3\ Вт/(м^2 \cdot °С).$$

Искомая потеря теплоты

$$Q = \bar{\alpha} F\,(t_c - t_ж) = 9{,}3 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}1 \cdot 4 \cdot 140 = 1620\ Вт.$$

2. **Теплоотдача в ограниченном пространстве.** Выше были рассмотрены условия теплообмена в неограниченном пространстве, где протекало лишь одно явление, например нагрев жидкости. В ограниченном пространстве явления нагревания и охлаждения жидкости протекают вблизи друг от друга и разделить их невозможно; в этом случае весь процесс надо рассматривать в целом. Вследствие ограниченности пространства и наличия восходящих и нисходящих потоков здесь усложняются условия движения. Они зависят от формы и геометрических размеров, от рода жидкости и температурного напора.

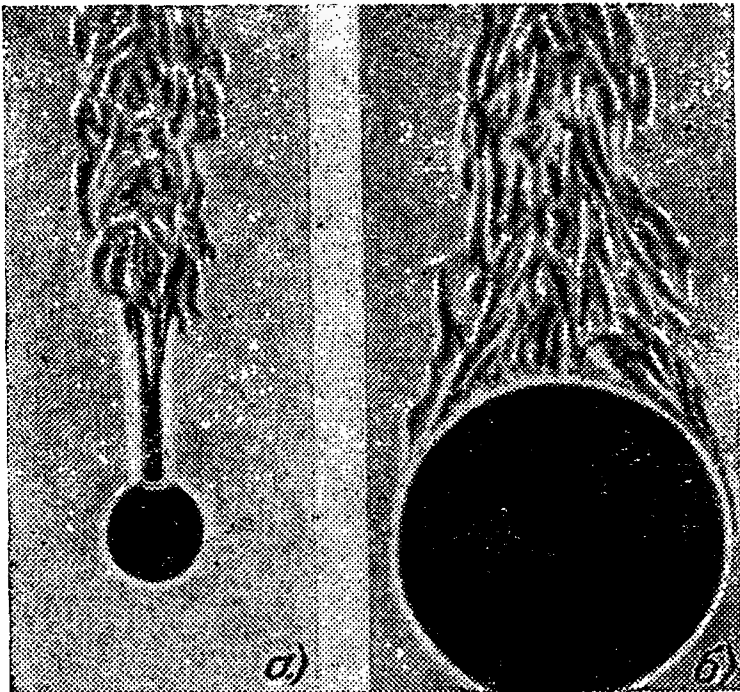


Рис. 3-27. Характер свободного движения воздуха около горизонтальных труб.

а — d = 28 мм; *б* — d = 250 мм; вид с торца.

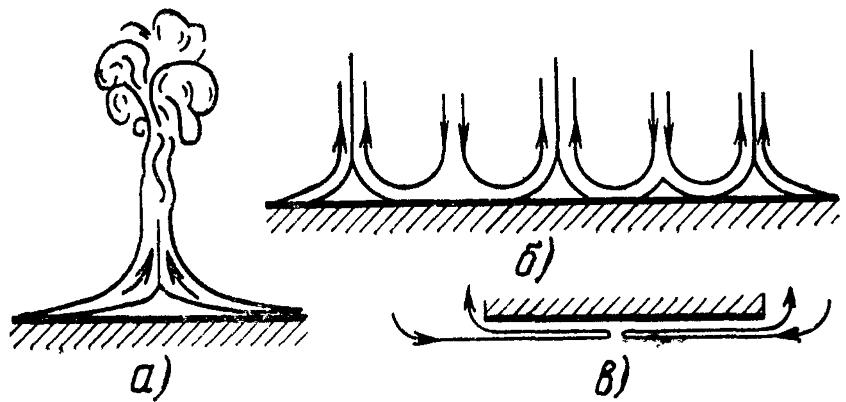


Рис. 3-28. Характер свободного движения жидкости около нагретых горизонтальных плит.

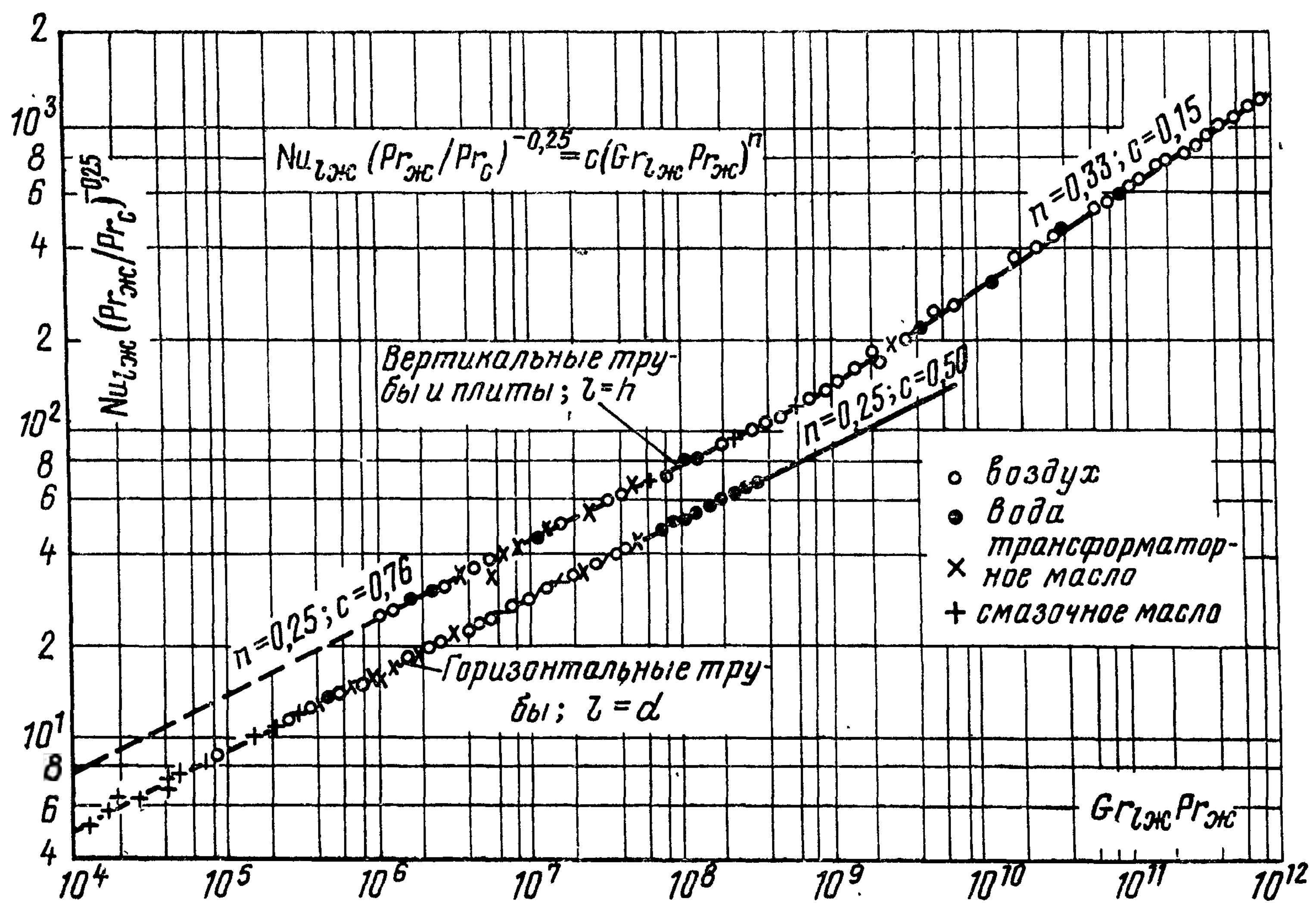


Рис. 3-29. Теплоотдача при свободном движении различных жидкостей.

В вертикальных каналах и щелях в зависимости от их толщины δ циркуляция жидкости может протекать двояко. Если толщина δ достаточно велика, то восходящий и нисходящий потоки протекают без взаимных помех (рис. 3-30, *а*) и имеют такой же характер, как и вдоль вертикальной поверхности в неограниченном прост-

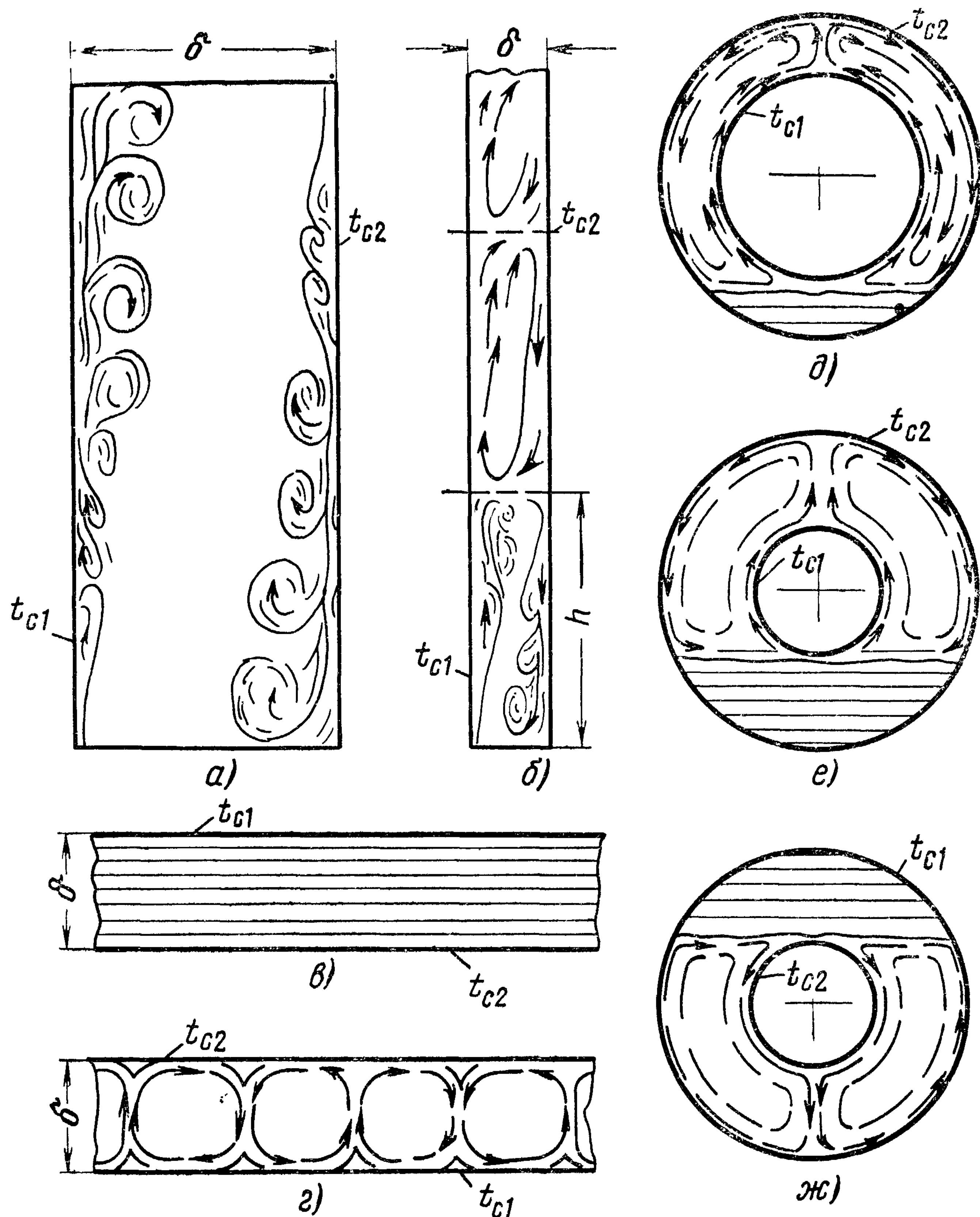


Рис. 3-30. Характер естественной циркуляции жидкости в ограниченном замкнутом пространстве.

ранстве. Если же толщина δ мала, то вследствие взаимных помех внутри возникают циркуляционные контуры (рис. 3-30, *б*).

В горизонтальных щелях процесс определяется взаимным расположением нагретых и холодных поверхностей и расстоянием между ними. Если нагретая поверхность расположена сверху, то циркуляция совсем отсутствует (рис. 3-30, *в*). Если же нагретая поверхность расположена снизу, то имеются и восходящие и нисходящие потоки, которые между собой чередуются (рис. 3-30, *г*).

В шаровых и горизонтальных цилиндрических прослойках в зависимости от их толщины (или соотношения диаметров) циркуля-

ция протекает по схемам рис. 3-30, *д* и *е*. Необходимо обратить внимание, что здесь циркуляция развивается лишь в зоне, лежащей выше нижней кромки нагретой поверхности. Ниже этой кромки жидкость остается в покое. Если же нагрета внешняя цилиндрическая поверхность, то циркуляция жидкости протекает по схеме рис. 3-30, *ж* и охватывает все пространство, расположенное ниже верхней кромки холодной поверхности.

Для облегчения расчета такой сложный процесс конвективного теплообмена принято рассматривать как элементарное явление теплопроводности, вводя при этом понятие эквивалентного коэффи-

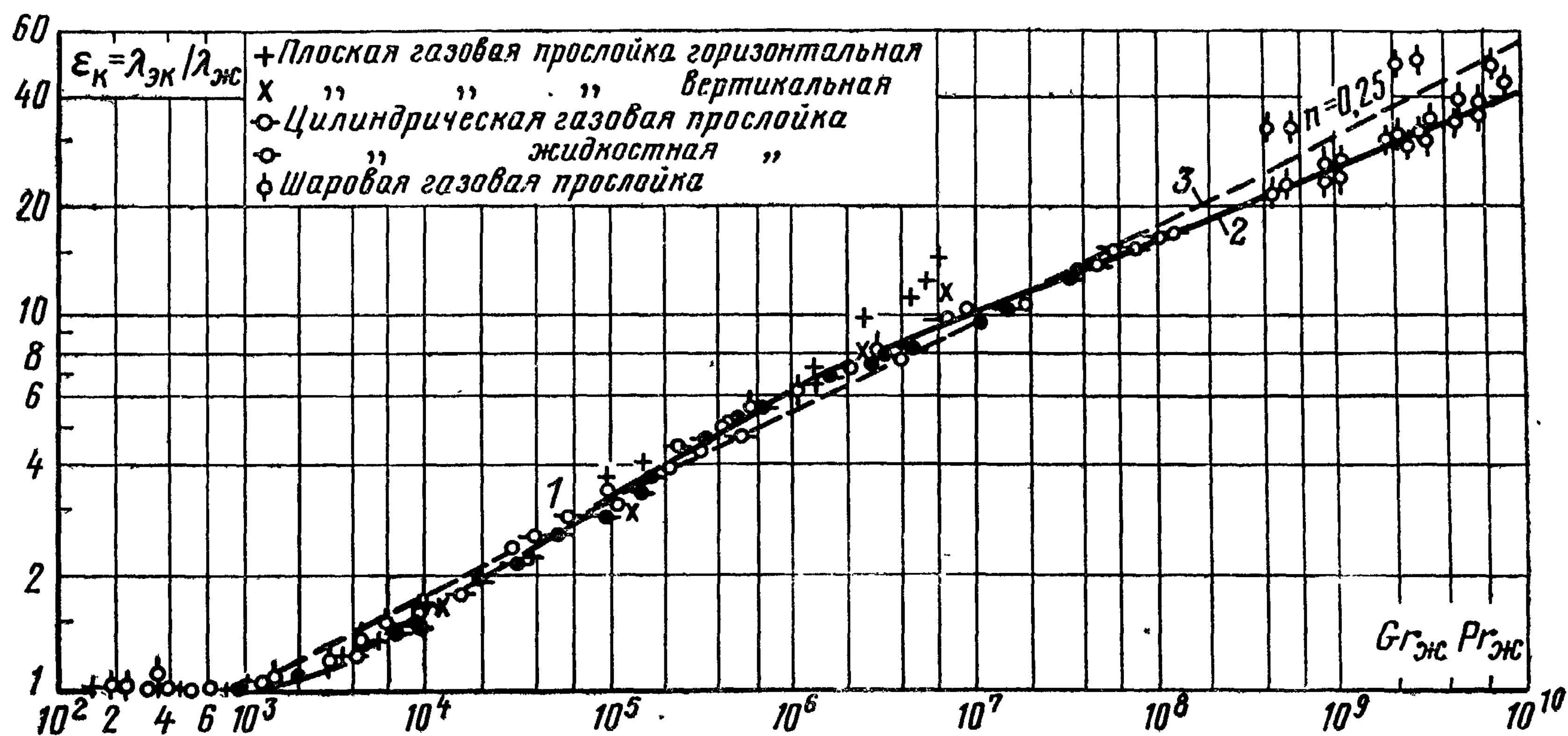


Рис. 3-31. Зависимость $\varepsilon_к = f$ (GrPr) при естественной циркуляции в замкнутом пространстве.

циента теплопроводности $\lambda_{эк} = Q\delta/F\Delta t$. Если значение последнего разделить на коэффициент теплопроводности λ среды, то получим безразмерную величину $\varepsilon_к = \lambda_{эк}/\lambda$, которая характеризует собой влияние конвекции и называется коэффициентом конвекции.

Так как циркуляция жидкости обусловлена разностью плотностей нагретых и холодных частиц и определяется произведением GrPr, то и $\varepsilon_к$ должно быть функцией того же аргумента, т. е.

$$\varepsilon_к = f(Gr_{ж}Pr_{ж}).$$

Эта зависимость представлена на рис. 3-31. При вычислении чисел подобия независимо от формы прослойки за определяющий размер принята ее толщина δ, а за определяющую температуру — средняя температура жидкости $t_{ж} = 0{,}5\,(t_{с1} + t_{с2})$. Несмотря на условность такой обработки и явную недостаточность определяющих параметров в выбранной системе координат все опытные точки для плоских (вертикальных и горизонтальных), цилиндрических и шаровых прослоек довольно хорошо укладываются на одну общую кривую (рис. 3-31).

При малых значениях аргумента $Gr_{ж}Pr_{ж} < 1000$ [или $\lg Gr_{ж}Pr_{ж} < 3$] значение функции $\varepsilon_к = 1$ ($\lg \varepsilon_к = 0$). Это озна-

чает, что при малых значениях $Gr_ж Pr_ж$ перенос теплоты от горячей стенки к холодной через прослойки обусловливается только теплопроводностью жидкости.

При значении $10^3 < Gr_ж Pr_ж < 10^6$

$$\varepsilon_к = 0{,}105\,(Gr_ж Pr_ж)^{0,3} \qquad (3\text{-}44)$$

и при $10^6 < Gr_ж Pr_ж < 10^{10}$

$$\varepsilon_к = 0{,}40\,(Gr_ж Pr_ж)^{0,2}. \qquad (3\text{-}45)$$

Снижение интенсивности переноса теплоты при больших значениях аргумента следует объяснить взаимной помехой в движении поднимающихся (нагретых) и опускающихся (охлажденных) струек жидкости (рис. 3-30).

В приближенных расчетах вместо формул (3-44) и (3-45) для всей области значений аргументов $Gr_ж Pr_ж > 10^3$ можно применять зависимость

$$\varepsilon_к = 0{,}18\,(Gr_ж\, Pr_ж)^{0,25}, \qquad (3\text{-}46)$$

которую можно привести к виду

$$\varepsilon_к = A \sqrt[4]{\delta^3 \Delta t}, \qquad (3\text{-}47)$$

где

$$A = 0{,}18 \frac{(\beta g\, Pr)^{0,25}}{\nu^{0,5}}.$$

Если при расчете по формуле (3-47) получается, что $\varepsilon_к < 1$, то это означает, что $Gr_ж Pr_ж < 1 \cdot 10^3$ и, следовательно, $\varepsilon_к = 1$.

Пример 3-7. Определить эквивалентный коэффициент теплопроводности плоской воздушной прослойки толщиной $\delta = 25$ мм. Температура горячей поверхности $t_{c1} = 150$°C, холодной $t_{c2} = 50$°C.

$$При\ \bar{t}_ж = \frac{150 + 50}{2} = 100°C\ имеем:$$

$$\lambda_ж = 0{,}032\ Вт/(м \cdot °C); \quad \nu_ж = 2{,}31 \cdot 10^{-5}\ м^2/с\ и\ Pr_ж = 0{,}69.$$

$$\Delta t = t_{c1} - t_{c2} = 150 - 50 = 100°C.$$

$$Gr_ж = \frac{\beta g \delta^3 \Delta t}{\nu^2} = \frac{9{,}81\,(0{,}025)^3 \cdot 100}{373 \cdot 5{,}33 \cdot 10^{-10}} = 7{,}73 \cdot 10^4;$$

$$Gr_ж Pr_ж = 7{,}73 \cdot 10^4 \cdot 0{,}69 = 5{,}33 \cdot 10^4 \quad и \quad (Gr_ж Pr_ж)^{0,25} = 15{,}2;$$

$$\varepsilon_к = 0{,}18\,(Gr_ж Pr_ж)^{0,25} = 0{,}18 \cdot 15{,}2 = 2{,}74;$$

$$\lambda_{эк} = \varepsilon_к \lambda_ж = 2{,}74 \cdot 0{,}032 = 0{,}088\ Вт/(м \cdot °C);$$

$$q = \frac{\lambda_{эк}}{\delta} \Delta t = \frac{0{,}088}{0{,}025} \cdot 100 = 352\ Вт/м^2.$$

3-4. ТЕПЛООТДАЧА ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ОБТЕКАНИИ ТРУБ

1. **Одиночные трубы.** Процесс теплоотдачи при поперечном обтекании труб имеет ряд особенностей, которые объясняются гидродинамической картиной движения жидкости вблизи поверхности трубы. Опыт показывает, что плавный, безотрывный характер обтекания трубы имеет место только при очень малых числах $Re<5$ (рис. 3-32, *а*). При значительно больших числах $Re = w_0 d/\nu$, характерных для практики, обтекание трубы всегда сопровождается образованием в кормовой части вихревой зоны, как это показано на рис. 3-32, *б*, *в*. При этом характер и условия омывания передней (фронтовой) и задней (кормовой) половины цилиндра совершенно различны.

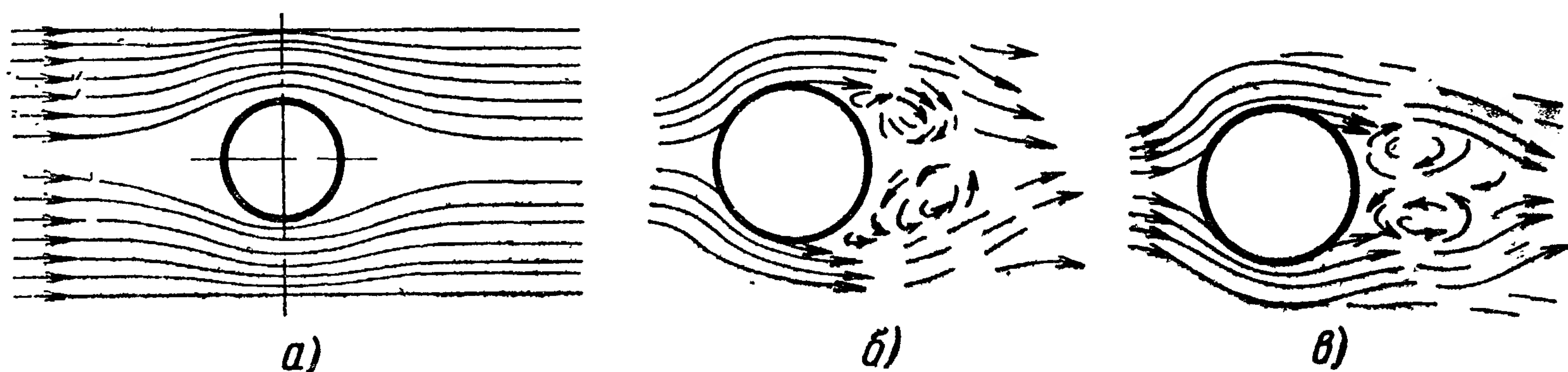


Рис. 3-32. Обтекание одиночного цилиндра.
а — безотрывное; *б* — отрыв ламинарного пограничного слоя; *в* — отрыв турбулентного пограничного слоя.

В лобовой точке набегающий поток разделяется на две части и плавно обтекает переднюю часть периметра трубы. На поверхности трубы образуется пограничный слой, который имеет наименьшую толщину в лобовой точке и далее постепенно нарастает в размерах. Развитие пограничного слоя вдоль периметра трубы происходит в условиях переменной внешней скорости потока и переменного давления. Скорость слоев жидкости, примыкающих к внешней границе пограничного слоя, увеличивается вдоль периметра трубы, а давление в соответствии с уравнением Бернулли уменьшается. При достижении точки периметра, отвечающей углу $\varphi \approx 90°$ (угол отсчитывается от лобовой точки), скорость достигает наибольших значений и далее начинает уменьшаться, что сопровождается соответствующим увеличением (восстановлением) давления. В этой области пограничный слой становится неустойчивым, в нем возникает обратное течение (рис. 3-33), которое оттесняет поток от поверхности. В итоге происходит отрыв потока и образование вихревой зоны, охватывающей кормовую часть трубы. Положение точки отрыва пограничного слоя зависит от значения Re и степени турбулентности набегающего потока. При малой степени турбулентности внешнего потока и относительно небольших числах Re течение в пограничном слое вплоть до точки отрыва имеет ламинарный характер. При этом местоположение зоны начала отрыва пограничного слоя характеризуется углом $\varphi = 80 \div 85°$ (рис. 3-32, *б*). При значительных числах Рейнольдса $[Re = (1 \div 4)\cdot 10^5]$, тече-

ние на большей части периметра в пограничном слое становится турбулентным. Турбулентный пограничный слой более устойчив, зона начала отрыва отодвигается в область больших углов $\varphi \approx 120 \div 140°$(рис. 3-32, *в*).

В вихревой зоне движение жидкости имеет сложный и неупорядоченный характер, причем средняя интенсивность вихревого движения и перемешивания жидкости увеличивается с ростом Re.

Такая своеобразная картина обтекания трубы в сильной мере отражается и на теплоотдаче. Интенсивность теплоотдачи по окружности трубы неодинакова. Представление об ее относительном изменении дает кривая на рис. 3-34, построенная по данным [46]. Максимальное значение коэффициента теплоотдачи наблюдается на лобовой образующей цилиндра ($\varphi = 0$), где толщина пограничного слоя наименьшая. По поверхности цилиндра в направлении

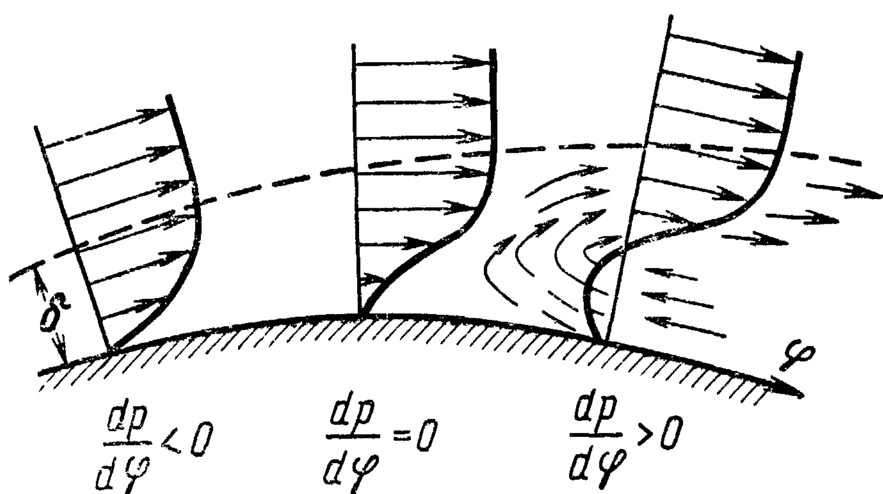


Рис. 3-33. Распределение скоростей у поверхности цилиндра и образование возвратного течения.

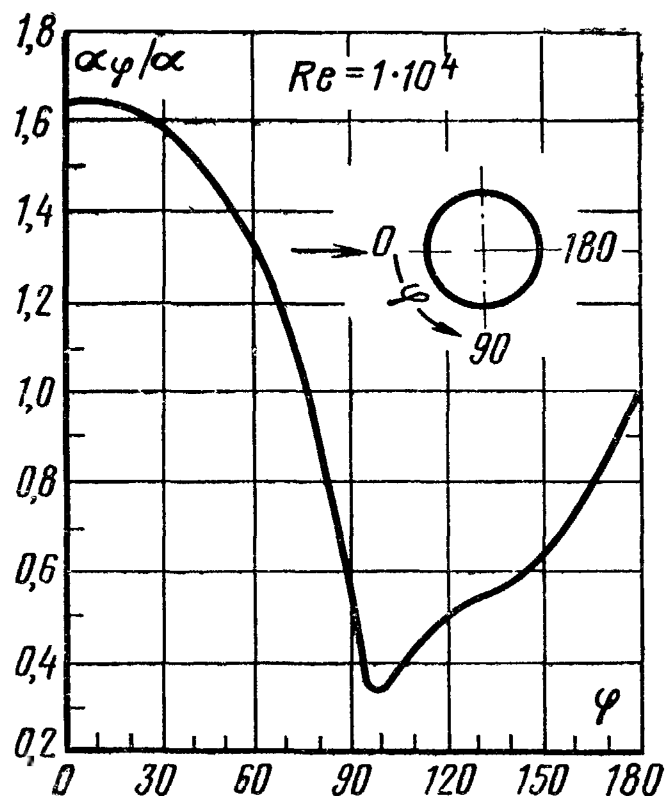


Рис. 3-34. Изменение относительного коэффициента теплоотдачи по окружности цилиндра.

движения жидкости интенсивность теплообмена резко падает и при $\varphi = 90 \div 100°$ достигает минимума. Это изменение связано с нарастанием толщины пограничного слоя, который как бы изолирует поверхность трубы от основного потока. В кормовой части трубы коэффициент теплоотдачи снова возрастает за счет улучшения отвода теплоты вследствие вихревого движения и перемешивания жидкости. При малых значениях Re интенсивность теплообмена в вихревой зоне ниже, чем в лобовой точке. Однако по мере увеличения числа Re за счет интенсификации вихревого движения в области отрыва коэффициент теплоотдачи в кормовой зоне увеличивается (рис. 3-35).

Сложный характер обтекания цилиндра существенно затрудняет теоретическое исследование закономерностей теплообмена. Наиболее стабильный характер течение имеет в окрестности лобовой точки трубы ($\varphi \approx 0$). Теоретическое решение [43] для локального

коэффициента теплоотдачи в лобовой точке ($\varphi = 0$) имеет вид:

$$\alpha_{\varphi=0} = 1{,}04\,\lambda\,(w_0/\nu d)^{0{,}5}\,\mathrm{Pr}^{1/3}. \tag{3-48}$$

Однако полный теоретический расчет изменения теплоотдачи по всей окружности трубы, включая зону отрыва, в настоящее время отсутствует. Поэтому основным методом изучения теплоотдачи при поперечном обтекании труб является эксперимент. Для изучения теплоотдачи цилиндра в поперечном потоке различных жидкостей проведено большое количество исследований. Результаты опытов, как правило, обрабатываются в числах подобия и представляются в виде зависимости $\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$. В качестве определяющего размера обычно берется диаметр d цилиндра.

Опыт показывает, что коэффициент теплоотдачи в наибольшей степени зави-

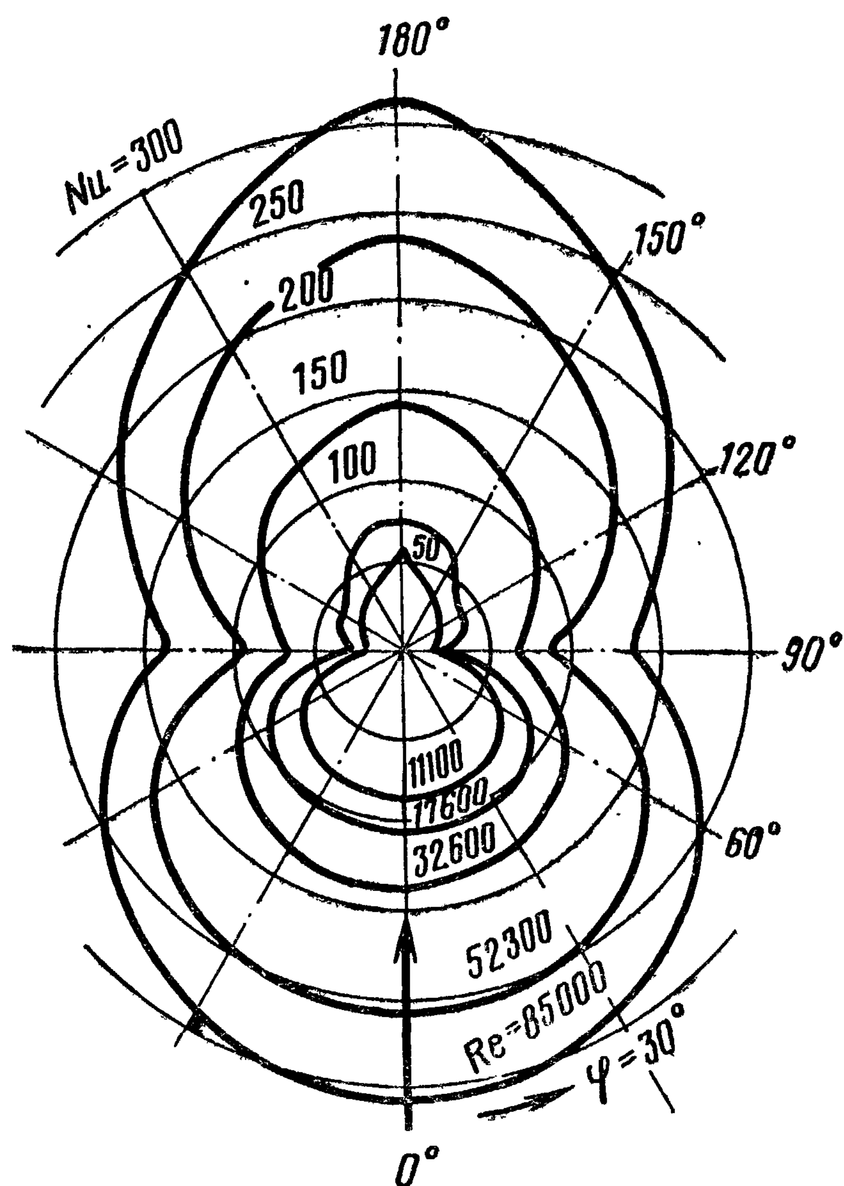


Рис. 3-35. Изменение коэффициента теплоотдачи по окружности цилиндра при различных значениях числа Re (в полярных координатах).

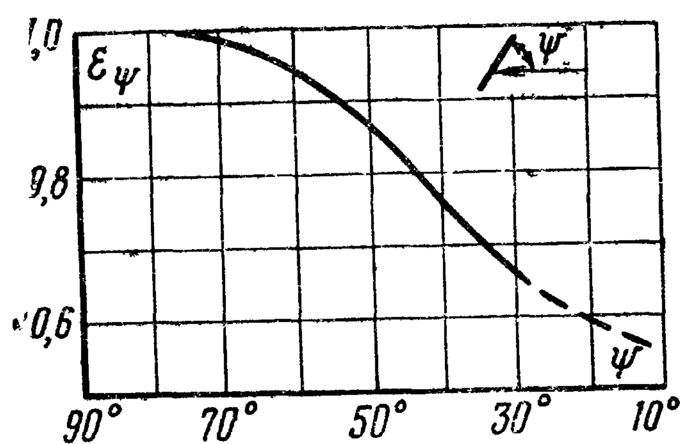


Рис. 3-36. Зависимость теплоотдачи цилиндра от угла атаки Ψ.

сит от скорости набегающего потока, плотности и теплопроводности и в меньшей степени от теплоемкости и вязкости жидкости. Кроме того, коэффициент теплоотдачи существенно зависит от температуры жидкости, температурного напора и направления теплового потока. При нагревании капельной жидкости значение коэффициента теплоотдачи всегда выше, чем при охлаждении.

В последние годы были проведены наиболее тщательные исследования [27]. Эти опыты позволили уточнить зависимость теплоотдачи от скорости потока и выявить влияние на процесс рода жидкости и ее температуры.

В результате анализа и обобщения существующих экспериментальных данных для расчета среднего по периметру трубы коэффициента теплоотдачи можно рекомендовать зависимости [27]:

при $Re_{dж} < 10^3$

$$\overline{Nu}_{dж} = 0{,}56\, Re_{dж}^{0{,}50}\, Pr_{ж}^{0{,}36}\, (Pr_{ж}/Pr_{с})^{0{,}25}; \quad (3\text{-}49)$$

при $Re_{dж} > 10^3$

$$\overline{Nu}_{dж} = 0{,}28\, Re_{dж}^{0{,}60}\, Pr_{ж}^{0{,}36}\, (Pr_{ж}/Pr_{с})^{0{,}25}. \quad (3\text{-}50)$$

Для воздуха зависимости (3-49) и (3-50) упрощаются и принимают вид:

при $Re_{dж} < 10^3$

$$\overline{Nu}_{dж} = 0{,}49\, Re_{dж}^{0{,}50}; \quad (3\text{-}49а)$$

при $Re_{dж} > 10^3$

$$\overline{Nu}_{dж} = 0{,}245 Re_{dж}^{0{,}60}. \quad (3\text{-}50а)$$

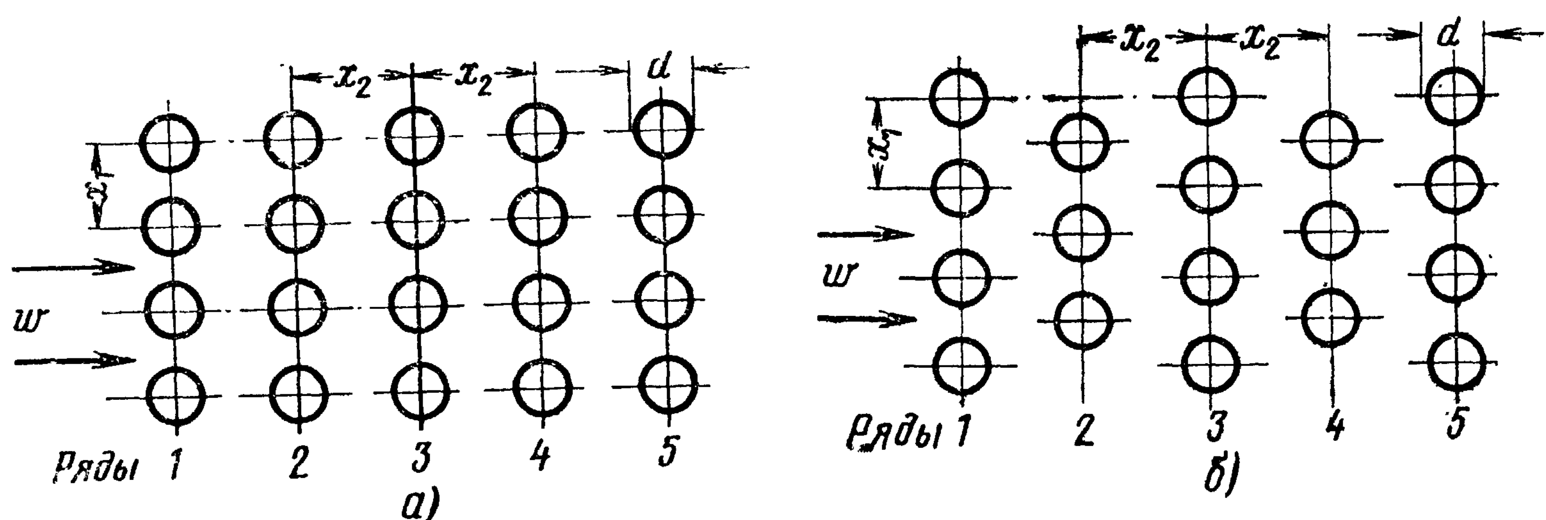


Рис. 3-37. Схемы расположения труб в коридорных (*а*) и шахматных (*б*) пучках.

Соотношения (3-49), (3-50) справедливы тогда, когда угол атаки Ψ, составленный направлением движения потока и осью трубы, равен 90°. Зависимость теплоотдачи от величины угла атаки Ψ представлена на рис. 3-36. Здесь по оси абсцисс отложено значение Ψ, а по оси ординат — значение ε_{Ψ}, которое представляет собой отношение теплоотдачи при угле атаки Ψ к теплоотдаче при угле атаки $\Psi = 90°$, т. е. $\varepsilon_{\Psi} = \alpha_{\Psi}/\alpha_{\Psi=90°}$. Как видно из рис. 3-36, с уменьшением угла атаки значение ε_{Ψ} падает. При этом расчетная формула для коэффициента теплоотдачи принимает вид:

$$\alpha_{\Psi} = \varepsilon_{\Psi}\, \alpha_{\Psi=90°}. \quad (3\text{-}51)$$

Процесс теплоотдачи призматических тел прямоугольного, квадратного, овального и любого другого сечения еще более сложен, чем для круглых труб. Здесь, помимо уже известных, появляется новый фактор — ориентировка призмы относительно потока. От формы тела и его ориентировки в потоке зависят условия обтекания и теплоотдачи. Поэтому литературными данными можно пользоваться лишь для геометрически подобных тел.

2. **Пучки труб.** Процесс теплоотдачи еще более усложняется, если в поперечном потоке жидкости имеется не одна, а пучок (па-

кет) труб. В технике распространены два основных типа трубных пучков — коридорный и шахматный (рис. 3-37).

Характеристиками пучка являются диаметр труб d и относительные расстояния между их осями по ширине пучка $L_1 = x_1/d$ и его глубине $L_2 = x_2/d$.

От схемы компоновки пучка зависят характер движения жидкости и омывание трубок (рис. 3-38). Условия омывания первого ряда

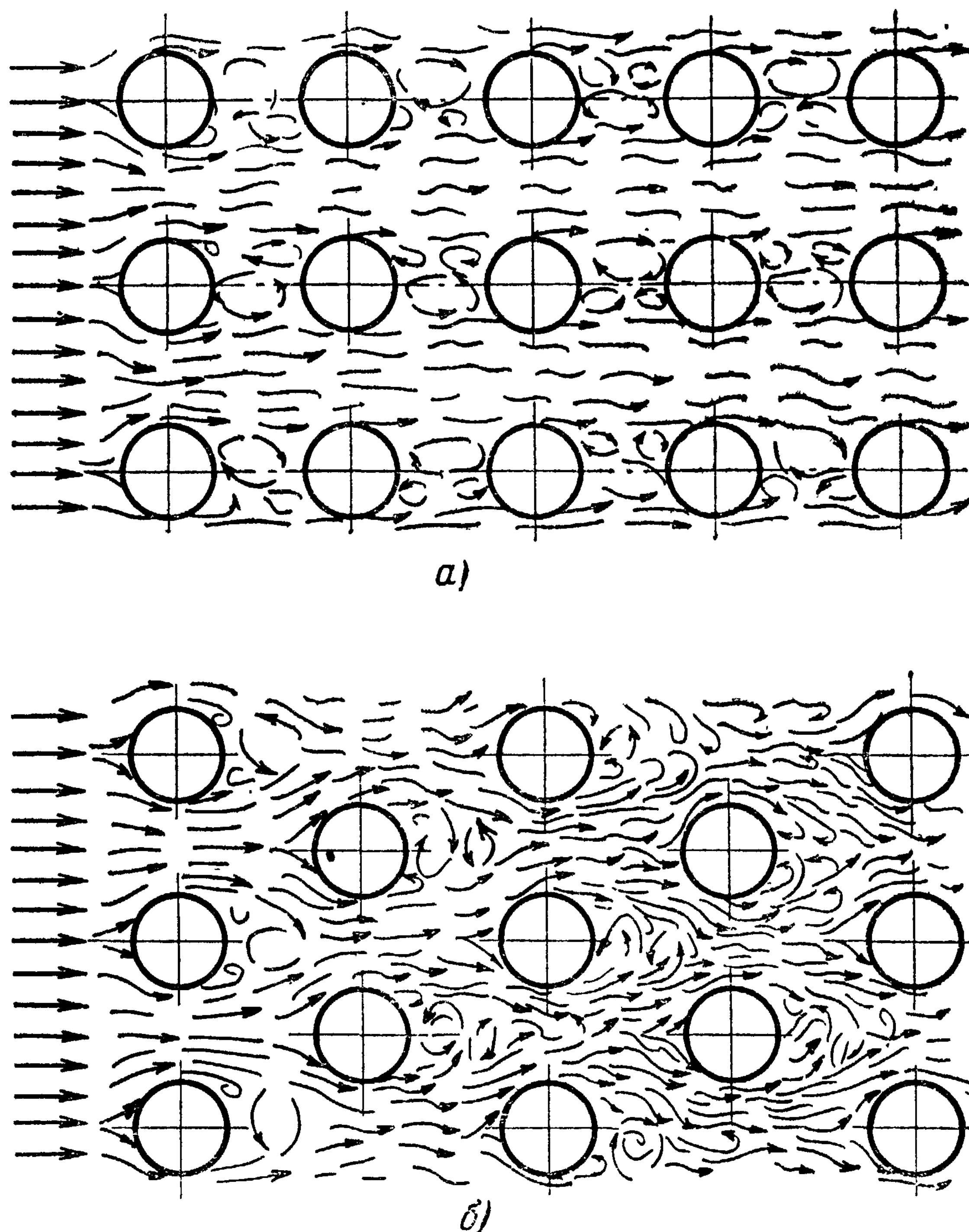


Рис. 3-38. Картина движения жидкости в коридорных (*а*) и шахматных (*б*) пучках из круглых труб.

трубок в обоих пучках близки к условиям омывания одиночной трубки. Для последующих же рядов характер омывания изменяется. В коридорных пучках (рис. 3-38, *а*) все трубки второго и последующих рядов находятся в вихревой зоне впереди стоящих; между трубками по глубине пучка получается застойная зона с относительно слабой циркуляцией жидкости. Поэтому здесь как лобовая, так и кормовая части трубок омываются со значительно меньшей интенсивностью, чем те же части одиночной трубки или лобовая часть первого ряда в пучке. В шахматных пучках (рис. 3-38, *б*) глубоко расположенные трубки по характеру омывания мало чем отличаются от трубок первого ряда.

На рис. 3-39 приведены результаты исследования изменения теплоотдачи по окружности труб для разных рядов в коридорных и шахматных пучках. Из рассмотрения кривых следует, что для первого ряда коридорных пучков изменение относительной теплоотдачи по окружности почти в точности соответствует таковой для одиночной трубки (рис. 3-34). Для шахматных пучков кривая имеет такой же характер, но изменения здесь более резкие. Для вторых и всех последующих рядов характер кривых относительной теплоотдачи меняется. Типовыми стали кривые, приведенные на рис. 3-40. В коридорных пучках максимум теплоотдачи наблю-

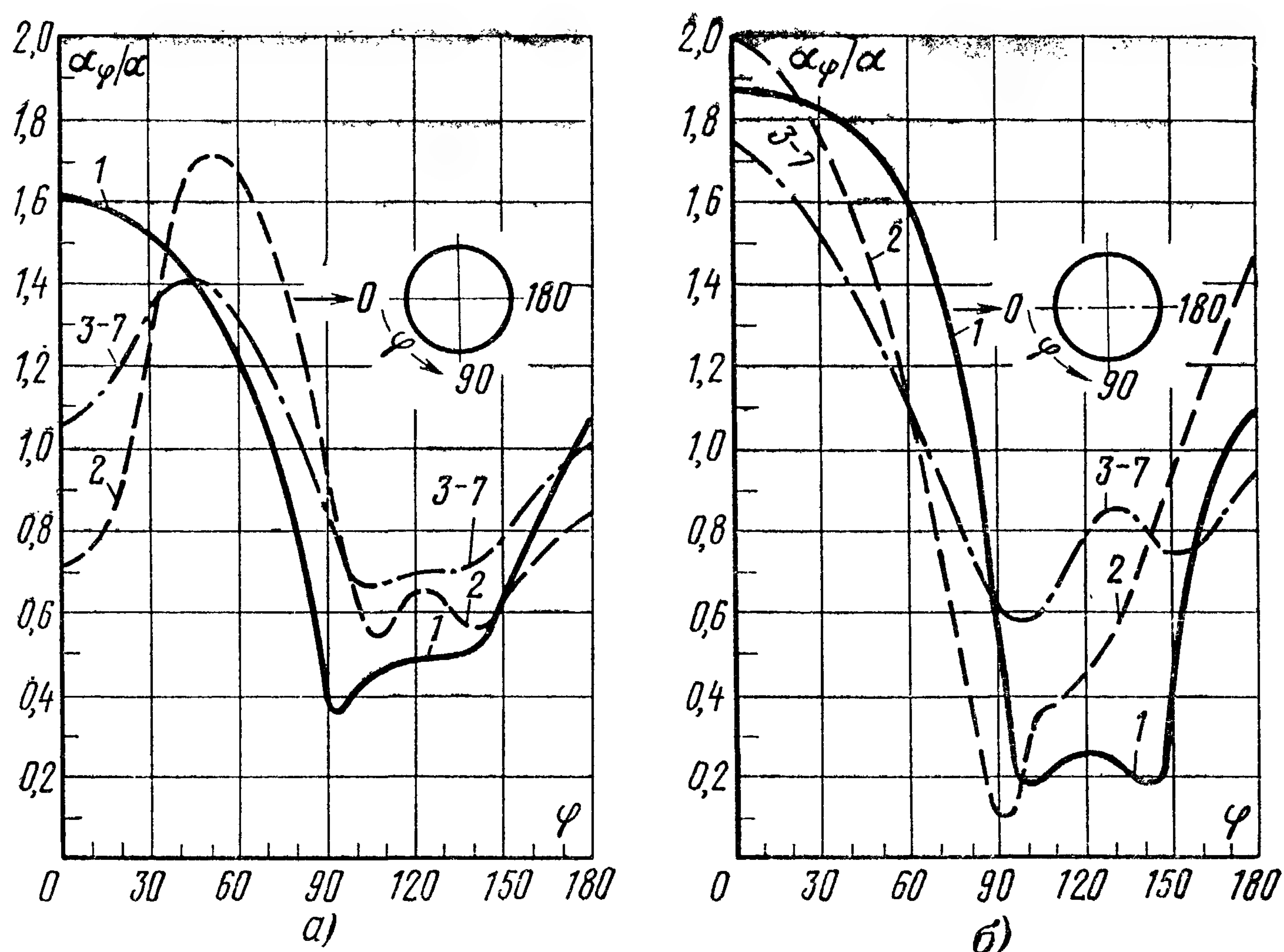


Рис. 3-39. Изменение теплоотдачи по окружности труб для различных рядов в коридорных (*а*) и шахматных (*б*) пучках ($Re = 14 \cdot 10^3$).

1—7 — номера рядов труб.

дается не в лобовой точке, а на расстоянии 50° от нее. Таких максимумов два и расположены они как раз в тех областях поверхности трубы, где происходит удар набегающих струй. Лобовая же часть непосредственному воздействию омывающего потока не подвергается, поэтому здесь теплоотдача невысока. В шахматных пучках максимум теплоотдачи для всех рядов остается в лобовой точке.

Приведенный анализ показывает, что теплоотдача труб в пучке, а также изменение теплоотдачи по окружности в основном определяются характером обтекания. При изменении условий омывания меняется и теплоотдача. Последнее обстоятельство с успехом может быть использовано при компоновке пучков.

По изучению теплоотдачи в зависимости от типа пучка, диаметра труб, расстояния между ними, температуры жидкости и других факторов проведено довольно большое количество исследова-

ний. На основе результатов этих работ можно сделать ряд общи выводов. Теплоотдача первого ряда различна и определяется начальной турбулентностью потока. Теплоотдача второго и третьего рядов по сравнению с первым постепенно возрастает. Если теплоотдачу третьего ряда принять за 100%, то в шахматных и коридорных пучках теплоотдача первого ряда составляет всего лишь около 60%, а второго — в коридорных пучках около 90% и в шахматных — около 70%. Причиной возрастания теплоотдачи является увеличение турбулентности потока при прохождении его через пучок. Начиная с третьего ряда, турбулентность потока принимает стабильный характер, присущий данной компоновке пучка. По абсолютному значению теплоотдача в шахматных пучках выше, чем в коридорных, что обусловливается лучшим перемешиванием жидкости, омывающей трубы.

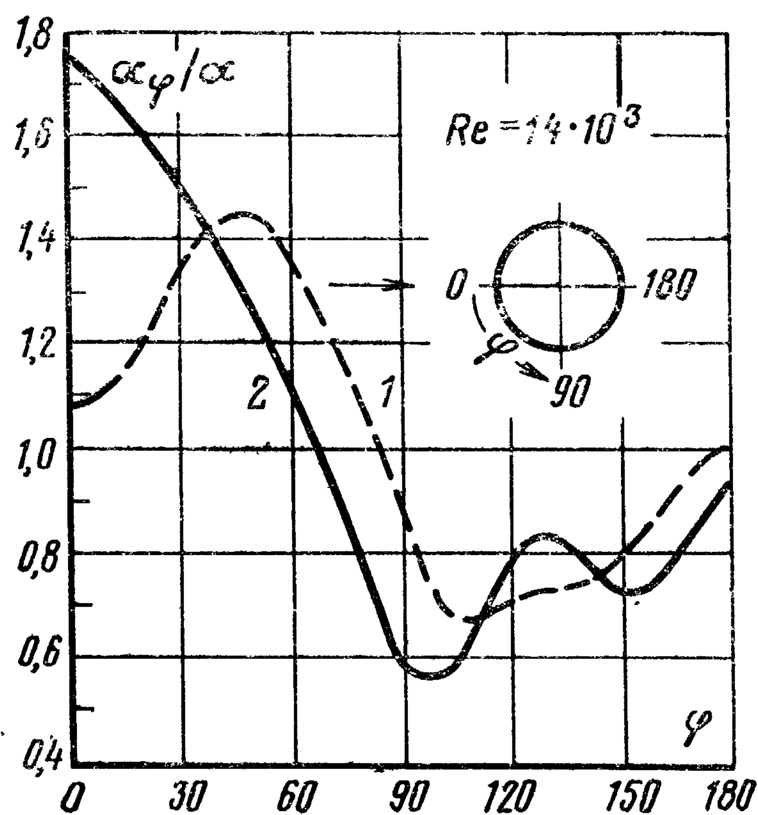


Рис. 3-40. Типичное изменение теплоотдачи по окружности труб в коридорах (*1*) и шахматных (*2*) пучках.

На основе анализа и обобщения опытных данных для расчета среднего коэффициента теплоотдачи рекомендуются соотношения [64]:

а) Коридорные пучки труб:

при $Re_{d ж} < 1\cdot10^3$

$$\overline{Nu}_{d ж} = 0,56\,Re_{d ж}^{0,5}\,Pr_ж^{0,36}\,(Pr_ж/Pr_c)^{0,25}; \tag{3-52}$$

при $Re_{d ж} > 1\cdot10^3$

$$\overline{Nu}_{d ж} = 0,22\,Re_{d ж}^{0,65}\,Pr_ж^{0,36}\,(Pr_ж/Pr_c)^{0,25}. \tag{3-53}$$

б) Шахматные пучки труб:

при $Re_{d ж} < 1\cdot10^3$

$$\overline{Nu}_{d ж} = 0,56\,Re_{d ж}^{0,5}\,Pr_ж^{0,36}\,(Pr_ж/Pr_c)^{0,25}; \tag{3-54}$$

при $Re_{d ж} > 1\cdot10^3$

$$\overline{Nu}_{d ж} = 0,40\,Re_{d ж}^{0,60}\,Pr_ж^{0,36}\,(Pr_ж/Pr_c)^{0,25}. \tag{3-55}$$

Соотношения (3-52) — (3-55) позволяют определить среднее значение коэффициента теплоотдачи $\overline{\alpha}$ для трубок третьего и всех последующих рядов в пучках.

Значения коэффициента теплоотдачи $\overline{\alpha}$ для трубок первого ряда пучка определяются путем умножения найденного среднего значения коэффициента теплоотдачи $\overline{\alpha}$ для трубок третьего ряда на поправочный коэффициент $\varepsilon_\alpha = 0,60$. Для трубок второго ряда в коридорных пучках $\varepsilon_\alpha = 0,90$, а в шахматных пучках $\varepsilon_\alpha = 0,70$.

Если же требуется определить средний коэффициент теплоотдачи всего пучка в целом, то в этом случае необходимо осреднение

найденных значений $\bar{\alpha}$, которое производится следующим образом:

$$\bar{\alpha}_{пуч} = \frac{\bar{\alpha}_1 F_1 + \bar{\alpha}_2 F_2 + \ldots + \bar{\alpha}_m F_m}{F_1 + F_2 + \ldots + F_m}, \quad (3\text{-}56)$$

где $\bar{\alpha}_1$, $\bar{\alpha}_2$, ..., $\bar{\alpha}_m$ — средние коэффициенты теплоотдачи по рядам; F_1, F_2, ..., F_m — площади поверхности теплообмена всех трубок в ряду.

Для воздуха расчетные формулы упрощаются и принимают вид:

а) Коридорные пучки труб:

при $Re_{dж} < 1 \cdot 10^3$

$$\overline{Nu}_{dж} = 0{,}49 Re_{dж}^{0{,}5}; \quad (3\text{-}52а)$$

при $Re_{dж} > 1 \cdot 10^3$

$$\overline{Nu}_{dж} = 0{,}194 Re_{dж}^{0{,}65}. \quad (3\text{-}53а)$$

б) Шахматные пучки труб:

при $Re_{dж} < 1 \cdot 10^3$

$$\overline{Nu}_{dж} = 0{,}49 Re_{dж}^{0{,}5}; \quad (3\text{-}54а)$$

при $Re_{dж} > 1 \cdot 10^3$

$$\overline{Nu}_{dж} = 0{,}35 Re_{dж}^{0{,}60}. \quad (3\text{-}55а)$$

Соотношения (3-52) — (3-55) применимы лишь для случая, когда поток жидкости перпендикулярен оси пучка, т. е. когда угол атаки $\Psi = 90°$. Однако в практике не менее часты случаи, когда $\Psi < 90°$. Проще всего изменение теплоотдачи при изменении угла атаки может быть учтено путем введения поправочного коэффициента ε_Ψ, представляющего собой отношение коэффициента теплоотдачи при угле атаки Ψ к коэффициенту теплоотдачи при $\Psi = 90°$. При этом расчетная формула имеет следующий вид:

$$\bar{\alpha}_\Psi = \varepsilon_\Psi \bar{\alpha}_{\Psi=90°}. \quad (3\text{-}57)$$

На основании ряда исследований установлено, что значение коэффициента ε_Ψ является функцией угла атаки Ψ (рис. 3-41):

Ψ	90	80	70	60	50	40	30	20	10
ε_Ψ	1	1	0,98	0,94	0,88	0,78	0,67	0,52	0,42

Пример 3-8. Определить средний коэффициент теплоотдачи в поперечном потоке воздуха для трубы диаметром $d = 20$ мм, если температура воздуха $t_ж = 30°C$ и скорость $w = 5$ м/с.

При $t_ж = 30°C$ $\lambda_ж = 0{,}0267$ Вт/(м·°С);

$$\nu_ж = 16{,}0 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}; \qquad Re_{dж} = \frac{wd}{\nu_ж} = \frac{5 \cdot 0{,}02}{16{,}0 \cdot 10^{-6}} = 6{,}2 \cdot 10^3.$$

При таком значении $Re_{dж}$ дальнейший расчет производим по формуле (3-50а). После подстановки значения $Re_{dж}$ получаем:

$$\overline{Nu}_{dж} = 0{,}245 Re_{dж}^{0{,}60} = 0{,}245 \left(6{,}2 \cdot 10^3\right)^{0{,}60} = 45{,}6,$$

откуда

$$\bar{\alpha} = \overline{\mathrm{Nu}}_{d\text{ж}} \frac{\lambda_{\text{ж}}}{d} = 45,6 \frac{0,0267}{0,02} = 60,4 \text{ Вт/(м}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Если дополнительно задано, что угол атаки $\Psi = 60^\circ$, тогда полученное значение $\bar{\alpha}$ надо умножить на ε_Ψ. Из рис. 3-36 при $\Psi = 60^\circ$ $\varepsilon_\Psi = 0,94$. Окончательно имеем:

$$\bar{\alpha}' = \bar{\alpha}\varepsilon_\Psi = 60,4\cdot 0,94 = 57,0 \text{ Вт/(м}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Пример 3-9. Определить средний коэффициент теплоотдачи в поперечном потоке воды для трубки $d = 20$ мм, если температура воды $t_{\text{ж}} = 20^\circ$C; температура стенки $t_{\text{с}} = 40^\circ$C, скорость $w = 0,5$ м/с.

При $t_{\text{ж}} = 20^\circ$C $\lambda_{\text{ж}} = 0,599$ Вт/(м·°C); $\nu_{\text{ж}} = 1\cdot 10^{-6}$ м²/с; $\mathrm{Pr}_{\text{ж}} = 7,02$;

$$\mathrm{Re}_{d\text{ж}} = \frac{wd}{\nu_{\text{ж}}} = \frac{0,5\cdot 0,02}{1\cdot 10^{-6}} = 1\cdot 10^4.$$

При $t_{\text{с}} = 40^\circ$C $\mathrm{Pr}_{\text{с}} = 4,31$; $\mathrm{Pr}_{\text{ж}}/\mathrm{Pr}_{\text{с}} = 1,63$.

Подставляя эти величины в формулу (3-50), получаем:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{d\text{ж}} = 0,28\mathrm{Re}_{d\text{ж}}^{0,60}\,\mathrm{Pr}_{\text{ж}}^{0,36}\left(\mathrm{Pr}_{\text{ж}}/\mathrm{Pr}_{\text{с}}\right)^{0,25} =$$

$$= 0,28\left(1\cdot 10^4\right)^{0,60}\cdot 7,02^{0,36}\,(1,63)^{0,25} = 160,$$

откуда

$$\bar{\alpha} = \overline{\mathrm{Nu}}_{d\text{ж}}\frac{\lambda_{\text{ж}}}{d} = \frac{160\cdot 0,599}{0,02} = 4780 \text{ Вт/(м}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

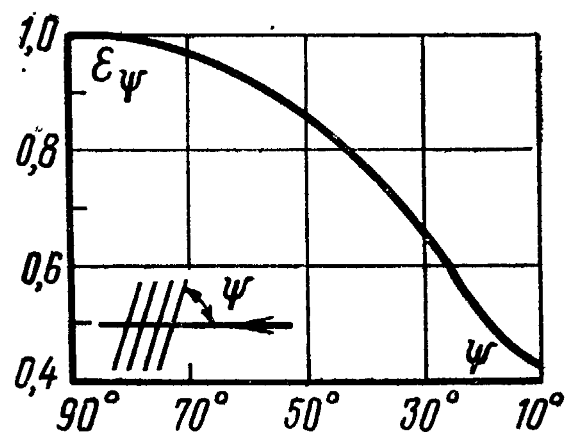


Рис. 3-41. Зависимость теплоотдачи в пучках от угла атаки.

Пример 3-10. Определить средний коэффициент теплоотдачи для восьмирядного коридорного пучка, состоящего из труб диаметром $d = 40$ мм; $x_1/d = 1,8$ и $x_2/d = 2,3$.

Средняя температура воздуха $\bar{t}_{\text{ж}} = 300^\circ$C, средняя скорость в узком сечении $w = 10$ м/с и угол атаки $\psi = 60^\circ$.

Значения физических свойств воздуха при $\bar{t}_{\text{ж}} = 300^\circ$C:

$$\lambda_{\text{ж}} = 0,046 \text{ Вт/(м}\cdot{}^\circ\text{C) и } \nu_{\text{ж}} = 48,33\cdot 10^{-6} \text{ м}^2\text{/с};$$

$$\mathrm{Re}_{d\text{ж}} = \frac{wd}{\nu_{\text{ж}}} = \frac{10\cdot 0,04}{48,33\cdot 10^{-6}} = 8,29\cdot 10^3;\ \mathrm{Re}_{d\text{ж}}^{0,65} = 353.$$

Подставляя эти значения в выражение (3-53а), получаем:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{d\text{ж}} = 0,194\mathrm{Re}_{d\text{ж}}^{0,65} = 0,194\cdot 353 = 68,5,$$

откуда среднее значение коэффициента теплоотдачи для труб третьего и всех последующих рядов:

$$\bar{\alpha}' = \overline{\mathrm{Nu}}_{d\text{ж}}\frac{\lambda_{\text{ж}}}{d} = \frac{68,5\cdot 0,046}{0,04} = 79 \text{ Вт/(м}^2\cdot{}^\circ\text{C)}.$$

Средний коэффициент теплоотдачи пучка при угле атаки $\Psi = 90°$

$$\bar{\alpha}_{пуч} = \frac{(0,6 + 0,9 + 6)\,\bar{\alpha}'}{8} = 0,938\,\bar{\alpha}' = 74\ Вт/(м^2\cdot°С).$$

Теперь следует внести поправку на угол атаки. При $\Psi = 60°$ $\varepsilon_\Psi = 0,94$, следовательно,

$$\bar{\alpha}'_{пуч} = 0,94\cdot 74,0 = 69,5\ Вт/(м^2\cdot°С).$$

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ

ТЕПЛООБМЕН ПРИ КИПЕНИИ И КОНДЕНСАЦИИ

4-1. ТЕПЛООБМЕН ПРИ КИПЕНИИ

1. **Общие представления о процессе кипения.** Кипением называют процесс образования пара внутри объема жидкости. Условия протекания этого процесса своеобразны и сложны.

Для возникновения кипения всегда необходим некоторый перегрев жидкости, т. е. превышение температуры жидкости $t_ж$ относительно температуры насыщения t_s при заданном давлении p. Этот перегрев, как показывают опыты, зависит от физических свойств жидкости, ее чистоты, давления, а также свойств граничных твердых поверхностей. Чем чище жидкость, тем более высоким оказывается начальный перегрев, необходимый для возникновения кипения. Известны опыты, в которых тщательно очищенные жидкости, лишенные растворенных газов, удавалось перегревать без вскипания на десятки градусов при нормальном давлении. Однако в конце концов такая перегретая жидкость все же вскипает, причем кипение происходит крайне бурно, напоминая взрыв. Теплота перегрева жидкости расходуется на парообразование, жидкость быстро охлаждается до температуры насыщения. Высокий начальный перегрев, необходимый для вскипания чистой жидкости, объясняется затрудненностью самопроизвольного образования внутри жидкости начальных маленьких пузырьков пара (зародышей) из-за значительной энергии взаимного притяжения молекул в жидкости.

Иначе обстоит дело, когда жидкость содержит растворенный газ (например, воздух), а также мельчайшие взвешенные частицы. При ее нагревании процесс кипения начинается почти сразу после достижения жидкостью температуры насыщения. При этом кипение носит спокойный характер. В данном случае образующиеся при нагревании газовые пузырьки, а также находящиеся в жидкости твердые частицы, служат готовыми начальными зародышами паровой фазы.

Начальный перегрев снижается и в том случае, когда стенки сосуда, в котором происходит нагревание жидкости, имеют адсорбированный на поверхности газ, микрошероховатость, а также различные неоднородности и включения, понижающие молекулярное сцепление жидкости с поверхностью. При подводе теплоты через

такую поверхность образование пузырьков наблюдается в отдельных точках поверхности, так называемых *центрах парообразования*. Таким образом, процесс кипения в этом случае начинается в слоях жидкости, контактирующих с поверхностью и имеющих одинаковую с ней температуру. Для практики этот вид кипения представляет наибольший интерес. Рассмотрим его основные характеристики.

По мере увеличения температуры поверхности нагрева $t_с$ и соответственно температурного напора $\Delta t = t_с - t_s$ число действующих центров парообразования растет, процесс кипения становится все более интенсивным. Паровые пузырьки периодически отрываются от поверхности и, всплывая к свободной поверхности, продолжают расти в объеме. Последнее объясняется тем, что температура в объеме кипящей жидкости, как показывают опытные данные, не равна температуре насыщения, а несколько превышает ее. Например, для воды при атмосферном давлении перегрев в объеме составляет 0,2—0,4°С (рис. 4-1).

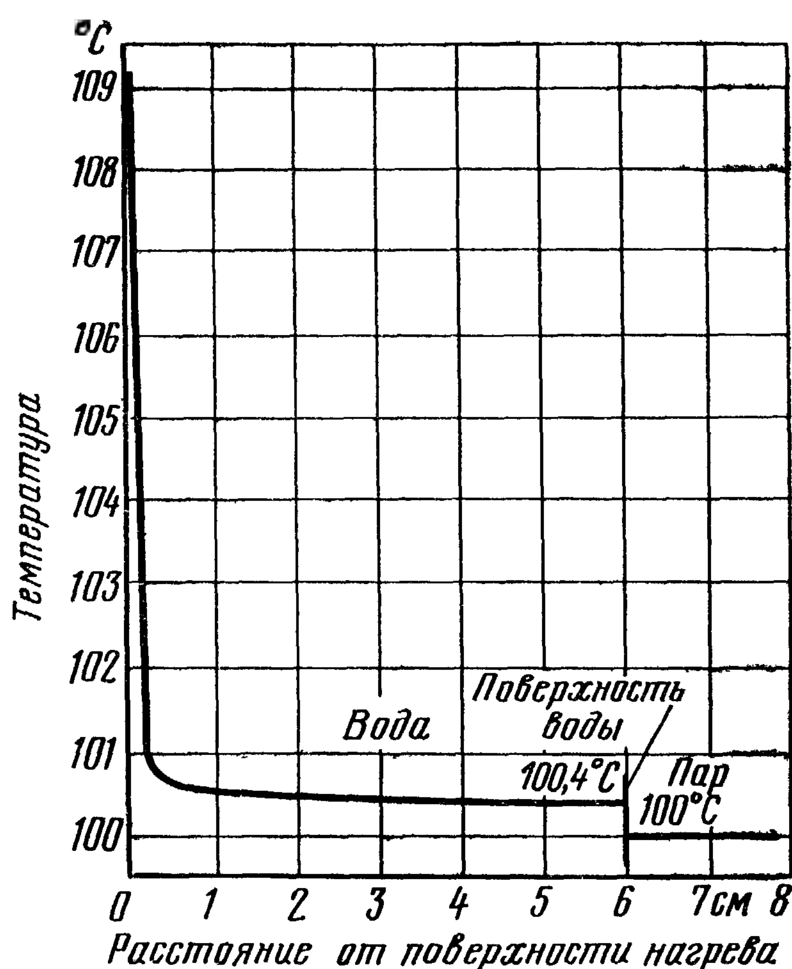


Рис. 4-1. Распределение температур в объеме кипящей жидкости ($t_с = 109,1°С$; $p_s = 1 \cdot 10^5$ Па, $q = 22\,500$ Вт/м²).

На рис. 4-2, *а* схематически показана картина пузырькового режима кипения жидкости. При повышении температурного напора Δt значительно возрастает поток теплоты, который отводится от поверхности нагрева к кипящей жидкости. Вся эта теплота в конечном счете расходуется на образование пара. Поэтому уравнение теплового баланса при кипении имеет вид:

$$Q = rG'', \tag{4-1}$$

где Q — тепловой поток, Вт; r — теплота фазового перехода жидкости, Дж/кг; G'' — количество пара, образующегося в единицу времени в результате кипения жидкости и отводимого от ее свободной поверхности, кг/с.

Тепловой поток Q при увеличении температурного напора Δt растет не беспредельно. При некотором значении Δt он достигает максимального значения, а при дальнейшем повышении Δt начинает уменьшаться. До момента достижения максимального теплового потока режим кипения называют *пузырьковым*. Максимальную тепловую нагрузку при пузырьковом кипении называют *первой критической плотностью теплового потока* и обозначают $q_{кр1}$.

Для воды при атмосферном давлении первая критическая плотность теплового потока составляет $q_{кр1} \approx 1{,}2 \cdot 10^6$ Вт/м^2; соответствующее критическое значение температурного напора $\Delta t_{кр\,1} = 25 \div 35$°С. (Эти величины относятся к условиям кипения воды при свободном движении в большом объеме. Для других условий и других жидкостей величины будут иными).

При бóльших значениях Δt наступает второй, *переходный* режим кипения (рис. 4-2, *б*). Он характеризуется тем, что как и на самой поверхности нагрева, так и вблизи нее пузырьки непрерывно сливаются между собой, образуются большие паровые полости. Из-за этого доступ жидкости к самой поверхности постепенно все более затрудняется. В отдельных местах поверхности возникают «сухие» пятна; их число и размеры непрерывно растут по мере увеличения температуры поверхности. Такие участки как бы выключаются из теплообмена, так как отвод теплоты непосредственно к пару происходит существенно менее интенсивно. Это и определяет резкое снижение теплового потока и коэффициента теплоотдачи в области переходного режима кипения.

Наконец, при некотором температурном напоре вся поверхность нагрева обволакивается сплошной пленкой пара, оттесняющей жидкость от поверхности. Так наступает третий, *пленочный* режим кипения (рис. 4-2, *в*). Перенос теплоты в режиме пленочного кипения от поверхности нагрева к жидкости осуществляется путем конвективного теплообмена и излучения через паровую пленку. По мере увеличения температурного напора все большая часть теплоты передается за счет излучения. Интенсивность теплообмена в режиме пленочного кипения достаточно низкая. Паровая пленка испытывает пульсации; пар, периодически накапливающийся в ней, отрывается в виде больших пузырей. В момент наступления пленочного кипения тепловая нагрузка, отводимая от поверхности, и соответственно количество образующегося пара имеют минимальные значения. Минимальное значение тепловой нагрузки при пленочном кипении называется *второй критической плотностью теплового потока* $q_{кр\,2}$. При атмосферном давлении для воды, кипящей на технических металлических поверхностях, момент начала пленочного кипения характеризуется температурным напором $\Delta t = t_с - t_s \approx 150$°С, т. е. температура поверхности $t_с$ составляет примерно 250°С.

Таким образом, при кипении жидкости на поверхности нагрева в зависимости от температурного напора $\Delta t = t_с - t_s$ могут наблюдаться три различных режима кипения. Общая картина изменения плотности теплового потока q, отводимого к кипящей жидкости, при увеличении температурного напора Δt показана в логарифмических координатах на рис. 4-3. Этот график относится к процессу кипения воды при атмосферном давлении. Такой же характер зависимость q от Δt имеет и для других жидкостей, кипящих в условиях свободного движения в большом объеме на металлических поверхностях нагрева: трубах, плитах и т. д.

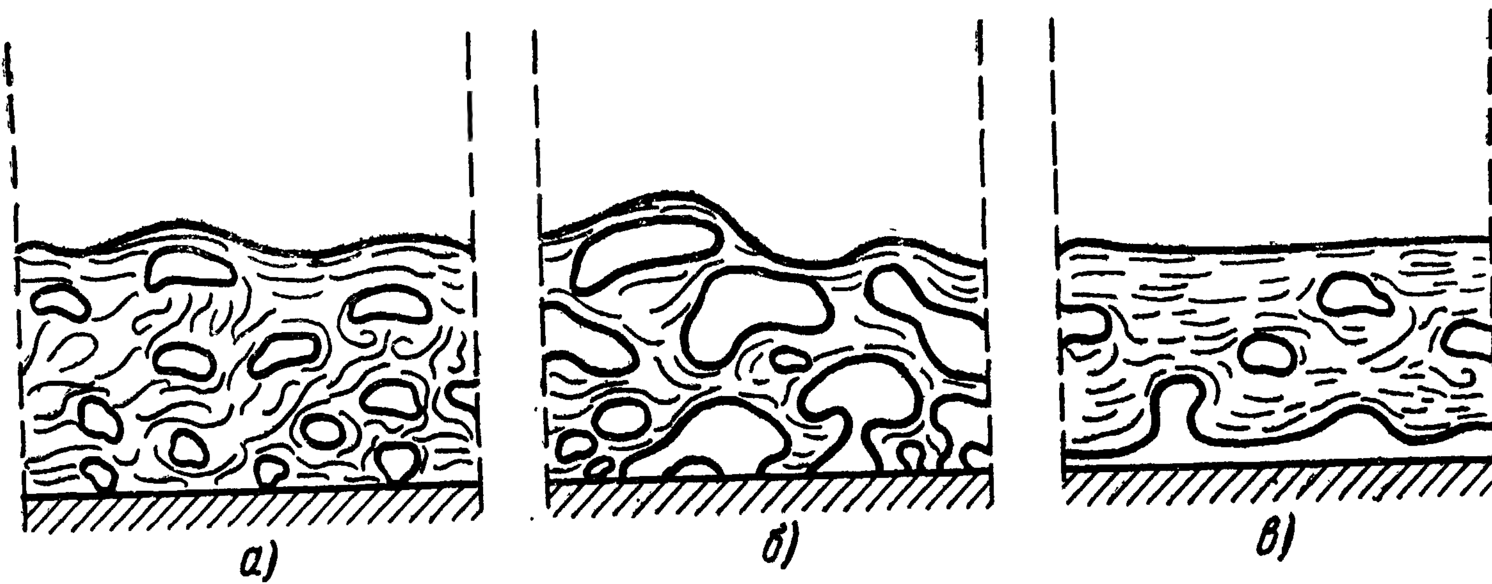


Рис. 4-2. Процесс кипения жидкости.

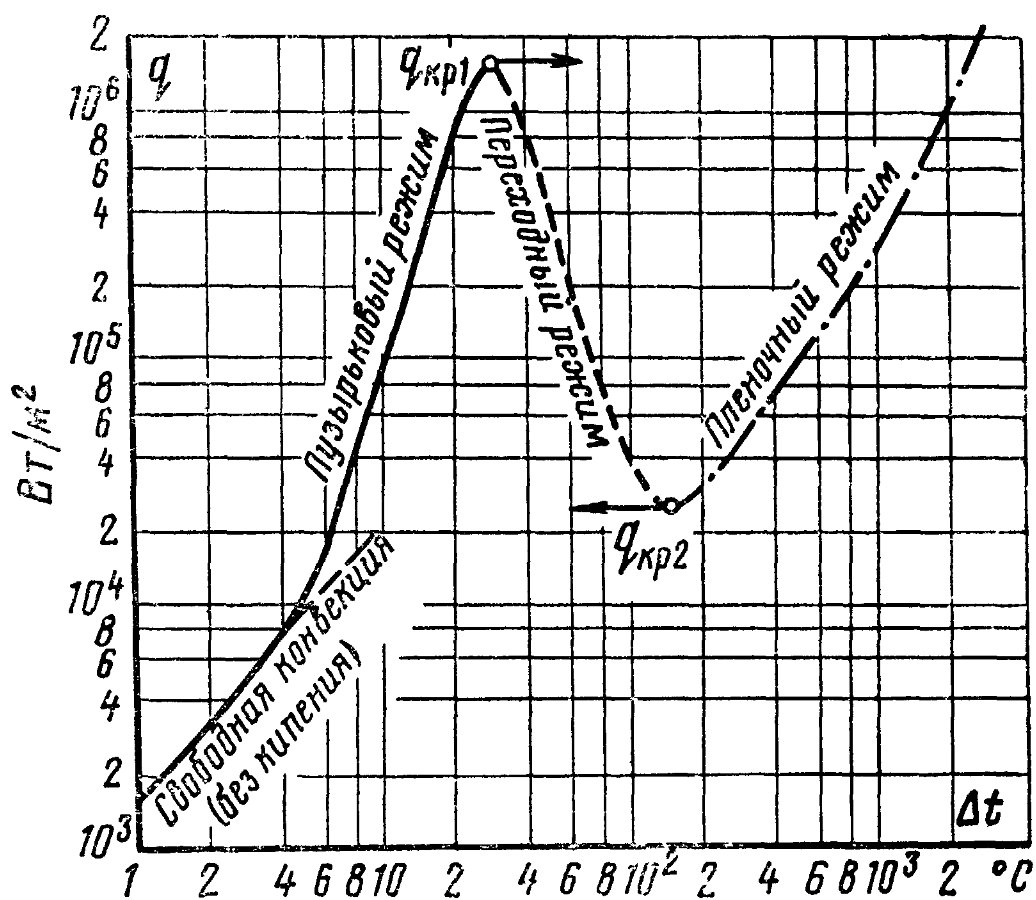


Рис. 4-3. Зависимость плотности теплового потока q от температурного напора Δt при кипении воды.

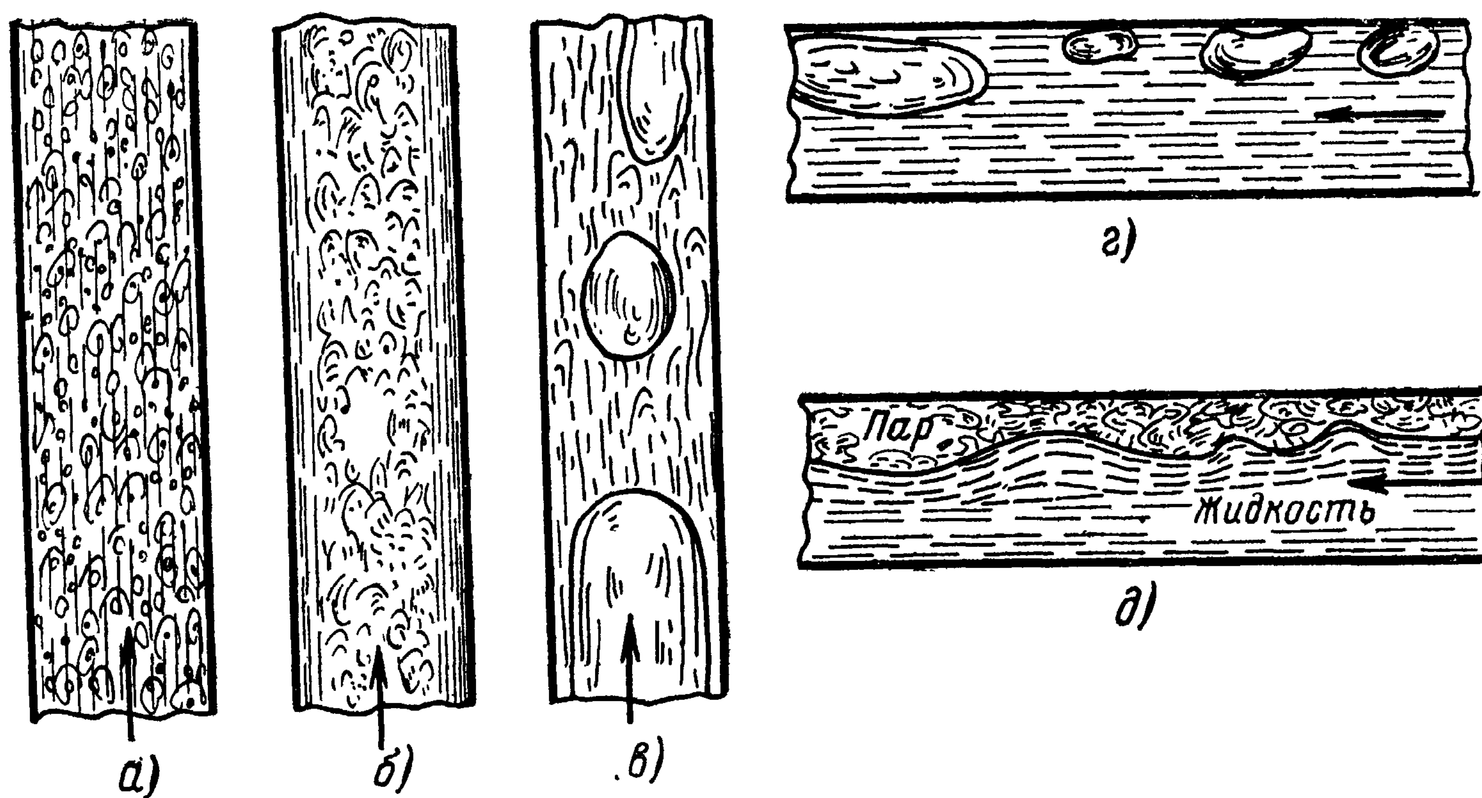


Рис. 4-4. Характер движения пароводяной смеси в трубах.

Все три режима кипения можно наблюдать в обратном порядке, если, например, раскаленное массивное металлическое изделие опустить в воду для закалки. Вода закипает, вначале охлаждение тела идет относительно медленно (пленочное кипение), затем скорость охлаждения быстро нарастает (переходный режим), вода начинает периодически смачивать поверхность, и наибольшая скорость снижения температуры поверхности достигается в конечной стадии охлаждения (пузырьковое кипение). В этом примере кипение протекает в нестационарных условиях во времени.

Стационарное кипение в переходном режиме на практике может наблюдаться в том случае, когда температура поверхности нагрева поддерживается неизменной за счет контакта этой поверхности с внешней стороны с другим теплоносителем, имеющим более высокую температуру и значительную интенсивность теплоотдачи.[1] Такие условия подвода теплоты можно кратко характеризовать как условия обогрева при $t_c = \text{const}$. На практике, однако, часто встречаются также условия, когда к поверхности подводится фиксированный тепловой поток, т. е. $q = \text{const}$. Это характерно, например, для электрического обогрева поверхности, для обогрева за счет тепловыделения в результате ядерной реакции в атомном реакторе и приближенно в случае лучистого обогрева поверхности от источников с весьма высокой температурой. В условиях $q = \text{const}$ температура поверхности t_c и соответственно температурный напор Δt зависят от режима кипения жидкости. Оказывается, что при таких условиях подвода теплоты переходный режим стационарно существовать не может. Вследствие этого процесс кипения приобретает новые специфические черты, имеющие важное прикладное значение. Рассмотрим их подробнее. Для этого вновь обратимся к рис. 4-3. При постепенном повышении тепловой нагрузки q температурный напор Δt возрастает в соответствии с линией пузырькового режима кипения на рис. 4-3, и процесс развивается так же, как это было описано выше. Новые условия возникают тогда, когда подводимая плотность теплового потока достигает значения, которое соответствует первой критической плотности теплового потока $q_{кр1}$. Теперь при любом незначительном (даже случайном) повышении величины q возникает избыток между количеством подводимой к поверхности теплоты и той максимальной тепловой нагрузкой $q_{кр1}$, которая может быть отведена в кипящую жидкость. Этот избыток $(q-q_{кр1})$ вызывает увеличение температуры поверхности, т. е. начинается нестационарный разогрев материала стенки. Температура поверхности t_c оказывается более высокой по сравнению с $t_{с.кр1}$, на поверхности устанавливается переходный режим кипения, и отвод теплоты начинает снижаться. В итоге разность между подводимым и отводимым коли-

---

[1] Примером может служить обогрев поверхности насыщенным паром необходимой температуры и давления. В процессе его конденсации интенсивность теплоотдачи к поверхности весьма высока (см. § 4-2).

чеством теплоты быстро нарастает во времени. Соответственно увеличивается скорость разогрева поверхности. Развитие процесса приобретает кризисный характер. За доли секунды температура материала поверхности нагрева возрастает на сотни градусов, и лишь при условии, что стенка достаточно тугоплавкая, кризис заканчивается благополучно новым стационарным состоянием, отвечающим области пленочного кипения при весьма высокой температуре поверхности. На рис. 4-3 этот кризисный переход от пузырькового режима кипения к пленочному условно показан стрелкой как «перескок» с кривой пузырькового кипения на линию пленочного кипения при той же тепловой нагрузке $q_{кр1}$. Однако обычно кризис сопровождается расплавлением и разрушением поверхности нагрева (ее пережогом).

Вторая особенность состоит в том, что если произошел кризис и установился пленочный режим кипения (поверхность не разрушилась), то при снижении тепловой нагрузки пленочное кипение будет сохраняться, т. е. обратный процесс теперь будет происходить по линии пленочного кипения (рис. 4-3). Лишь при достижении $q_{кр2}$ жидкость начинает вновь в отдельных точках периодически достигать (смачивать) поверхность нагрева. Отвод теплоты растет и превышает подвод теплоты, вследствие чего возникает быстрое охлаждение поверхности, которое также носит кризисный характер. Происходит быстрая смена режимов, и устанавливается стационарное пузырьковое кипение. Этот обратный переход (второй кризис) на рис. 4-3 также условно показан стрелкой как «перескок» с кривой пленочного кипения на линию пузырькового кипения при $q = q_{кр2}$.

Итак, в условиях фиксированного значения плотности теплового потока q, подводимого к поверхности нагрева, оба перехода от пузырькового к пленочному и обратно носят кризисный характер. Они происходят при критических плотностях теплового потока $q_{кр1}$ и $q_{кр2}$ соответственно. В этих условиях переходный режим кипения стационарно существовать не может, он является неустойчивым.

Отвод теплоты в режиме пузырькового кипения является одним из наиболее совершенных методов охлаждения поверхности нагрева. Он находит широкое применение в атомных реакторах, при охлаждении реактивных двигателей, а также в ряде других технических устройств.

На практике широко применяются методы отвода теплоты при кипении жидкости, движущейся внутри труб или каналов различной формы. Так, процессы генерации пара на современных тепловых электрических станциях осуществляются за счет кипения воды, движущейся внутри котельных труб при высоком давлении. Теплота к поверхности труб подводится от раскаленных продуктов сгорания топлива за счет излучения и конвективного теплообмена.

Для процесса кипения жидкости, движущейся внутри ограниченного объема трубы (канала), описанные выше условия остаются

в силе, но вместе с этим появляется ряд новых особенностей. На развитие процесса может влиять скорость вынужденного движения жидкости или пароводяной смеси. Кроме того, сама структура двухфазного потока (характер распределения паровой и жидкой фаз внутри канала) также имеет важное значение для развития процесса кипения и возникновения кризиса кипения. На рис. 4-4 показаны характерные режимы течения пароводяной смеси в трубах. В зависимости от содержания пара, скорости движения смеси, диаметра трубы и ее расположения в пространстве характер движения оказывается различным: в виде однородной эмульсии (рис. 4-4,*а*), в виде двух самостоятельных потоков воды и пара (рис. 4-4, *б*, *д*). В одних случаях при этом вода движется по периферии у стенки в форме пленки, а пар в центральной части трубы (рис. 4-4, *б*), в других получается раздельное движение — жидкость в одной, а пар в другой части трубы (рис. 4-4, *д*). Пузырьковый режим течения смеси (рис. 4-4, *в*, *г*) различен при вертикальном и горизонтальном положениях трубы.

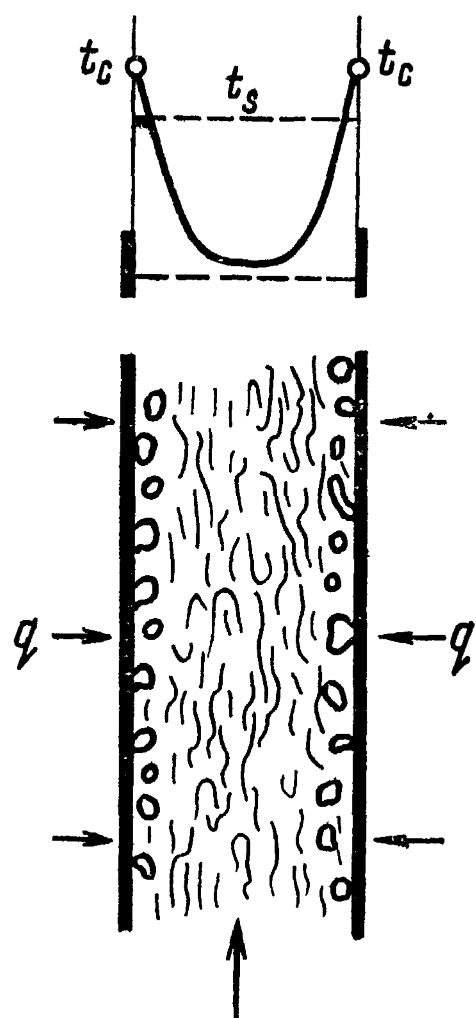


Рис. 4-5. Процесс кипения с недогревом.

Процесс кипения может происходить также при течении в трубе недогретой до температуры насыщения жидкости, если интенсивность подвода теплоты к стенкам трубы достаточно высока. Такой процесс возникает, когда температура стенки t_c превышает температуру насыщения t_s; он охватывает пограничный слой жидкости около стенки (рис. 4-5). Паровые пузырьки, попадающие в холодное ядро потока, быстро конденсируются. Этот вид кипения называют *кипением с недогревом*.

2. **Теплообмен при пузырьковом кипении.** Наблюдения показывают, что при увеличении температурного напора $\Delta t = t_c - t_s$, а также давления p на поверхности нагрева увеличивается число активных центров парообразования z. В итоге все большее количество пузырьков непрерывно возникает, растет и отрывается от поверхности нагрева. Вследствие этого увеличиваются турбулизация и перемешивание пристенного пограничного слоя жидкости. В процессе своего роста на поверхности нагрева пузырьки также интенсивно забирают теплоту из пограничного слоя. Все это способствует улучшению теплоотдачи. В целом процесс пузырькового кипения носит довольно хаотичный характер.

Исследования показывают, что на технических поверхностях нагрева число центров парообразования z зависит от материала, строения и микрошероховатости поверхности, наличия неоднородности состава поверхности и адсорбированного поверхностью газа

(воздуха). Заметное влияние оказывают различные налеты, окисные пленки, а также любые другие включения, приводящие к понижению работы адгезии. Под работой адгезии понимают работу, которую необходимо затратить для отрыва жидкости от твердой поверхности на единице площади. Эта величина характеризует меру молекулярного сцепления жидкости с поверхностью и связана с явлением смачивания. Чем лучше жидкость смачивает данный участок поверхности, тем выше работа адгезии. Наблюдения показывают, что в реальных условиях центрами парообразования обычно служат отдельные элементы неровности и микрошероховатости поверхности (предпочтительно различные углубления и впадины), причем в первую очередь, по-видимому, те из них, для которых работа адгезии имеет наименьшее значение.

Обычно на новых поверхностях число центров парообразования выше, чем на тех же поверхностях после длительного кипения. В основном это объясняется наличием адсорбированного поверхностью газа. Со временем газ постепенно удаляется, он смешивается с паром, находящимся в растущих пузырьках, и выносится в паровое пространство. Процесс кипения и теплоотдача принимают стабильный во времени характер и интенсивность.

На условия образования паровых пузырьков большое влияние оказывает поверхностное натяжение на границе раздела жидкости и пара.

Напомним, что поверхностным натяжением называется сила, под действием которой свободная поверхность жидкости стремится сократиться; эта сила действует по касательной к поверхности. За единицу поверхностного натяжения принимают силу, приходящуюся на единицу длины произвольной линии на поверхности жидкости. Эта величина обозначается σ, Н/м, и является физической характеристикой данного вещества. С увеличением температуры величина σ убывает и при критической температуре становится равной нулю.

Изменение поверхностного натяжения с температурой может быть определено по формуле Бачинского

$$\sigma = c(\rho' - \rho'')^4, \tag{4-2}$$

где ρ' — плотность жидкости; ρ'' — плотность пара при температуре насыщения; c — коэффициент пропорциональности.

При температуре 20°С поверхностное натяжение воды равно 0,068, бензола 0,0288, этилового спирта 0,0222 и ртути 0,47 Н/м.

Вследствие поверхностного натяжения давление пара внутри пузырька $p_п$ выше давления окружающей его жидкости $p_ж$. Их разность определяется уравнением Лапласа

$$\Delta p = p_п - p_ж = \frac{2\sigma}{R}, \tag{4-3}$$

где σ — поверхностное натяжение; R — радиус пузырька (в общем случае — средний радиус кривизны поверхности раздела жидкости и пара).

Уравнение Лапласа выражает условие механического равновесия. Оно показывает, что поверхностное натяжение наподобие упругой оболочки «сжимает» пар в пузырьке, причем тем сильнее, чем меньше его радиус R.

Представление о порядке величин перепада давления Δp и абсолютного давления пара $p_п$ внутри пузырька для воды при неизменном внешнем давлении $p_ж = 1{,}0 \cdot 10^5$ Па дает табл. 4-1, рассчитанная по уравнению (4-3).

Таблица 4-1

Значения Δp и $p_п \cdot 10^5$, Па, для воды

R, мм	Δp	$p_п$	R, мм	Δp	$p_п$
1,0	0,0012	1,0012	0,01	0,12	1,12
0,1	0,012	1,012	0,001	1,2	2,2

Приведенные цифры показывают, что при радиусе меньше нескольких десятков микрон давление пара внутри пузырька уже заметно превышает внешнее давление.

Зависимость давления пара в пузырьке от его размера накладывает особенности на условие теплового или термодинамического равновесия малых пузырьков. Пар в пузырьке и жидкость на его поверхности находятся в равновесии, если поверхность жидкости имеет температуру, равную температуре насыщения при давлении пара в пузырьке[1], $t_s(p_п)$. Эта температура выше, чем температура насыщения при внешнем давлении в жидкости $t_s(p_ж)$. Следовательно, для осуществления теплового равновесия жидкость вокруг пузырька должна быть перегрета на величину $t_s(p_п) - t_s(p_ж)$.

В качестве примера рассмотрим два пузырька в воде при атмосферном давлении с радиусами, равными 0,01 и 0,001 мм соответственно. Давление пара в этих пузырьках приведено в табл. 4-1, оно составляет $1{,}12 \cdot 10^5$ и $2{,}2 \cdot 10^5$ Па. На линии насыщения воды этим давлениям соответствуют температуры насыщения 102,8 и 123, 3°С. Именно такие значения температуры должна иметь вода вокруг этих пузырьков для существования равновесия.

Следующая особенность заключается в том, что это равновесие оказывается *неустойчивым*. Если температура жидкости несколько превысит равновесное значение, то произойдет испарение части жидкости внутрь пузырьков и его радиус увеличится. При этом согласно уравнению Лапласа давление пара в пузырьке понизится. Это приведет к новому отклонению от равновесного состояния. Пузырек начнет неограниченно расти. Так же при незначительном

[1] Ради упрощения изложения здесь не учитывается зависимость давления насыщенного пара от кривизны поверхности жидкости, определяемая уравнением Томсона. Для рассматриваемых условий связанная с этим погрешность в количественном отношении незначительна.

понижении температуры жидкости часть пара сконденсируется, размер пузырька уменьшится, давление пара в нем повысится. Это повлечет за собой дальнейшее отклонение от равновесных условий, теперь уже в другую сторону. В итоге пузырек полностью сконденсируется и исчезнет.

Следовательно, в перегретой жидкости не любые случайно возникшие маленькие пузырьки обладают способностью к дальнейшему росту, а только те, радиус которых превышает значение, отвечающее рассмотренным выше условиям неустойчивого механического и теплового равновесия. Это *минимальное значение* радиуса пузырька $R_{мин}$ часто называют также *критическим радиусом* парового зародыша. Величина $R_{мин}$ зависит от степени перегрева жидкости, т. е. от разности температур $\Delta t = t_ж - t_s$, где t_s — температура насыщения при давлении в жидкости. Выражение для минимального радиуса парового пузырька можно получить из уравнения Лапласа:

$$R_{мин} = \frac{2\sigma}{\Delta p},$$

если учесть при этом, что разность давлений между паром и жидкостью для такого пузырька согласно условию теплового равновесия составляет:

$$\Delta p = p_s(t_s + \Delta t) - p_s(t_s) \approx p_s' \Delta t,$$

где $p_s' = (\partial p / \partial t)_s$ — производная давления по температуре на линии насыщения.

Таким образом, имеем:

$$R_{мин} = \frac{2\sigma}{p_s' \Delta t} \qquad (4\text{-}4)$$

или с учетом зависимости давления насыщенного пара от кривизны поверхности раздела

$$R_{мин} = \frac{2\sigma}{p_s' \Delta t} \frac{\rho'}{\rho' - \rho''}, \qquad (4\text{-}4а)$$

где производная p_s' представляет собой физическую характеристику данного вещества, она определяется уравнением Клапейрона — Клаузиса

$$p_s' = \frac{r\rho'\rho''}{T_s(\rho' - \rho'')}, \qquad (4\text{-}5)$$

т. е. выражается через другие физические постоянные: теплоту фазового перехода r, плотности пара ρ'' и жидкости ρ' и абсолютную температуру насыщения T_s.

Уравнение (4-4) показывает, что если в отдельных точках поверхности нагрева появляются паровые зародыши, то способностью к дальнейшему самопроизвольному росту обладают лишь те из них, радиус кривизны которых превышает значение $R_{мин}$. Поскольку с ростом Δt величина $R_{мин}$ снижается, уравнение (4-4) объясняет экспериментально наблюдаемый факт увеличения числа центров парообразования z при повышении температуры поверхности.

Увеличение числа центров парообразования z с ростом давления также связано с уменьшением $R_{мин}$, ибо при повышении давления p_s' растет, а σ снижается. О порядке величины $R_{мин}$ дает представление следующий расчет. Для воды, кипящей при атмосферном давлении, поверхностное натяжение $\sigma = 5{,}87 \cdot 10^{-2}$ Н/м, производная $p_s' = 3{,}500$ Па/°C и температурный напор Δt изменяется в интервале от 5 до 25°C. Подставив эти значения в уравнение (4-4), найдем, что при $\Delta t = 5$°C $R_{мин} = 6{,}7$ мкм; при $\Delta t = 25$°C $R_{мин} = 1{,}3$ мкм.

Наблюдения, проведенные с применением скоростной киносъемки, показывают, что при фиксированном режиме кипения частота образования паровых пузырьков оказывается неодинаковой как в различных точках поверхности, так и во времени. Это придает процессу кипения сложный статистический характер. Соответственно скорости роста и отрывные размеры различных пузырьков также характеризуются случайными отклонениями около некоторых средних величин.

На рис. 4-6 приведены опытные данные, которые показывают изменение радиуса R различных пузырьков в зависимости от времени τ при кипении воды на горизонтальной пластине при разных давлениях, полученные при помощи скоростной киносъемки (для каждого пузырька время отсчитывается от момента его появления). Линии, проведенные на этом графике, определяют примерные средние зависимости R от τ при фиксированных режимах кипения. Эти зависимости имеют вид: $R = c_1\sqrt{\tau}$, т. е. показывают, что размер пузырька растет в среднем пропорционально $\sqrt{\tau}$. При повышении давления скорость роста пузырьков заметно снижается. Результаты таких исследований для ряда жидкостей представлены на рис. 4-7 в виде зависимости средних величин $R/\sqrt{a\tau}$ от параметра $c\rho'\Delta t/r\rho''$ [14, 32]. Опытные данные при значениях $c\rho'\Delta t/r\rho'' < 20$ удовлетворительно описываются степенной зависимостью, которая приводит к уравнению

$$R = 3{,}5\sqrt{\frac{\lambda \Delta t}{r\rho''}\tau}, \qquad (4\text{-}6)$$

где λ и a — коэффициенты теплопроводности и температуропроводности жидкости.

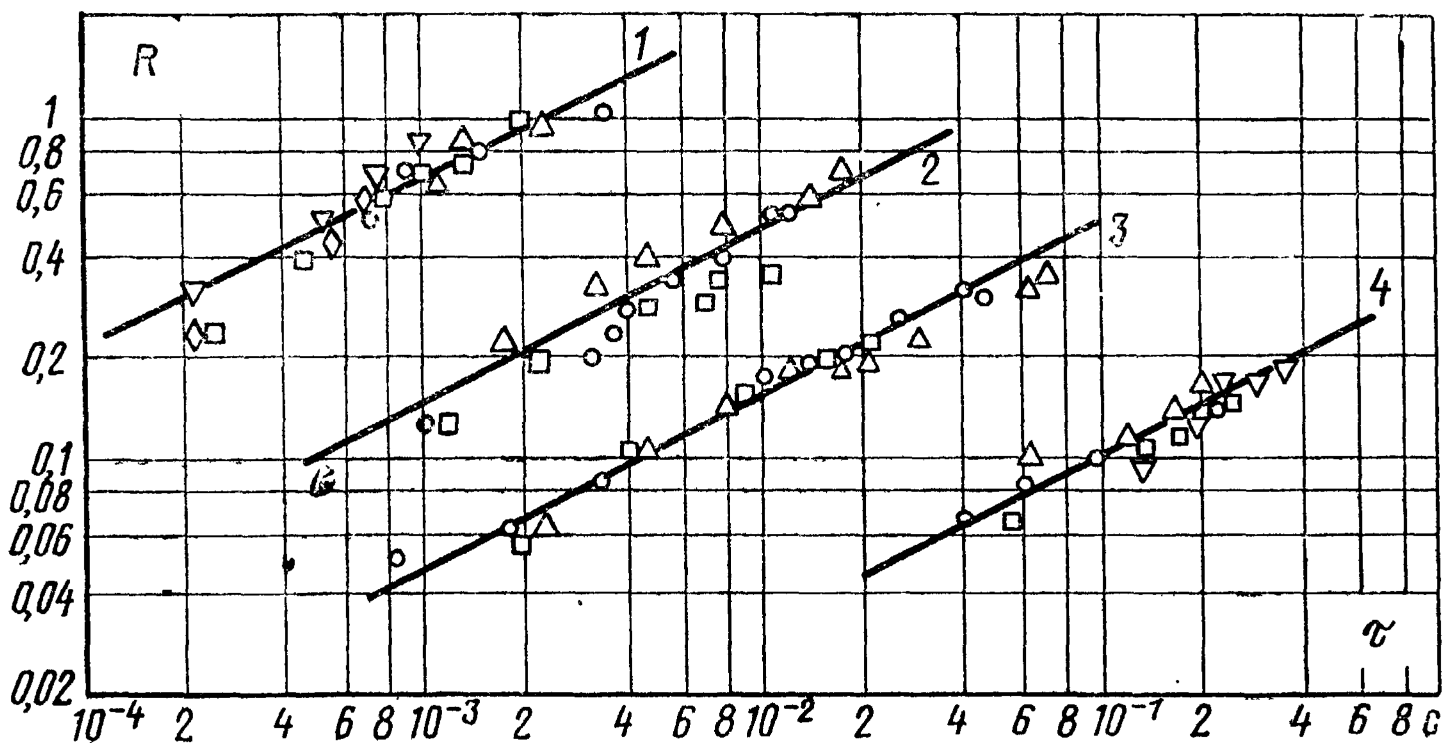


Рис. 4-6. Зависимость радиуса пузырька R от времени τ при кипении воды на горизонтальной серебряной пластине [32].
1 — $p_s = 1 \cdot 10^5$ Па, $\Delta t = 12{,}7$°C; 2 — $p_s = 3{,}2 \cdot 10^5$ Па, $\Delta t = 10{,}2$°C; 3 — $p_s = 11{,}8 \cdot 10^5$ Па, $\Delta t = 6{,}65$°C; 4 — $p_s = 95{,}7 \cdot 10^5$ Па, $\Delta t = 1{,}53$°C.

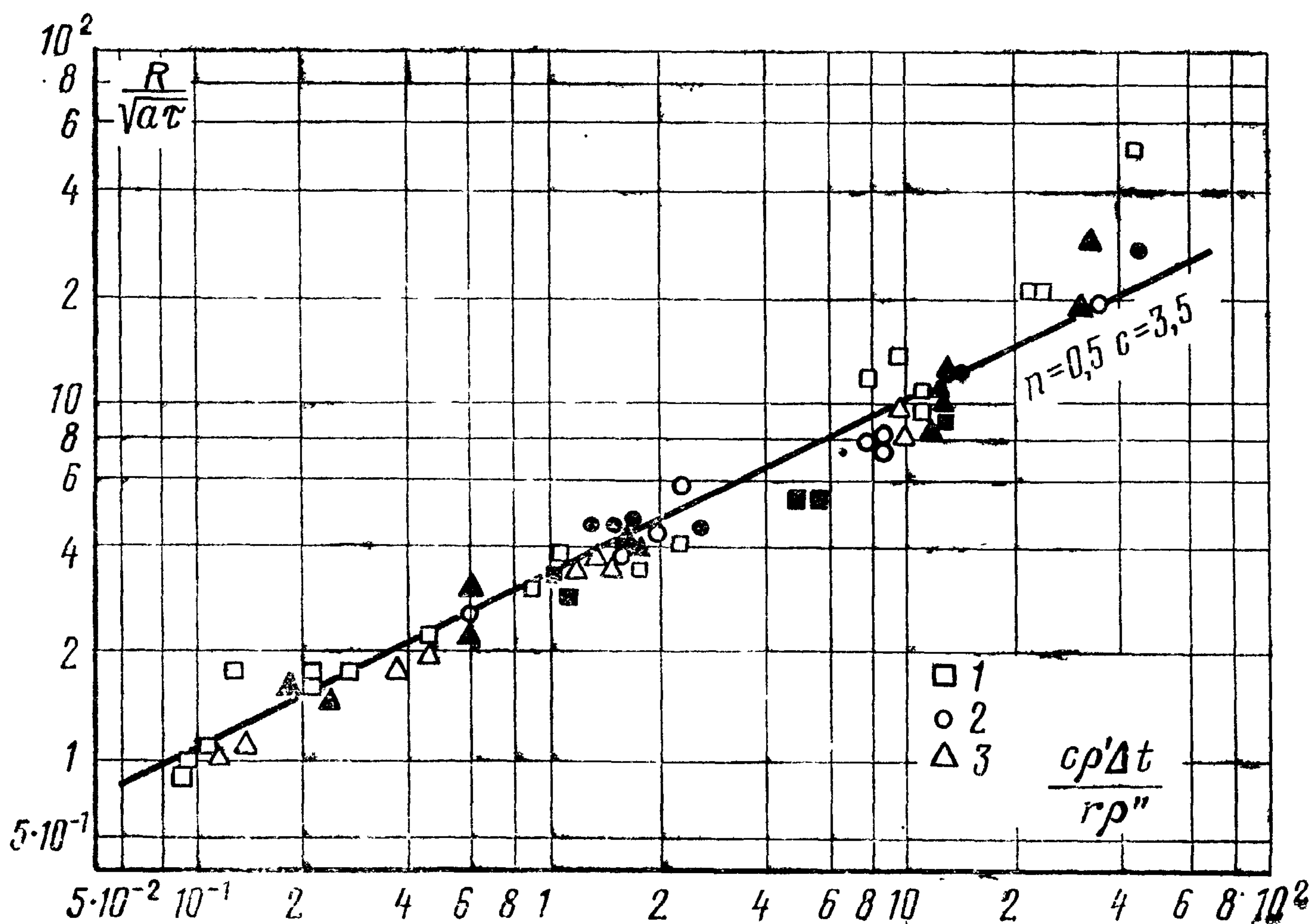


Рис. 4-7. Зависимость средних величин $R/\sqrt{a\tau}$ от параметра $c\rho'\Delta t/r\rho''$ при кипении воды (*1*), бензола (*2*) и этилового спирта (*3*) на серебряной и никелированной поверхностях (зачерненные точки — никелированная поверхность).

Это соотношение определяет скорость роста паровых пузырьков на поверхности нагрева.[1]

После достижения пузырьком определенного размера он отрывается от поверхности. Отрывной размер определяется в основном взаимодействием сил тяжести, поверхностного натяжения и инерции. Последняя величина представляет собой динамическую реакцию, возникающую в жидкости вследствие быстрого роста пузырьков в размерах. Обычно эта сила препятствует отрыву пузырьков. Кроме того, характер развития и отрыва пузырьков в большой мере зависит от того, смачивает жидкость поверхность или не смачивает. Смачивающая способность жидкости характеризуется краевым углом θ, который образуется между стенкой и свободной поверхностью жидкости. Чем больше θ, тем хуже смачивающая способность жидкости. Принято считать, что при $\theta < 90°$ (рис. 4-8, *а*), жидкость смачивает поверхность, а при $\theta > 90°$ (рис. 4-8, *б*) — не смачивает. Значение краевого угла зависит от природы жидкости, материала, состояния и чистоты поверхности. Если кипящая жидкость смачивает поверхность нагрева, то паровые пузырьки имеют тонкую ножку и от поверхности отрываются легко (рис. 4-9, *а*). Если же жидкость не смачивает поверхность, то паровые пузырьки имеют широкую ножку (рис. 4-9, *б*) и отрываются по перешейку, или парообразование происходит по всей поверхности.

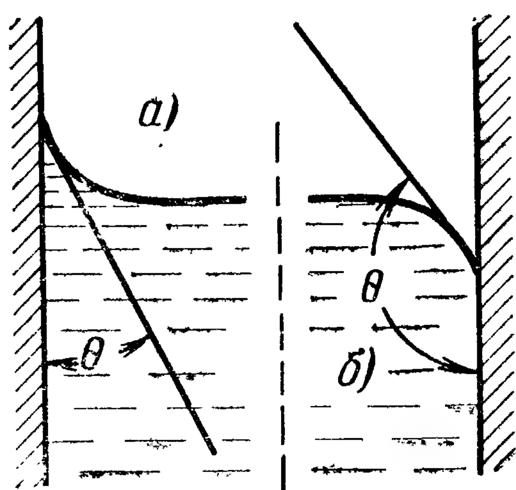


Рис. 4-8. Форма мениска и краевой угол θ при смачивании (*а*) и несмачивании (*б*) поверхности жидкостью.

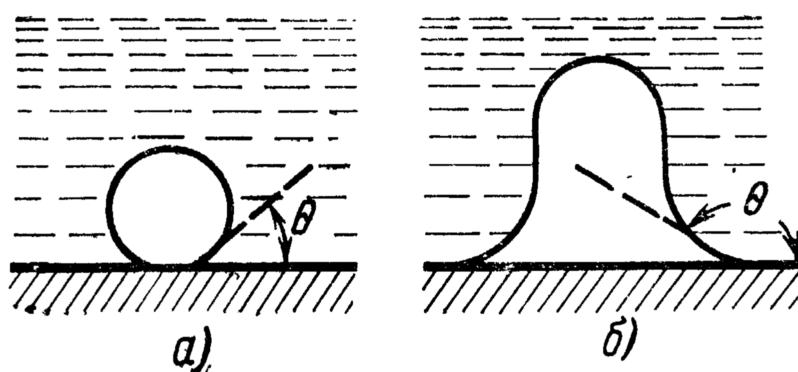


Рис. 4-9. Форма паровых пузырьков на смачиваемой (*а*) и несмачиваемой (*б*) поверхностях.

Обычные жидкости: вода, спирты, бензол, ацетон и др.— смачивают чистые металлические поверхности нагрева. Смачивающая способность воды значительно снижается, если металлическая по-

[1] При значениях параметра $c\rho'\Delta t/r\rho'' > 20$, что отвечает условиям кипения жидкостей при давлениях около атмосферного и ниже, действительная скорость роста становится более высокой, чем определенная по уравнению (4-6).

верхность покрыта жирной пленкой. Примером несмачивающей жидкости может служить ртуть ($\theta \approx 140°$).

При кипении обычных жидкостей на металлических поверхностях нагрева средние отрывные диаметры пузырьков D_0 при атмосферном давлении составляют примерно 1—2 мм. При увеличении давления значения D_0 уменьшаются. На рис. 4-10 представлены значения D_0 при кипении воды в большом объеме на горизонтальной поверхности [32, 119] в диапазоне давлений $(0{,}2 \div 100) \cdot 10^5$ Па. Качественно такие же зависимости были получены и для других жидкостей. Резкое увеличение D_0 при снижении давления ниже атмосферного объясняется возрастанием влияния силы инерции, препятствующей отрыву пузырьков. Для процесса пузырькового кипения представляет интерес также величина средней частоты отрыва пузырьков от поверхности нагрева f. В табл. 4-2 приведены экспериментально измеренные значения f, D_0 и произведения $D_0 f$ при кипении ряда жидкостей на горизонтальной поверхности при атмосферном давлении [119].

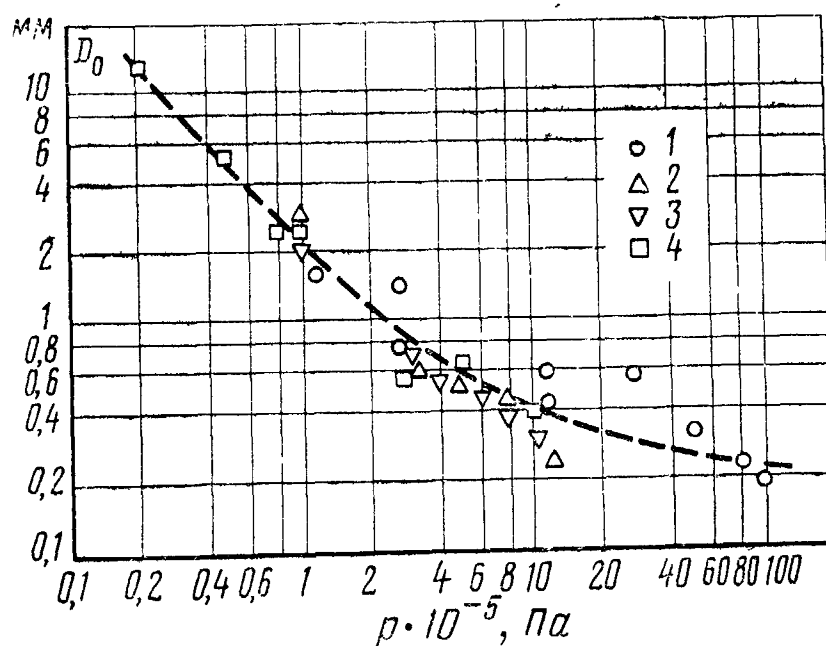


Рис. 4-10. Изменение отрывных диаметров паровых пузырьков D_0 в зависимости от давления p при кипении воды на горизонтальных поверхностях из серебра (*1*), меди (*2*), бронзы (*3*) и пермаллоя (*4*).

При увеличении температурного напора (или теплового потока) постепенно начинает развиваться процесс слияния отдельных пузырьков с образованием больших вторичных пузырей и целых паровых «столбов». Около поверхности среднее объемное содержание пара возрастает до 60—80%. Однако, как показывают исследования, в очень тонком поверхностном слое у самой стенки попрежнему преобладает жидкая фаза. Термическое сопротивление этого слоя в основном и определяет интенсивность теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении. Эффективная толщина слоя по мере увеличения тепловой нагрузки снижается, что приводит к увеличению интенсивности теплоотдачи.

Коэффициент теплоотдачи α при кипении принято относить к температурному напору $\Delta t = t_c - t_s$:

$$\alpha = \frac{q}{t_c - t_s}. \qquad (4\text{-}7)$$

На рис. 4-11 в виде примера показаны опытные данные для развитого пузырькового кипения воды в большом объеме при разных давлениях [15]. Результаты опытов обычно представляют либо в форме связи величин q и Δt, как это показано на рис. 4-11, *а*, либо в виде зависимости α от q, которая приведена на рис. 4-11, *б*.

Таблица 4-2

Значения f, D_0 и D_0f для жидкостей

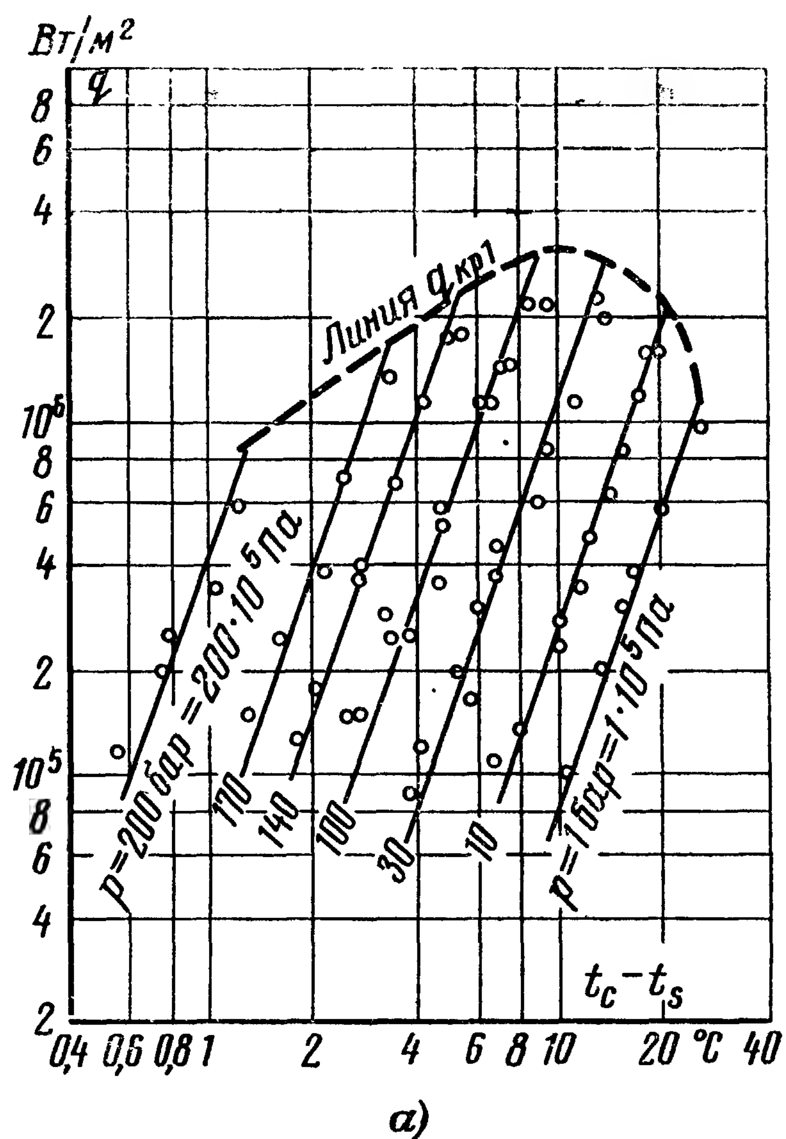
Жидкость	f, 1/с	D_0, мм	D_0f, мм/с
Вода	62	2,5	155
Фреон-12	91	0,7	64
Четыреххлористый углерод	108	1,1	119
Этиловый спирт	108	1,1	119
Бутиловый спирт	106	1,05	111
Бензол	99	1,0	99

Экспериментальные данные показывают, что интенсивность теплоотдачи растет при увеличении плотности теплового потока и давления. Эта закономерность характерна для любых жидкостей, смачивающих поверхность нагрева. Пунктирные линии на рис. 4-11 определяют верхнюю границу существования пузырькового режима кипения воды. Соответствующие значения $q_{кр1}$, $\alpha_{кр1}$ и $\Delta t_{кр1}$ в функции давления показаны на рис. 4-12.

Исследования показывают, что закономерность теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении практически не зависит от размеров и формы теплоотдающей поверхности.[1] Вместе с тем опыты обнаруживают, что интенсивность теплообмена может меняться в зависимости от состояния, материала и чистоты поверхности нагрева. Влияние этих факторов на теплоотдачу проявляется, по-видимому, в основном за счет изменения плотности центров парообразования. Улучшение теплоотдачи наблюдалось в ряде опытов при увеличении микрошероховатости металлической поверхности, а также при увеличении теплопроводности материала стенки. Имеются данные, показывающие, что выпадение на поверхность нагрева в незначительном количестве налетов и окислов также может способствовать некоторому увеличению теплоотдачи. Однако значительное загрязнение поверхности снижает интенсивность передачи теплоты за счет появления дополнительного термического сопротивления слоя загрязнений. Экспериментально показано [5], что при увеличении краевого угла θ (в области смачивания) теплообмен увеличивается. При очень чистых поверхностях и чистой жидкости отмечается снижение теплоотдачи [15].

Обычно на практике перечисленные выше поверхностные эффекты проявляются одновременно. Это затрудняет точное определение теплоотдачи. Опыты показывают, что из-за различия в поверхностных условиях величины α при фиксированных q и p могут отклоняться от некоторого среднего для данной жидкости уровня примерно до 35% (рис. 4-13).

[1] Это справедливо, если размеры поверхности существенно больше или по крайней мере соизмеримы с размерами среднего отрывного диаметра пузырьков.



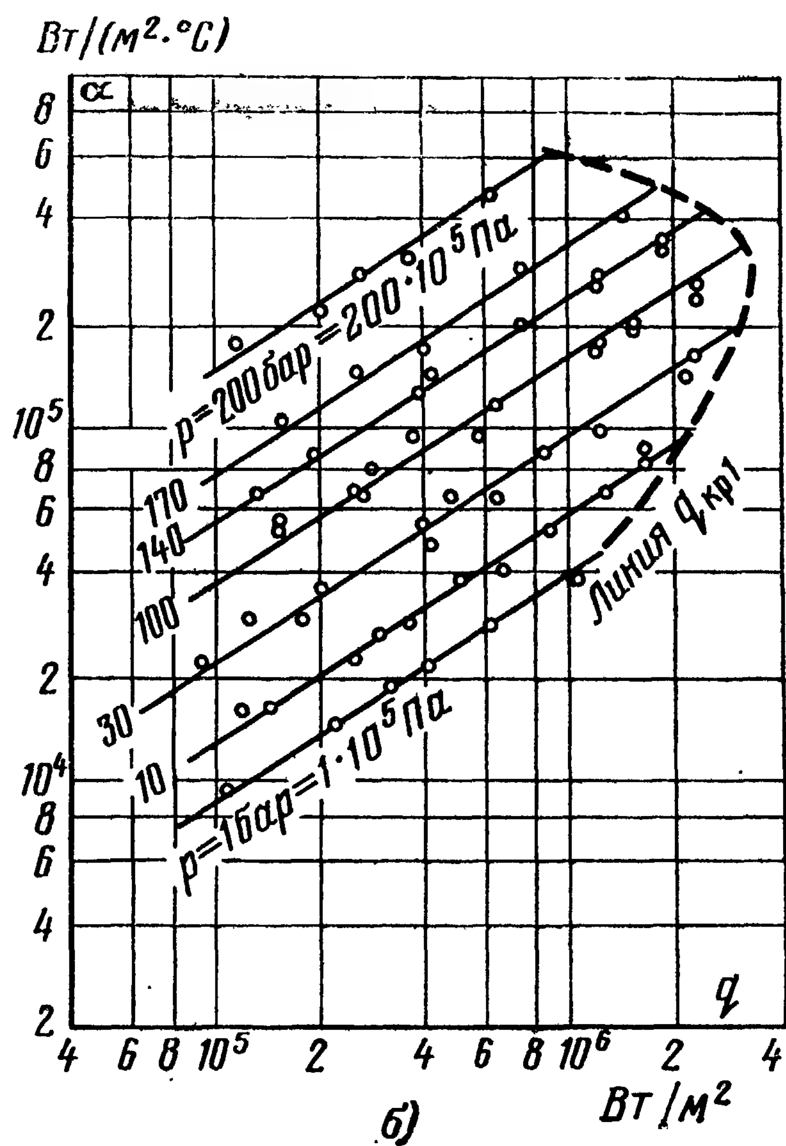


Рис. 4-11. Теплообмен при развитом пузырьковом кипении воды на поверхности горизонтальной серебряной трубы $D = 5$ мм.

а — зависимость q от $t_c - t_s$; *б* — зависимость α от q.

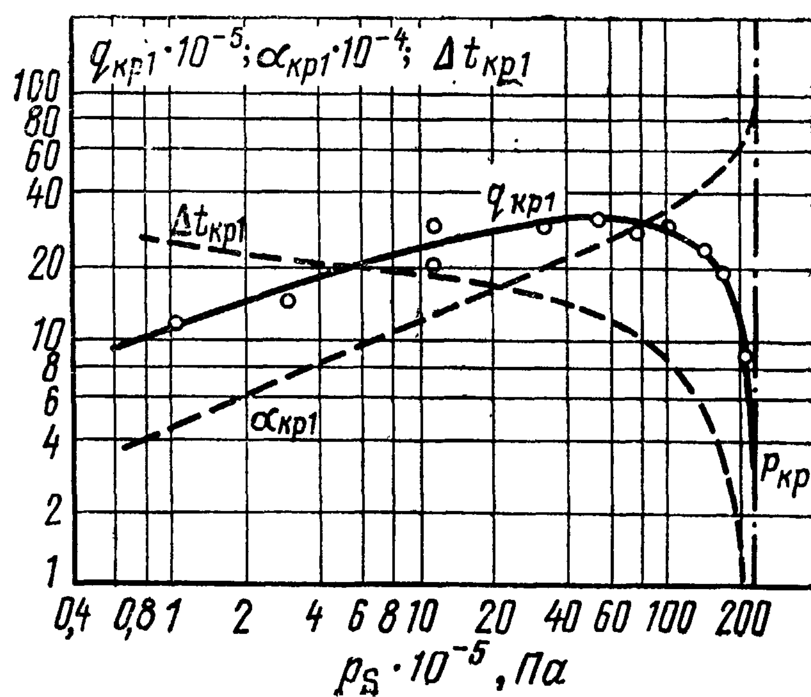


Рис. 4-12. Изменение $q_{кр1}$, $\Delta t_{кр1}$ в зависимости от давления при кипении воды и $\alpha_{кр}$.

При развитом кипении связь между α и q обычно может быть представлена в виде степенной зависимости с показателем степени около 2/3:

$$\alpha = cq^{2/3}. \tag{4-8}$$

Соответственно зависимость Δt от q определяется соотношением

$$\Delta t = \frac{1}{c} q^{1/3}, \tag{4-9}$$

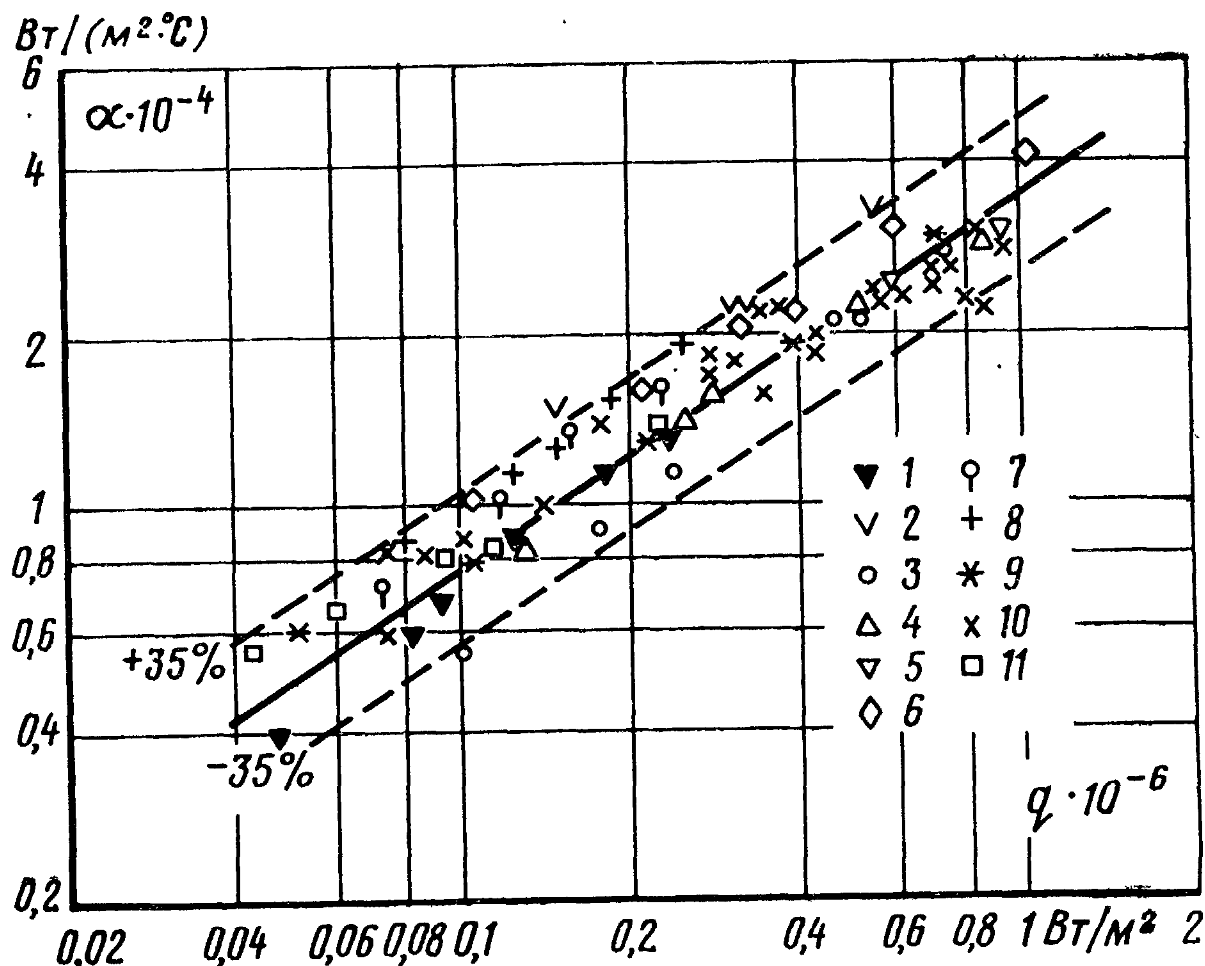


Рис. 4-13. Теплоотдача при кипении воды при атмосферном давлении по данным различных авторов.

1 — Якоб и Линке, хромированная плита, чистая, длительное кипение; *2* — Чикелли и Бонилла, хромированная плита, незначительный налет; *3*—*6* — Кольчугин и др., нержавеющая сталь, никель, хром, серебро соответственно, горизонтальные трубы D = 5 мм, чистые; *7*, *8* — Боришанский и др., нержавеющая сталь и латунь соответственно, горизонтальные трубы D = = 4 ÷5 мм; *9* — Минченко, латунная труба D = 9 мм; *10* — Кутателадзе, графитовый стержень D = 2 мм; *11* — Мак Адамс, медная труба D = 13 мм.

где c — коэффициент пропорциональности, значение которого зависит от рода жидкости и давления, а также в некоторой степени от поверхностных условий.[1]

Вследствие сложного статистического характера процесса пузырькового кипения, а также влияния поверхностных условий задача обобщения данных по теплоотдаче является весьма сложной. Определенные затруднения возникают уже при установлении уравнений подобия. Известно несколько подходов, однако ни один из них не является вполне строгим. Из имеющихся предложений

[1] В некоторых опытах при изменении поверхностных условий отмечалось также изменение показателя степени в уравнениях (4-8) и (4-9).

в этом направлении наиболее последовательным является анализ, проведенный в [45]*. Автор [51] предложил прямой приближенный метод описания теплоотдачи.

В целом при достаточно развитом кипении, когда вблизи поверхности нагрева объемное паросодержание становится значительным, высокая интенсивность теплоотдачи при кипении определяется малым термическим сопротивлением тонкой жидкостной прослойки, остающейся на самой поверхности нагрева. Наличие такой прослойки во всей области пузырькового кипения подтверждается результатами ряда экспериментальных работ, связанных с изучением механизма кипения.

Перенос теплоты через этот пристенный слой жидкости вследствие его малой толщины осуществляется в основном, по-видимому, путем теплопроводности. Поэтому если обозначить некоторую осредненную во времени и по поверхности эффективную толщину такой пленки через $\delta_{эфф}$, то можно записать, что

$$\alpha \approx \lambda/\delta_{эфф}. \quad (а)$$

Однако строгий расчет величины $\delta_{эфф}$ затруднен из-за сложной, хаотичной природы самого процесса пузырькового кипения; в последующем анализе приходится прибегать к приближенным качественным оценкам. Естественно полагать, что величина $\delta_{эфф}$ должна уменьшаться: при уменьшении кинематического коэффициента вязкости жидкости ν, при увеличении интенсивности беспорядочного движения парожидкостной смеси у границы этого слоя вследствие процесса парообразования и при увеличении плотности центров парообразования на самой поверхности. Мерой двух последних эффектов могут служить: приведенная скорость парообразования $w'' = q/r\rho''$ и величина, обратная критическому радиусу парового зародыша, $1/R_{мин}$. Далее можно рассматривать процессы роста отдельных пузырьков пара и движение всей парожидкостной смеси около поверхности как совокупность целого ряда периодических процессов; поэтому в целом такое сложное и беспорядочное движение может быть интерпретировано как некоторое периодическое движение с характерным средним периодом τ. Тогда из соображений размерности следует, что величина $\delta_{эфф} \sim \sqrt{\nu\tau}$, а период $\tau \sim R_{мин}/w''$, т. е.

$$\delta_{эфф} = \mathrm{const}\sqrt{\nu R_{мин}/w''}. \quad (б)$$

Если теперь подставить выражение (б) в (а), учесть уравнения (4-4а), (4-5) и определение коэффициента теплоотдачи $\alpha = q/\Delta t$, то после простых преобразований получится зависимость

$$\alpha = b\sqrt[3]{\frac{\lambda^2}{\nu\sigma T_s}}\, q^{2/3}, \quad (в)$$

связывающая коэффициент теплоотдачи α с плотностью теплового потока q и физическими свойствами жидкости. Величина b в соотношении (в) есть безразмерный числовой коэффициент. Вследствие приближенного характера оценки скорости хаотического движения парожидкостной смеси и плотности центров парообразования этот коэффициент может зависеть от отношения плотностей фаз ρ''/ρ' и специфических поверхностных условий, влияющих на возникновение центров парообразования.

Соотношение (в) с учетом приведенных выше соображений может быть положено в основу анализа и обобщения экспериментальных данных по теплоотдаче при развитом пузырьковом кипении.

---

* Другие предложения по обобщению см., например, в [1, 9, 39, 47, 52, 90, 99].

Рассмотрение проведенных исследований и опытных данных показывает, что для расчета теплоотдачи может быть рекомендована зависимость

$$\alpha = b\left(\frac{\lambda^2}{\nu\sigma T_s}\right)^{1/3} q^{2/3}, \qquad (4\text{-}10)$$

где b — коэффициент:

$$b = 0{,}075\left[1 + 10\left(\frac{\rho''}{\rho' - \rho''}\right)^{2/3}\right].$$

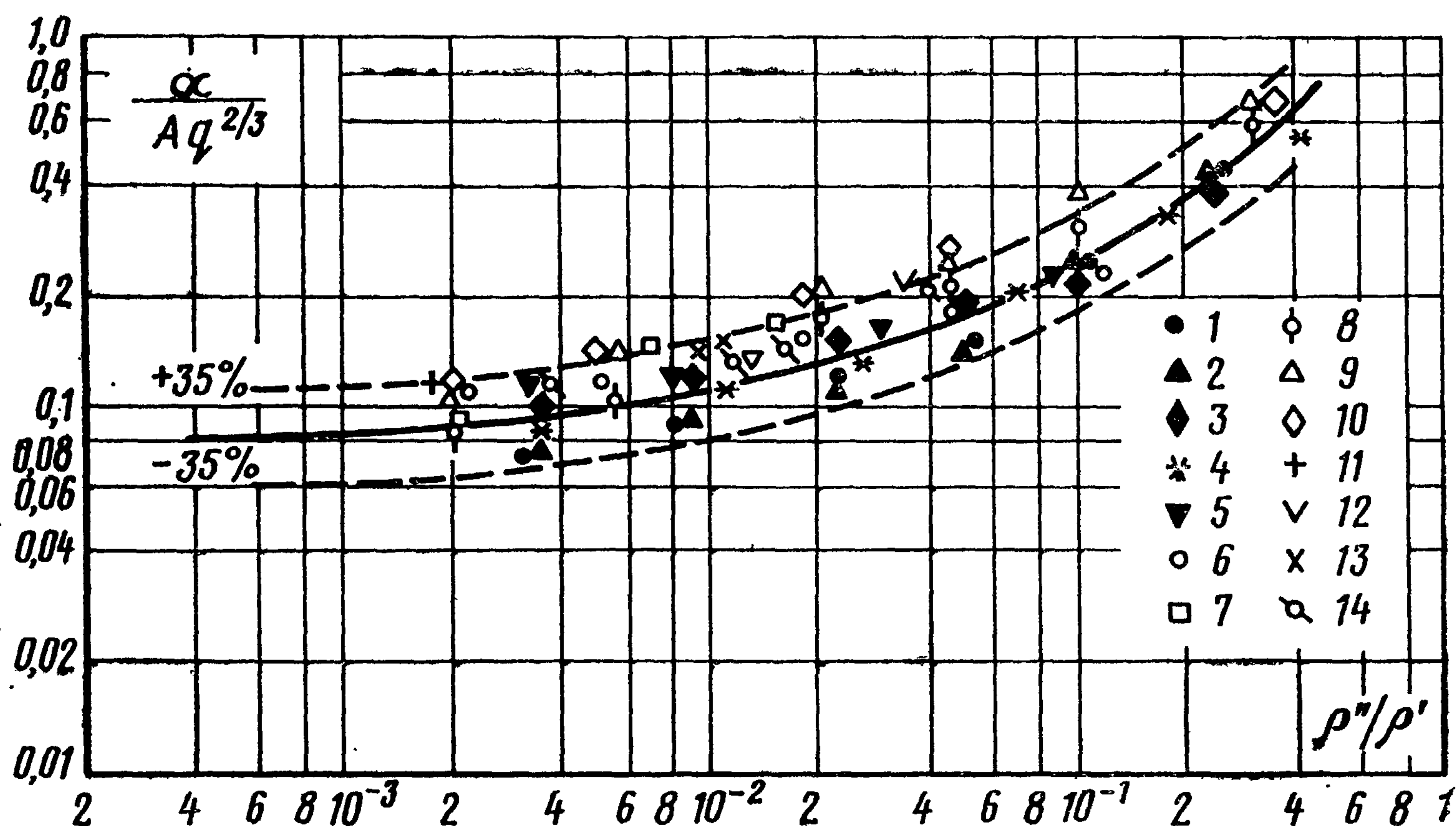


Рис. 4-14. Теплообмен при кипении воды в условиях свободного движения (*1*—*6*) и при вынужденном движении в трубах и кольцевых каналах (*7*—*12*).

1—*4* — опытные данные [15] на поверхностях из нержавеющей стали, никеля, хрома и серебра соответственно; *5*—*6* — опытные данные [8] на поверхностях из нержавеющей стали и бронзы; *7* — опытные данные [2], нержавеющая сталь; *8* — опытные данные (81), нержавеющая сталь; *9* — опытные данные [4], нержавеющая сталь; *10* — опытные данные [84], медь; *11* — опытные данные [84], нержавеющая сталь; *12* — опытные данные [69], нержавеющая сталь. Величина $A = \sqrt[3]{\lambda^2/\nu\sigma T_s}$, сплошная линия соответствует уравнению (4-10).

Все физические свойства в этой формуле следует выбирать по температуре насыщения.

На рис. 4-14 приведены опытные данные разных исследователей по теплообмену при кипении воды на разных поверхностях нагрева в форме зависимости средних (при данном давлении) величин $\frac{\alpha}{\left(\lambda^2/\nu\sigma T_s\right)^{1/3} q^{2/3}}$ от отношения плотностей пара и жидкости ρ''/ρ'. Линия на графике отражает средний уровень теплоотдачи. Она соответствует формуле (4-10). Отклонения данных разных исследователей от этой зависимости в основном объясняются не погрешностями измерений, а различием в поверхностных условиях. Эти отклонения лежат в целом в пределах $\pm$ 35%.

На рис. 4-15 в такой же обработке приведены опытные данные по теплоотдаче при кипении в большом объеме других жидкостей.

На основе общего уравнения (4-10) для каждой жидкости можно получить также более простые расчетные соотношения. Для этого следует рассчитать значение коэффициента, стоящего перед плотностью теплового потока в уравнении (4-10), при разных давлениях. В результате такого анализа для воды расчетная формула может быть представлена в виде

$$\alpha = \frac{3,4p_s^{0,18}}{1 - 0,0045p_s} q^{2/3}, \tag{4-11}$$

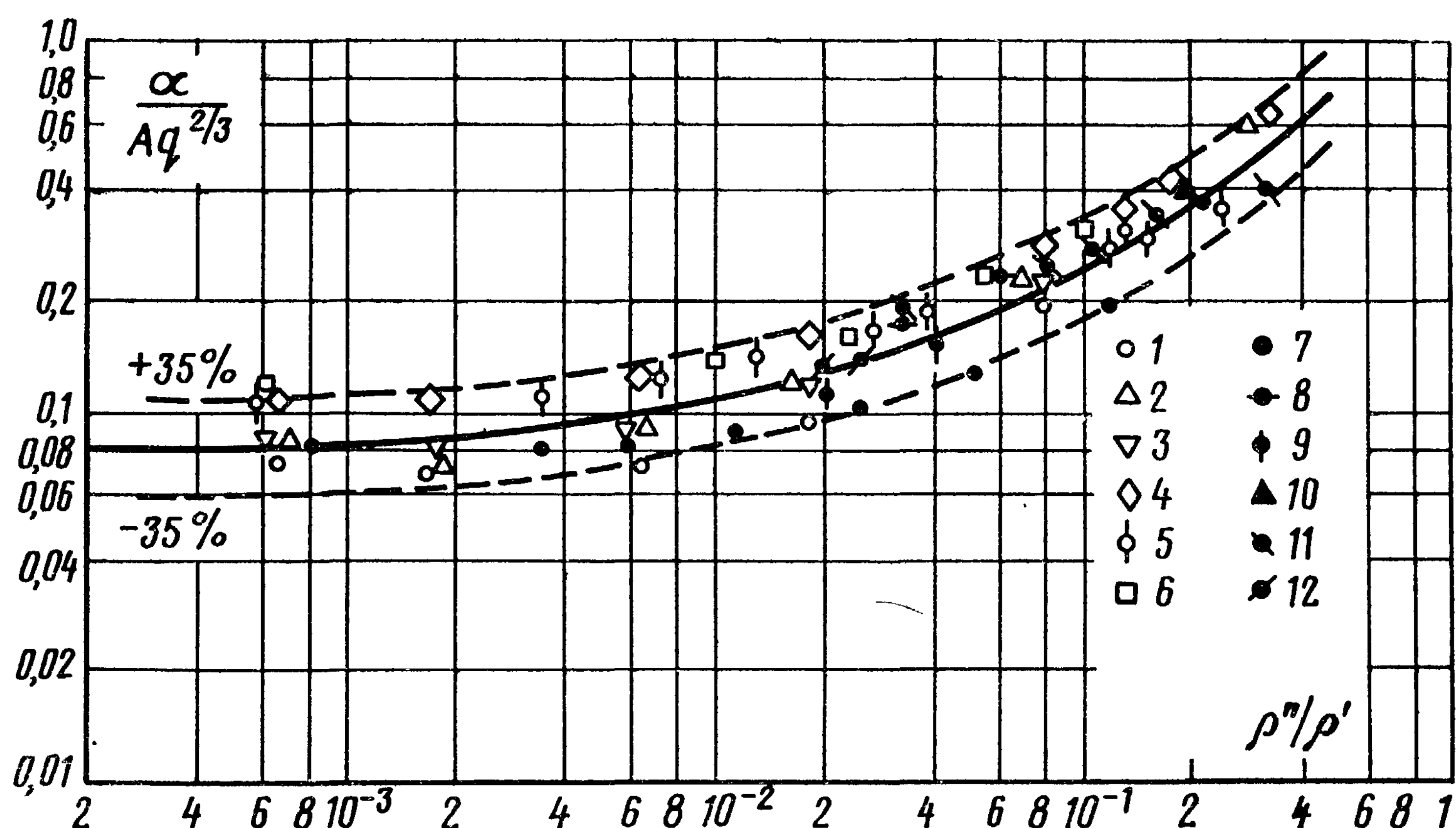


Рис. 4-15. Теплообмен при кипении различных жидкостей в условиях свободного движения.

Бензол: *1—3* — данные [15], нержавеющая сталь, никель, серебро соответственно *4* — данные [104], хромированная поверхность; *5* — данные [107], нержавеющая сталь; гептан: *6* — данные [104]; этиловый спирт: *7* — данные [104]; *8* — *10* — данные [8]; фреон-12: *11* — данные [77], нержавеющая сталь; фреон-22: *12* — данные [77], нержавеющая сталь; аммиак: *13* — данные [23], нержавеющая сталь; дифенил: *14* — данные [107], нержавеющая сталь. Величина $A = \sqrt[3]{\lambda^2/\nu\sigma T_s}$, сплошная линия соответствует уравнению (4-10).

где p_s — бар; q — Вт/м². Формула применима в диапазоне давлений от 1 до 200 бар. На рис. 4-16 основные опытные данные для воды (представленные в виде зависимости величины $\alpha/q^{2/3}$ от давления p_s) сопоставлены с данными, рассчитанными по формуле (4-11). Видно, что эта формула, так же как и общее соотношение (4-10), отражает некоторый средний уровень теплоотдачи. Действительные значения α могут отличаться от рассчитанных по уравнениям (4-10) и (4-11) в указанных выше пределах из-за возможного влияния поверхностных эффектов.[1]

[1] Это относится также к любым иным расчетным рекомендациям, приводимым в литературе. Однозначный учет последних пока затруднен. Сейчас, по-видимому, возможна только примерная оценка, основанная на приведенных выше качественных тенденциях влияния состояния материала и чистоты поверхности нагрева на интенсивность теплообмена.

Опыты показывают, что при вынужденном движении жидкости закономерности теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении подчиняются соотношениями (4-10) и (4-11). Это следует из рис. 4-14 и 4-16, на которых представлены также опытные данные при интенсивном кипении насыщенной и недогретой воды, движущейся в трубах и кольцевых каналах.

Интенсивность теплоотдачи при развитом пузырьковом кипении практически не зависит от уровня сил тяжести. На рис. 4-17 по-

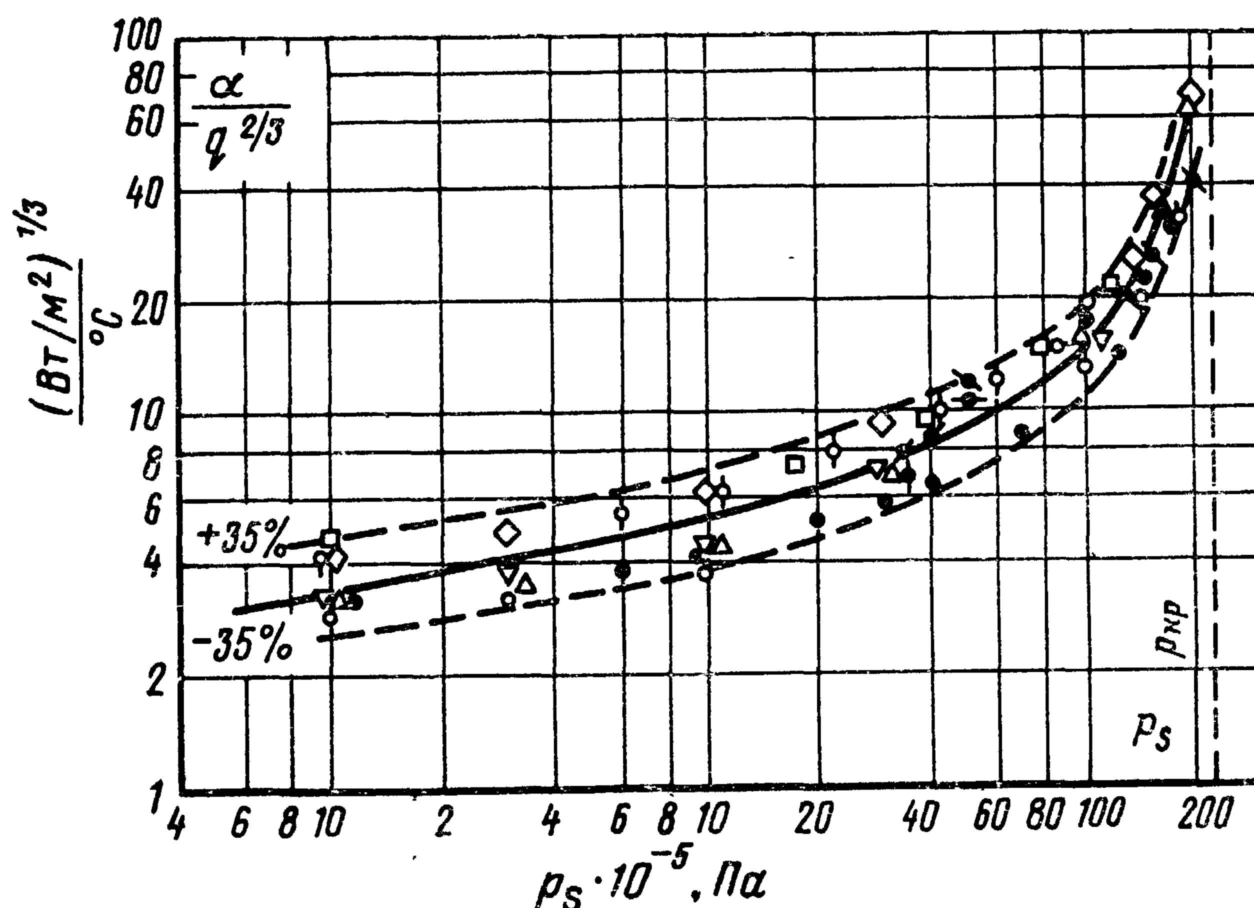


Рис. 4-16. Зависимость $\alpha/q^{2/3}$ от p при кипении воды (обозначения точек те же, что на рис. 4-14). Сплошная линия соответствует формуле (4-11).

казаны опытные данные по теплоотдаче при кипении воды в большом объеме при изменении ускорения от ускорения свободного падения ($g_0 = 9{,}81$ м/с²) до 135-кратных перегрузок: $g/g_0 = 135$. Приведенные данные показывают, что интенсивность теплообмена не изменяется. Эти опыты проводились на центрифугах, где за счет изменения частоты вращения создавались соответствующие перегрузки. При уменьшении силы тяжести ниже уровня силы земного притяжения теплоотдача, как показывают опыты, практически не изменяется. Однако при полной невесомости организация длительного кипения в большом объеме, по-видимому, невыполнима, так как в невесомости прекращается отвод образующегося пара от поверхности нагрева.

В области весьма низких давлений ($p_s < 1 \cdot 10^5$ Па) процесс кипения приобретает ряд новых особенностей. Основные из них состоят в появлении нерегулярного, пульсирующего во времени процесса вскипания, в возникновении значительных перегревов

жидкости и появления звуковых эффектов (стуков). Интенсивность средней теплоотдачи при этом заметно снижается.

Своеобразные закономерности проявляются при кипении жидкости в тонких пленках (толщиной менее 1 мм), создаваемых на поверхности за счет ее орошения потоком капель [106, 110].

В целом приведенные данные показывают, что для процесса пузырькового кипения характерны высокая интенсивность теплоотдачи и возможность отвода с единицы поверхности весьма значительных потоков теплоты. Последние величины ограничены значением первой критической плотности теплового потока $q_{кр\,1}$.

Ограничение в процессе отвода теплоты объясняется тем, что при достижении определенной интенсивности парообразования ухудшаются условия подвода жидкости к отдельным участкам поверхности нагрева. Жидкая пленка на этих участках начинает периодически пересыхать. В итоге эффективная доля поверхности, участвующая в процессе отвода теплоты, уменьшается. Развитие такого процесса зависит от характера циркуляции жидкости и пара вблизи поверхности нагрева и интенсивности отвода паровых объемов от самой поверхности. Определенное влияние оказывают также условия смачивания, шероховатость и другие характеристики поверхности.

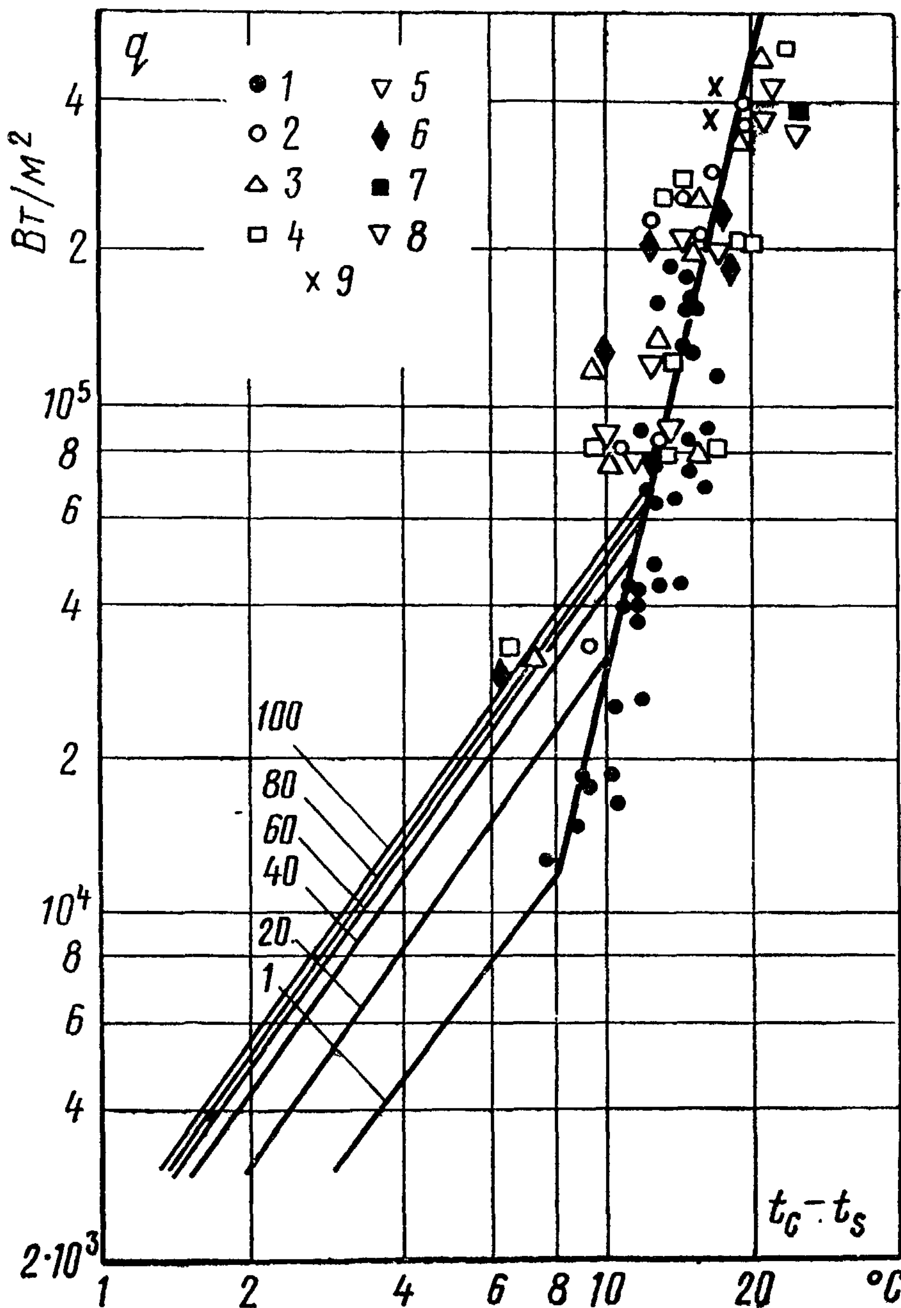


Рис. 4-17. Теплообмен при пузырьковом кипении воды при разных отношениях g/g_0.

Точки	1	2	3	4	5
g/g_0	1	20	40	60	80
Точки	6	7	8	9	
g/g_0	100	124	135	1—40	

(t_s — температура насыщения при давлении на поверхности нагрева).

При кипении жидкости на горизонтальных трубах и плитах в условиях свободного движения (большого объема) скорость отвода пара от поверхности в основном определяется силой, вызываемой ускорением свободного падения. Значения $q_{кр1}$ для этих условий могут рассчитываться по формуле [47]

$$q_{кр1} = 0{,}14 r \sqrt{\rho''} \sqrt[4]{\sigma g (\rho' - \rho'')}. \qquad (4\text{-}12)$$

Это соотношение получается из следующих представлений о кризисе кипения, как о чисто гидродинамическом явлении. По мере увеличения плотности теплового потока q при пузырьковом кипении возрастают приведенная скорость парообразования $w'' = \frac{q}{r\rho''}$ и динамический напор $\rho'' w''^2$ потока пара, образующегося около поверхности нагрева. При определенной величине $(\rho'' w''^2)_{кр}$ наступает гидродинамическая перестройка структуры пристенного двухфазного слоя, в результате которой поступление к поверхности кипения достаточных порций жидкости оказывается затрудненным. Это приводит к кризису кипения. Момент гидродинамической перестройки двухфазного слоя должен характеризоваться определенным соотношением между динамическим напором потока пара $(\rho'' w''^2)_{кр}$, силой тяжести $q(\rho' - \rho'')\,l$ и силой поверхностного натяжения σ/l. Величина l есть характерный линейный размер системы. Из соображений теории размерностей между этими тремя величинами должна существовать следующая безразмерная функциональная взаимосвязь:

$$\frac{(\rho'' w''^2)_{кр}}{g(\rho' - \rho'')\,l} = \left(\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')\,l^2}\right),$$

где f — есть пока произвольная функция. По опытным наблюдениям критическая плотность теплового потока не зависит от линейных размеров нагревателя. Поэтому вид функции должен быть таким, чтобы в предыдущем соотношении размер l сокращался. Этому условию удовлетворяет лишь зависимость вида

$$\frac{(\rho'' w''^2)_{кр}}{g(\rho' - \rho'')\,l} = A^2 \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho' - \rho'')\,l^2}},$$

где A^2 есть некоторое положительное безразмерное число. Решая это соотношение относительно величины w'', получим:

$$w''_{кр} = A \sqrt[4]{\sigma g\left(\rho' - \rho''\right)/\rho''^2}$$

и далее, заменяя $w''_{кр}$ на $w''_{кр} = \frac{q_{кр1}}{r\rho''}$, приходим окончательно к уравнению для первой критической плотности теплового потока:

$$q_{кр1} = Ar\sqrt{\rho''}\,\sqrt[4]{\sigma g(\rho' - \rho'')}.$$

Числовой коэффициент A остается неопределенным. Он был определен из сравнения последнего соотношения с опытными данными и оказался равным примерно 0,14 [47]. Так получается уравнение (4-12).

Соотношение (4-12) определяет некоторый средний уровень величины $q_{кр1}$, тогда как действительные значения первой критической плотности теплового потока из-за влияния поверхностных условий и статистической природы процесса кипения могут отличаться от рассчитанных примерно до $\pm$ 35%. Опыты показывают, что величины $q_{кр1}$ при кипении жидкости в большом объеме практически не зависят от размера поверхности,[1] если обеспечены условия для свободного отвода пара от поверхности нагрева. Когда

---

[1] Это справедливо, если размер поверхности больше или соизмерим с размером средних отрывных диаметров паровых пузырьков.

отвод пара затруднен (например, горизонтальная плита, обращенная греющей стороной вниз), значения $q_{кр1}$ существенно уменьшаются. То же наблюдается в случае кипения жидкости, которая не смачивает поверхность нагрева. Улучшение условий смачивания приводит к увеличению критических тепловых потоков [3]. В ряде опытов отмечалось повышение критических потоков при увеличении шероховатости поверхности, а также при выпадении налетов и накипи на поверхности. Влияние ускорения свободного падения на величины $q_{кр1}$, предсказываемое формулой (4-12), в среднем подтверждается опытными данными [56, 68].

При кипении жидкости внутри труб и каналов в условиях вынужденного движения интенсивность отвода пара от поверхности и соответственно величина $q_{кр\,1}$ зависят от скорости движения и характера турбулентного перемешивания в потоке. Большое влияние в этих условиях на $q_{кр1}$ оказывает также паросодержание самого потока. Опыты показывают, что при увеличении паросодержания значения $q_{кр1}$ уменьшаются. При кипении с недогревом вследствие конденсации паровых пузырьков около теплоотдающей поверхности благоприятные условия для подвода жидкости к поверхности нагрева сохраняются вплоть до очень высоких тепловых потоков. Поэтому значения $q_{кр1}$ при кипении с недогревом обычно оказываются достаточно большими, причем с увеличением степени недогрева (определяемого величиной $\Delta t_{нед} = t_s - t_ж$, где $t_ж$ — средняя температура жидкости в данном сечении) $q_{кр1}$ увеличивается.

Исследованиям кризиса кипения жидкости, движущейся в трубах и каналах, посвящено большое число работ. Однако из-за сложного взаимного влияния различных факторов простых и универсальных зависимостей для $q_{кр1}$ до настоящего времени получить не удалось. Поэтому расчет критических тепловых нагрузок следует проводить по непосредственным (частным) данным, полученным из опытов с такими же жидкостями и в соответствующих условиях.

3. **Теплообмен при пленочном кипении.** При пленочном режиме кипящая жидкость отделена от поверхности нагрева паровой пленкой, причем температура поверхности $t_с$ значительно превышает температуру насыщения t_s. Поэтому наряду с конвективным теплообменом между поверхностью и паровой пленкой при высоких температурах заметная часть в переносе теплоты принадлежит тепловому излучению (см. гл. 5).

Интенсивность конвективного теплообмена при пленочном кипении определяется термическим сопротивлением паровой пленки. Характер движения пара в пленке и ее толщина зависят от размеров и формы поверхности нагрева и ее расположения в поле тяжести, а также от условий движения жидкости. Так, при пленочном кипении на поверхности горизонтальных труб в условиях свободного движения (в большом объеме) пар движется вдоль периметра трубы к верхней образующей и по мере накопления периодически удаляется в форме отрывающихся пузырей. Паровая пленка имеет

толщину, измеряемую долями миллиметра, а движение пара в ней носит ламинарный характер. Средние коэффициенты теплоотдачи составляют примерно 100—300 Вт/(м²·°С). Расчет теплоотдачи при пленочном кипении на горизонтальных трубах в большом объеме следует проводить по формуле

$$\bar{\alpha} = 0{,}62\sqrt[4]{\frac{\lambda''^3(\rho' - \rho'')\,g r_*}{\nu'' D\,(t_c - t_ж)}}, \qquad (4\text{-}13)$$

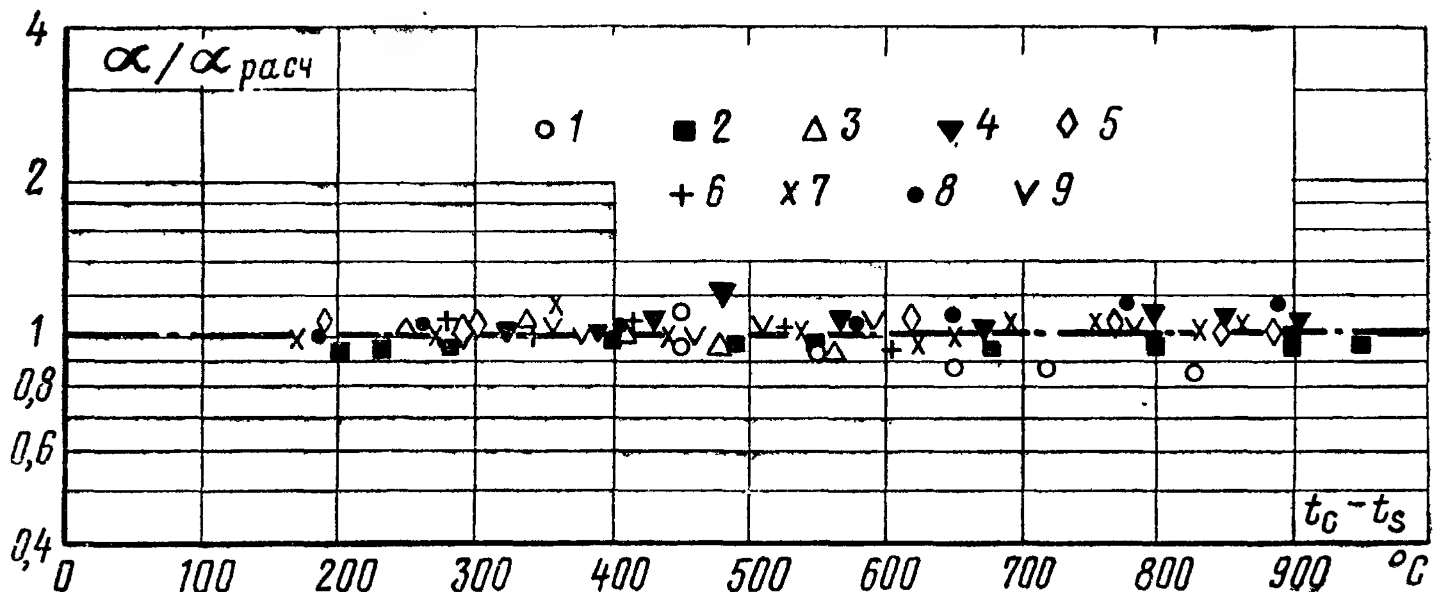


Рис. 4-18. Теплоотдача при пленочном кипении на поверхности горизонтальных труб. Величина $\alpha_{расч}$ определяется по формуле (4-13). Опытные данные [103].

1 — вода; *2* — этиловый спирт; *3* — бензол; *4* — четыреххлористый углерод; *5* — азот (*1*—*5* — D = 8,95 мм); *6*—*9* — пентан, D = 4,8; 6,05; 8,95 и 11,9 мм соответственно.

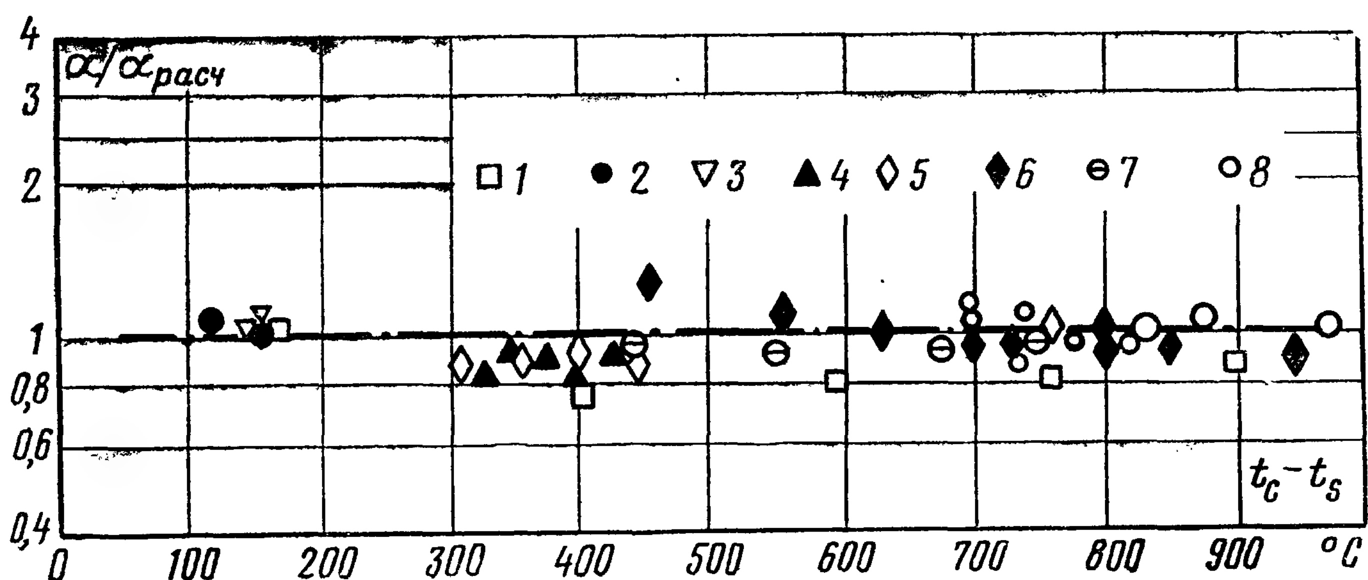


Рис. 4-19. Теплоотдача при пленочном кипении на вертикальных поверхностях. Величина $\alpha_{расч}$ определяется по формуле (4-14).

1 — бензол; *2* — четыреххлористый углерод; *3* — метиловый спирт; *4* — аргон; *5* — азот; *6* — этиловый эфир; *7* — этиловый спирт (*1*—*7* — давление атмосферное); *8* — этиловый спирт, давление $10 \cdot 10^5$ Па.

где $r_* = r + 0{,}5\,c''_p\,(t_c - t_s)$ — эффективная теплота фазового перехода, учитывающая перегрев пара в пленке; D — диаметр трубы.

Физические свойства в этой формуле (за исключением плотности жидкости ρ') относятся к паровой фазе. Их следует выбирать по средней температуре пара: $t_{ср} = 0{,}5\,(t_c + t_s)$.

На рис. 4-18 приведено сравнение формулы (4-13) с опытными данными.

При пленочном кипении на поверхности вертикальных труб и пластин течение пара в пленке обычно имеет турбулентный (вихревой) характер. Поверхность пленки испытывает волновые колебания, толщина пленки растет в направлении движения пара. Опыты показывают, что теплоотдача практически не зависит от высоты поверхности нагрева, а следовательно, и от расхода пара в пленке. В целом процесс оказывается во многом аналогичным свободной конвекции однофазной жидкости около вертикальных поверхностей. В данном случае подъемная сила, определяющая движение пара в пленке, определяется разностью плотностей жидкости и пара $g(\rho'-\rho'')$. Расчет теплоотдачи в этом случае может проводиться по формуле [53]

$$\bar{\alpha}=0{,}25\sqrt[3]{\frac{\lambda''^2 c_p'' g(\rho'-\rho'')}{\nu''}}. \quad (4\text{-}14)$$

Физические свойства пара в этой формуле следует выбирать по средней температуре пара. На рис. 4-19 приведено сравнение этой формулы с опытными данными по теплоотдаче при пленочном кипении различных жидкостей на поверхности вертикальных труб [7, 109].

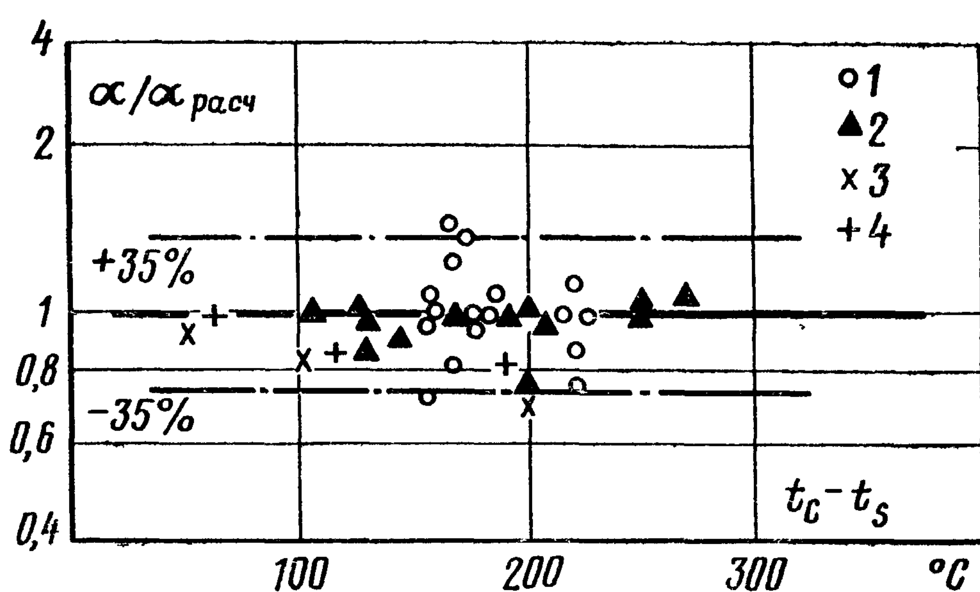


Рис. 4-20. Сопоставление зависимости (4-14) с опытными данными при пленочном кипении воды (*1*) и фреона (*2*) на горизонтальной плите 280 × 280 мм и азота на поверхности сферы $D = 25{,}4$ мм при нормальном ускорении свободного падения (*3*) и пониженном ускорении свободного падения $g/g_0 = 0{,}2$ (*4*).

При пленочном кипении жидкости на поверхности горизонтальной плиты значительных размеров поверхность паровой пленки испытывает интенсивные волновые колебания, в результате которых в различных ее точках периодически образуются всплывающие вверх паровые пузырьки. На рис. 4-20 приведено сопоставление формулы (4-14) с опытными данными при пленочном кипении воды и фреона на горизонтальной плите размерами 280 × 280 мм [108], а также при пленочном кипении азота на поверхности шара $D = 25{,}4$ мм при нормальной и пониженной силе тяжести. Хотя первичные опытные данные характеризуются значительным разбросом, формула (4-14) в среднем согласуется с этими данными.

Прекращение пленочного кипения наступает при уменьшении температуры поверхности ниже определенного значения. В эти моменты жидкость начинает касаться (смачивать) теплоотдающей поверхности. Опыты показывают, что прекращение пленочного ки-

Таблица 4-3

Значения предельных температур $t_п$ некоторых жидкостей

Жидкость	t_s, °С	$t_п$, °С	Жидкость	t_s, °	$t_п$, °С
Этиловый спирт	78,3	195	Бензол	80,1	226
Метиловый спир	64,5	190	Пентан	36,1	147
Ацетон	56,1	181	Гексан	68,7	182
Диэтиловый эфир	34,5	144	Гептан	98,4	215

пения происходит тогда, когда температура поверхности нагрева[1] $t_с$ оказывается равной или обычно несколько более низкой, чем температура *предельного перегрева жидкости* $t_п$. Последняя определяет тот максимальный перегрев жидкости, выше которого жидкая фаза оказывается термодинамически абсолютно неустойчивой; она самопроизвольно распадается и испаряется. В работах [80, 73] подробно исследовались значения температур предельного перегрева жидкостей с применением различных методов эксперимента. На рис. 4-21 показана зависимость $t_п = f(p)$ для воды [73]. На этом рисунке показана также линия насыщения $t_s = f(p)$ воды. Характерной особенностью зависимости $t_п = f(p)$ является то, что она близка к прямой линии, которая заканчивается в критической точке состояния вещества[2]. В табл. 4-3 приведены значения $t_п$ для ряда жидкостей при атмосферном давлении [80].

Пленочное кипение прекращается, когда температурный напор $\Delta t_{кр2} = t_с - t_s$ оказывается равным или обычно несколько меньшим, чем температурный напор, соответствующий предельному перегреву $\Delta t_п = t_п - t_s$.

Таким образом,

$$\Delta t_{кр2} = c\Delta t_п, \qquad (4\text{-}15)$$

где коэффициент c обычно лежит в пределах 0,8—1,0.

При более высоких температурах поверхности ($t_с > t_п$) жидкость не может соприкасаться с поверхностью нагрева, так как при приближении к поверхности происходит самопроизвольное ее распадение и испарение. Это определяет возможность существования пленочного кипения, несмотря на то, что паровая пленка часто оказывается гидродинамически неустойчивой. Критическая

---

[1] Температуру поверхности $t_с$, при которой прекращается пленочное кипение, иногда в литературе называют температурой сфероидального состояния, или точкой Лейденфроста.

[2] Точнее, эта зависимость имеет незначительную выпуклость, обращенную в сторону оси давлений. Такой характер $t_п = f(p)$ сохраняется и для других жидкостей.

плотность теплового потока при прекращении пленочного режима кипения $q_{кр2}$ может быть найдена из соотношения

$$q_{кр2} = \alpha \Delta t_{кр2}, \tag{4-16}$$

где α — коэффициент теплоотдачи в режиме пленочного кипения, определяемый по формулам (4-13) и (4-14).

Пример 4-1. Определить интенсивность теплоотдачи и температурные напоры при пузырьковом кипении воды для давлений 10 и 100 бар при тепловой нагрузке $q = 1{,}5 \cdot 10^6$ Вт/м².

Расчет проводим по формуле (4-11). При давлении $p_s = 10$ бар имеем:

$$\alpha = \frac{3{,}4 \cdot 10^{0{,}18}}{1 - 0{,}0045 \cdot 10} (1{,}5 \cdot 10^6)^{2/3} =$$

$$= \frac{3{,}4 \cdot 1{,}51}{1 - 0{,}045} \cdot 1{,}31 \cdot 10^4 =$$

$$= 7{,}05 \cdot 10^4 \text{ Вт/(м}^2 \cdot {}^\circ\text{C)};$$

$$\Delta t = q/\alpha = \frac{1{,}5 \cdot 10^6}{7{,}05 \cdot 10^4} = 21{,}2^\circ\text{C}.$$

При давлении $p_s = 100$ бар имеем:

$$\alpha = \frac{3{,}4 \cdot 100^{0{,}18}}{1 - 0{,}0045 \cdot 100} (1{,}5 \cdot 10^6)^{2/3} =$$

$$= 1{,}86 \cdot 10^5 \text{ Вт/(м}^2 \cdot {}^\circ\text{C)};$$

$$\Delta t = \frac{1{,}5 \cdot 10^6}{1{,}86 \cdot 10^5} = 8^\circ\text{C}.$$

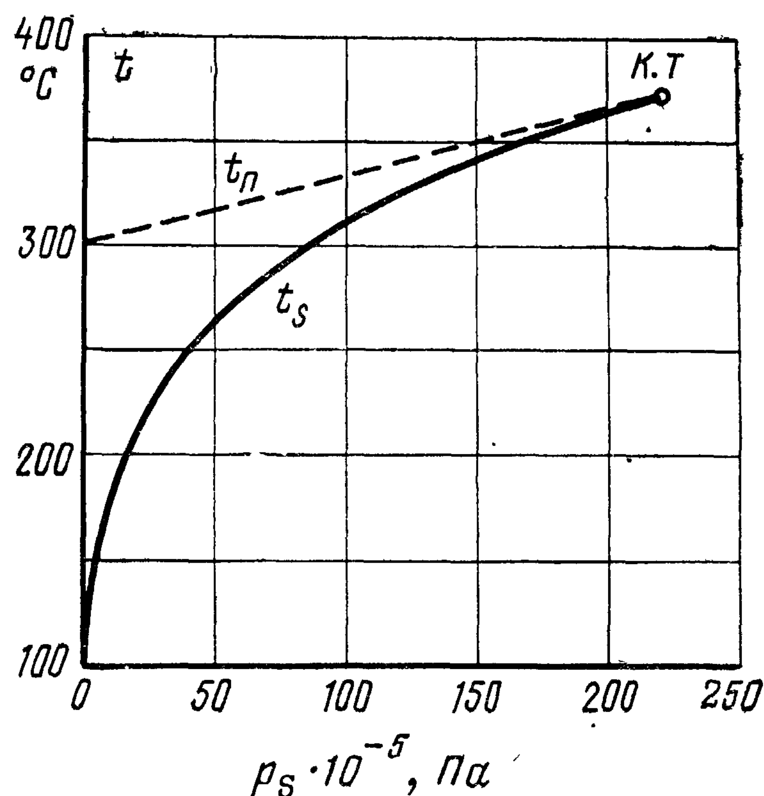


Рис. 4-21. Зависимость температуры предельного перегрева $t_п$ воды от давления p.

Пример 4-2. Определить наибольшие плотности тепловых потоков, которые можно отвести от поверхности нагрева при пузырьковом режиме кипения воды в большом объеме при давлениях $10 \cdot 10^5$ и $100 \cdot 10^5$ Па.

Наибольшие плотности тепловых потоков при пузырьковом режиме кипения составляют значения $q_{кр1}$. Расчет величин $q_{кр1}$ проводим по формуле (4-12). При давлении $10 \cdot 10^5$ Па физические свойства вода: $r = 2{,}02 \cdot 10^6$ Дж/кг; $\sigma = 4{,}2 \cdot 10^{-2}$ Н/м, $\rho' = 887$ кг/м³; $\rho'' = 5{,}15$ кг/м³ (табл. П-4). Подставляя эти величины в формулу (4-12), имеем:

$$q_{кр1} = 0{,}14 \cdot 2{,}02 \cdot 10^6 \sqrt{5{,}15} \cdot \sqrt[4]{4{,}2 \cdot 10^{-2} \cdot 9{,}81 \, (887 - 5{,}15)} = 2{,}8 \cdot 10^6 \text{ Вт/м}^2.$$

При давлении $100 \cdot 10^5$ Па физические свойства воды: $r = 1{,}32 \cdot 10^6$ Дж/кг; $\sigma = 1{,}2 \cdot 10^{-2}$ Н/м; $\rho' = 691$ кг/м³, $\rho'' = 54{,}6$ кг/м³. Имеем:

$$q_{кр1} = 0{,}14 \cdot 1{,}32 \cdot 10^6 \sqrt{54{,}6} \cdot \sqrt[4]{1{,}2 \cdot 10^{-2} \cdot 9{,}81 \, (691 - 54{,}6)} = 4{,}05 \cdot 10^6 \text{ Вт/м}^2.$$

Пример 4-3. Найти коэффициент теплоотдачи и плотность теплового потока, отводимого конвективным путем от поверхности горизонтальной трубы $D = 12$ мм в пленочном режиме кипения воды при атмосферном давлении, если температура поверхности трубы $t_с = 500^\circ$С.

Расчет коэффициента теплоотдачи проводим по формуле (4-13). Определяющая температура $t_{ср} = 0{,}5\,(500 + 100) = 300^\circ$С. Физические свойства

водяного пара при этой температуре и атмосферном давлении (см. табл. П-5): $\lambda'' = 4{,}43\cdot 10^{-2}$ Вт/(м·°С); $\rho'' = 0{,}384$ кг/м^3, $\nu'' = 4{,}43\cdot 10^{-5}$ м^2/с, $c_p'' = 2{,}01\cdot 10^3$ Дж/(кг·°С), $\rho' = 958$ кг/м^3, $r = 2{,}26\cdot 10^6$ Дж/кг (см. табл. П-4).

Эффективная теплота фазового перехода (с учетом перегрева пара в пленке) $r_* = 2{,}26\cdot 10^6 + 0{,}5\cdot 2{,}01\cdot 10^3\,(500-100) = 2{,}66\cdot 10^6$ Дж/кг.

Подставляя эти величины в формулу (4-13), имеем:

$$\bar{\alpha} = 0{,}62\sqrt[4]{\frac{(4{,}43\cdot 10^{-2})^3\,(958-0{,}384)\cdot 9{,}81\cdot 2{,}66\cdot 10^6}{4{,}43\cdot 10^{-5}\cdot 12\cdot 10^{-3}\cdot (500-100)}} =$$

$$= 0{,}62\sqrt[4]{102\cdot 10^8} = 196\ \text{Вт/(м}^2\cdot{}^\circ\text{С)}.$$

Плотность теплового потока

$$q = \bar{\alpha}\Delta t = \bar{\alpha}\,(t_\text{с} - t_s) = 196\cdot 400 = 7{,}85\cdot 10^4\ \text{Вт/м}^2.$$

Пример 4-4. Решить пример 4-3 при условии, что труба расположена вертикально.

При вертикальном расположении трубы в пространстве течение пара в пленке носит обычно турбулентный характер. Расчет проводим по формуле (4-14). Здесь определяющая температура та же. Подставляя значения величин в формулу (4-14), имеем:

$$\bar{\alpha} = 0{,}25\sqrt[3]{\frac{(4{,}43\cdot 10^{-2})^2\cdot 2{,}01\cdot 10^3\cdot 9{,}81\,(958-0{,}384)}{4{,}43\cdot 10^{-5}}} =$$

$$= 0{,}25\sqrt[3]{0{,}845\cdot 10^9} = 236\ \text{Вт/(м}^2\cdot{}^\circ\text{С)}.$$

Плотность теплового потока

$$q = \bar{\alpha}\,(t_\text{с} - t_s) = 236\,(500-100) = 9{,}45\cdot 10^4\ \text{Вт/м}^2.$$

4-2. ТЕПЛООБМЕН ПРИ КОНДЕНСАЦИИ ПАРА

1. **Основные представления о процессе конденсации.** Если пар соприкасается со стенкой, температура которой ниже температуры насыщения, то пар конденсируется и конденсат оседает на стенке. При этом различают два вида конденсации: *капельную*, когда конденсат осаждается в виде отдельных капель (рис. 4-22), и *пленочную*, когда на поверхности образуется сплошная пленка жидкости.

Капельная конденсация возможна лишь в том случае, если конденсат не смачивает поверхность охлаждения. Искусственно капельная конденсация может быть получена путем нанесения на поверхность тонкого слоя масла, керосина или жирных кислот или путем примеси этих веществ к пару. При этом поверхность должна быть хорошо отполирована. При конденсации же чистого пара смачивающей жидкости на чистой поверхности всегда получается сплошная пленка. В промышленных аппаратах — *конденсаторах* — иногда возможны также случаи смешанной конденсации, когда в одной части аппарата получается капельная, а в другой — пленочная конденсация.

Для организации стационарного процесса конденсации пара теплоту необходимо непрерывно отводить от поверхности охлаждения. В целом интенсивность теплоотдачи при конденсации пара оказывается достаточно высокой. Однако если в паре содержится примесь газа (например, воздуха), скорость конденсации заметно снижается. Газ постепенно накапливается около поверхности, и это затрудняет доступ новых порций пара к поверхности.

В определенных условиях конденсация может происходить также внутри объема пара или парогазовой смеси. Так, например, выпадение дождя является следствием процесса объемной конденсации водяного пара из влажного воздуха в естественных условиях. При расширении пара на последних ступенях паровых турбин также может наблюдаться процесс объемной конденсации водяного пара. Для возникновения объемной конденсации пар должен быть пересыщен (его плотность должна превышать плотность насыщенного пара). Мерой насыщения пара служит отношение давления пара p к давлению насыщенного пара p_s в равновесии с жидкостью, поверхность которой плоская. При $p/p_s > 1$ пар пересыщен, при $p/p_s = 1$ пар насыщен. Степень пересыщения p/p_s, необходимая для начала объемной конденсации, зависит от наличия в паре мельчайших пылинок (аэрозолей), которые служат готовыми центрами конденсации. Чем чище пар, тем выше должна быть начальная степень пересыщения, Опыт показывает, что центрами конденсации могут служить также электрически заряженные частицы, в частности, ионизированные атомы, присутствующие в паре.

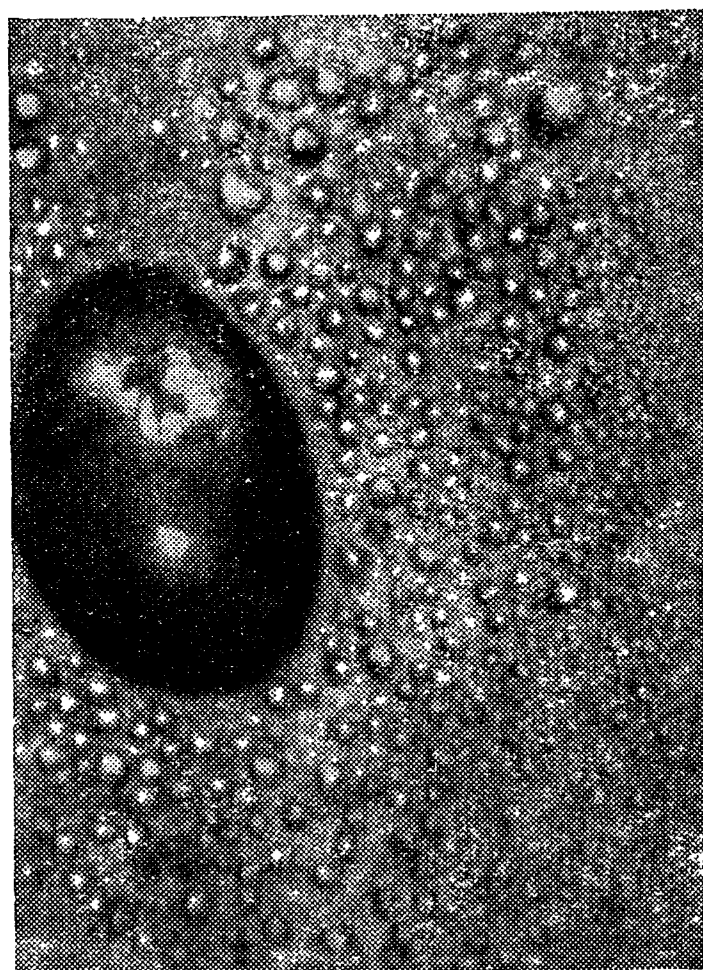


Рис. 4-22. Капельная конденсация водяного пара на поверхности, смоченной керосином.

2. **Теплоотдача при пленочной конденсации пара.** В процессе пленочной конденсации вся теплота, выделяющаяся на внешней границе пленки, отводится к поверхности охлаждения. При ламинарном движении жидкостной пленки перенос теплоты через нее осуществляется лишь путем теплопроводности. Если принять, что температура частиц конденсата, соприкасающихся с паром, равна температуре насыщения,[1] то плотность теплового потока определяется выражением

$$q = \frac{\lambda}{\delta}(t_s - t_c), \qquad \text{(a)}$$

где δ — толщина пленки; λ — коэффициент теплопроводности конденсата; t_c — температура поверхности.

---

[1] В действительности температура поверхности пленки несколько ниже, чем температура насыщения. Однако для обычных жидкостей при не очень низком давлении это различие по сравнению с температурным напором в пленке пренебрежимо мало.

С другой стороны по закону Ньютона—Рихмана

$$q=\alpha(t_s-t_c). \qquad (б)$$

Из сопоставления выражений (а) и (б) имеем:

$$\alpha=\frac{\lambda}{\delta}. \qquad (в)$$

Следовательно, определение коэффициента теплоотдачи сводится к определению толщины пленки конденсата δ, которая может быть получена из анализа условий его течения.

Такой анализ для случаев конденсации пара на вертикальной поверхности и горизонтальной трубе был впервые проведен Нуссельтом [114]. Ниже приводится вывод Нуссельта для плоской вертикальной стенки (рис. 4-23). Ось x расположена в плоскости стенки и направлена вниз, ось y направлена перпендикулярно стенке. Температура стенки t_c считается постоянной по высоте. Дифференциальное уравнение движения для единичного объема конденсата в пленке имеет вид:

$$g(\rho'-\rho'')+\mu\frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2}=0. \qquad (г)$$

В этом уравнении сила тяжести единичного объема конденсата $g(\rho'-\rho'')$ уравновешивается силой вязкости, действующей со стороны соседних слоев жидкости. Сила инерции, связанная с ускорением движения конденсата, как величина малая, в решении Нуссельта не учитывается. Интегрирование выражения (г) приводит к соотношению

$$w_x=-\frac{g(\rho'-\rho'')}{2\mu}y^2+C_1y+C_2. \qquad (д)$$

Постоянные интегрирования определяются из граничных условий:

при $y=0$ $w_x=0$;

при $y=\delta$ $\partial w_x/\partial y=0$, откуда следует, что $C_2=0$ и $C_1=\frac{g(\rho'-\rho'')}{\mu}\delta$.

Подставляя значения C_1 и C_2 в выражение (д), получаем закон распределения скоростей в слое конденсата

$$w_x=g\frac{\rho'-\rho''}{\mu}\left(y\delta-\frac{1}{2}y^2\right). \qquad (е)$$

Количество жидкости, протекающей в единицу времени через сечение x при ширине стенки, равной единице, определяется формулой

$$G=\rho'\int_0^\delta w_x\,dy=\rho'\bar{w}_x\delta=g\frac{\rho'-\rho''}{3\nu}\delta^3; \qquad (ж)$$

отсюда

$$\delta=\sqrt[3]{\frac{3G\nu}{g(\rho'-\rho'')}}, \qquad (з)$$

т. е. толщина пленки увеличивается с ростом расхода жидкости в пленке G по соотношению $\delta \sim G^{1/3}$.

Количество конденсата G, которое определяется соотношением (ж), образовалось за счет конденсации пара на всем протяжении стенки, расположенном выше сечения x. Поэтому величина G может быть получена также из уравнения теплового баланса для участка длиной x при ширине стенки, равной единице:

$$Q = \int_0^x q\,dx = \bar{q}x = rG, \qquad \text{(и)}$$

где Q — тепловой поток, переданный стенке на участке Ox.

В уравнении (и) не учитывается небольшое дополнительное количество теплоты, которое передается стенке за счет охлаждения конденсата ниже температуры t_s.

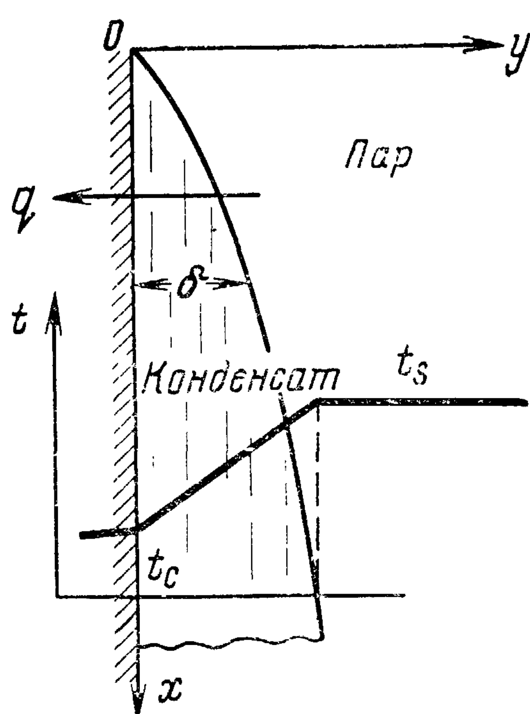


Рис. 4-23. Пленочная конденсация на вертикальной стенке.

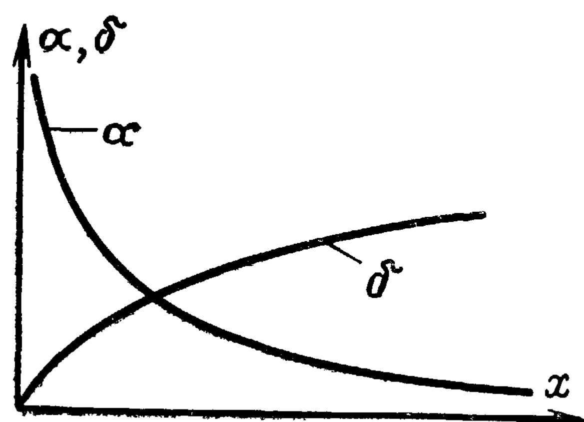


Рис. 4-24. Изменение коэффициента теплоотдачи α и толщины пленки δ вдоль вертикальной стенки.

Подставляя в уравнение (и) значение G из уравнения (ж) и величину q из уравнения (а), получаем:

$$\lambda (t_s - t_c) \int_0^x \frac{dx}{\delta} = rg \frac{\rho' - \rho''}{3\nu} \delta^3. \qquad \text{(к)}$$

Это уравнение содержит одну неизвестную величину, толщину пленки δ. Поскольку при $x = 0$ толщина пленки должна быть равна нулю, можно искать решение (к) в виде

$$\delta = Bx^n. \qquad \text{(л)}$$

Подставляя это выражение в (к), имеем:

$$\frac{\lambda (t_s - t_c)}{B} \frac{x^{1-n}}{1-n} = rg \frac{\rho' - \rho''}{3\nu} B^3 x^{3n}. \qquad \text{(м)}$$

Соотношение (м) должно выполняться при любом x, следовательно, показатели степени при x слева и справа в выражении (м) должны быть одинаковы. Отсюда имеем:

$$1-n=3n \quad \text{или} \quad n=1/4.$$

Далее из выражения (м) сразу находится также величина B:

$$B=\sqrt[4]{\frac{4\lambda (t_s-t_c)\nu}{rg(\rho'-\rho'')}}.$$

Таким образом, окончательно имеем:

$$\delta=\sqrt[4]{\frac{4\lambda (t_s-t_c)\nu x}{rg(\rho'-\rho'')}}. \qquad (н)$$

Зная выражение для толщины пленки, из выражения (в) определяем локальный коэффициент теплоотдачи

$$\alpha=\frac{\lambda}{\delta}=\sqrt[4]{\frac{\lambda^3 rg(\rho'-\rho'')}{4(t_s-t_c)\nu x}}. \qquad (4\text{-}17)$$

Характер изменения толщины пленки и коэффициента теплоотдачи вдоль вертикальной стенки показаны на рис. 4-24. Среднее значение коэффициента теплоотдачи для вертикальной стенки или вертикальной трубы высотой h определяется формулой

$$\bar{\alpha}=\frac{1}{h}\int_0^h \alpha\, dx=\frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{\lambda^3 rg(\rho'-\rho'')}{4(t_s-t_c)\nu h}}=0{,}943\frac{A}{\sqrt[4]{h\Delta t}}, \qquad (4\text{-}18)$$

где

$$\Delta t=t_s-t_c; \qquad A=\sqrt[4]{\frac{\lambda^3 rg(\rho'-\rho'')}{\nu}}.$$

Из уравнения (4-18) следует, что средний коэффициент теплоотдачи уменьшается с ростом высоты h и температурного напора Δt.

Вывод, приведенный выше для вертикальной стенки, применим и для наклонной. При этом единственное отличие будет в том, что в уравнение движения (г) войдет составляющая силы тяжести в направлении движения пленки. Если Ψ — угол наклона стенки к горизонту, то вместо ускорения свободного падения g для вертикальной стенки во все соотношения войдет величина $g \sin \Psi$. Тогда расчетная формула для коэффициента теплоотдачи принимает вид:

$$\bar{\alpha}_\Psi=\bar{\alpha}_{верт}\sqrt[4]{\sin\Psi}. \qquad (о)$$

Вывод, аналогичный изложенному выше для вертикальной стенки, был приведен Нуссельтом также для горизонтальной трубы. Полученная им формула для среднего коэффициента теплоотдачи имеет вид:

$$\bar{\alpha}=0{,}728\frac{A}{\sqrt[4]{D\Delta t}}, \qquad (4\text{-}19)$$

где D — диаметр трубы.

Вследствие принятых упрощающих предпосылок [1] приведенные решения (4-18) и (4-19) являются приближенными. Однако, как показали последующие, более подробные исследования, проведенные авторами [13, 44, 49, 54], основные закономерности процесса теория Нуссельта отражает правильно.

Анализ влияния переохлаждения конденсата, инерционных сил в пленке и сил трения между поверхностью пленки и неподвижным паром, проведенный в [44, 49], показывает, что все эти эффекты в обычных условиях вносят погрешность, измеряемую лишь несколькими процентами. На рис. 4-25 показаны результаты анализа [49]. Здесь по оси ординат отложено отношение расчетного коэффициента теплоотдачи α с учетом перечисленных выше эффектов к коэффициенту теплоотдачи по теории Нуссельта α_N. По оси абсцисс отложена безразмерная величина $k = \frac{r}{c_p (t_s - t_c)}$. Число Pr конденсата является параметром. Так как на практике обычно $k > 5$ и $\Pr > 1$, из рис. 4-25 следует, что в этих условиях поправка незначительна и может в расчетах не учитываться.

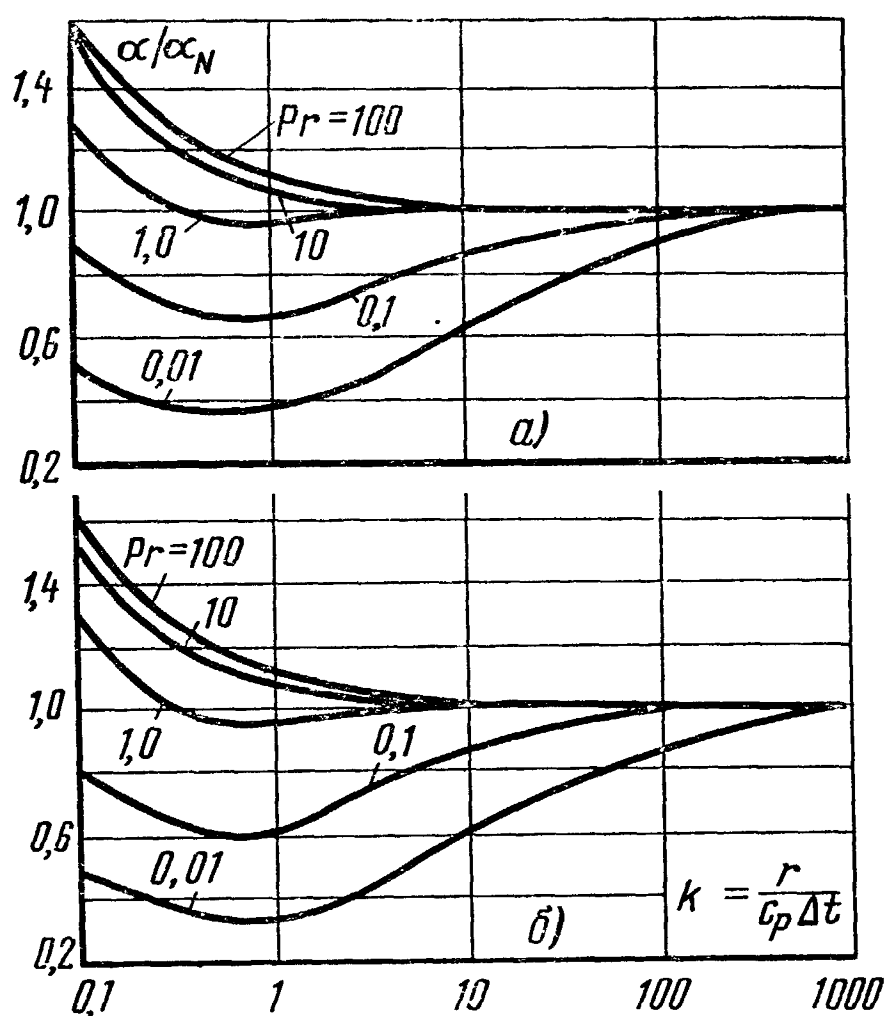


Рис. 4-25. Влияние конвективного переноса, сил инерции в пленке и трения между пленкой и паром на интенсивности теплоотдачи на вертикальной поверхности (*а*) и горизонтальной трубе (*б*).

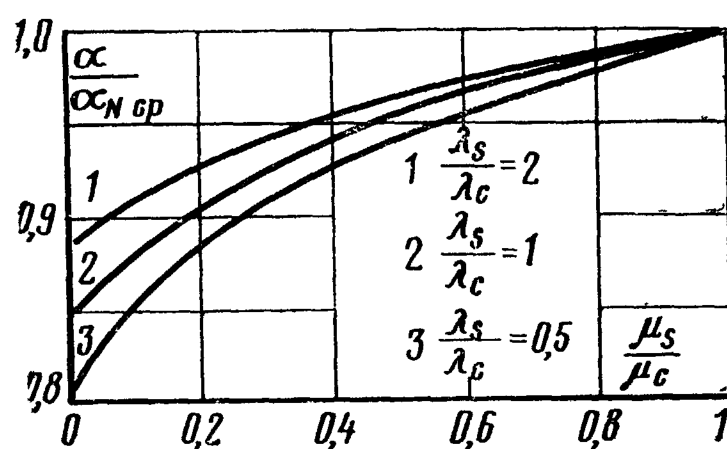


Рис. 4-26. Изменение коэффициента теплоотдачи при конденсации пара в зависимости от изменения λ и μ с температурой. Величина $\alpha_{N,\text{ср}}$ — расчет по формуле (4-17) при определяющей температуре $t_{\text{ср}} = 0,5\,(t_s + t_c)$.

Влияние зависимости коэффициентов вязкости μ и теплопроводности λ конденсата от температуры было исследовано в [13, 49]. В общем случае эти факторы безусловно влияют на интенсивность теплоотдачи [13]. Характер этого влияния при отнесении величин λ и μ в формуле Нуссельта (4-17)

---

[1] Эти предпосылки таковы: течение пленки имеет ламинарный характер; силы инерции, возникающие в пленке, пренебрежимо малы по сравнению с силами вязкости и силами тяжести; конвективный перенос теплоты в пленке, а также теплопроводность вдоль нее малы по сравнению с теплопроводностью поперек пленки; трение конденсата о пар отсутствует; температура внешней поверхности пленки равна температуре насыщенного пара; плотность и коэффициенты теплопроводности и вязкости конденсата от температуры не зависят.

к средней температуре пленки $t_{ср} = 0,5 (t_s + t_c)$ и температуре насыщения t_s соответственно показан на рис. 4-26 и 4-27 [49]. Поскольку температура насыщения t_s обычно бывает известна, ее выбор в качестве определяющей оказывается более удобным в практических расчетах. При этом поправка ε_t, учитывающая переменность физических параметров с температурой, как это видно из рис. 4-27, может быть представлена в форме простого множителя

$$\varepsilon_t = \frac{\alpha}{\alpha_{N,s}} = \left[\left(\frac{\lambda_c}{\lambda_s}\right)^3 \frac{\mu_s}{\mu_c}\right]^{1/8}, \qquad (4\text{-}20)$$

где индексы c и s означают, что значения λ и μ выбираются соответственно при температуре стенки t_c и температуре насыщения t_s.

В теории Нуссельта принималось также предположение, что температура поверхности неизменна: $t_c = \text{const}$. Исследование влияния переменности t_c вдоль поверхности конденсации было выполнено в [54]. Результаты

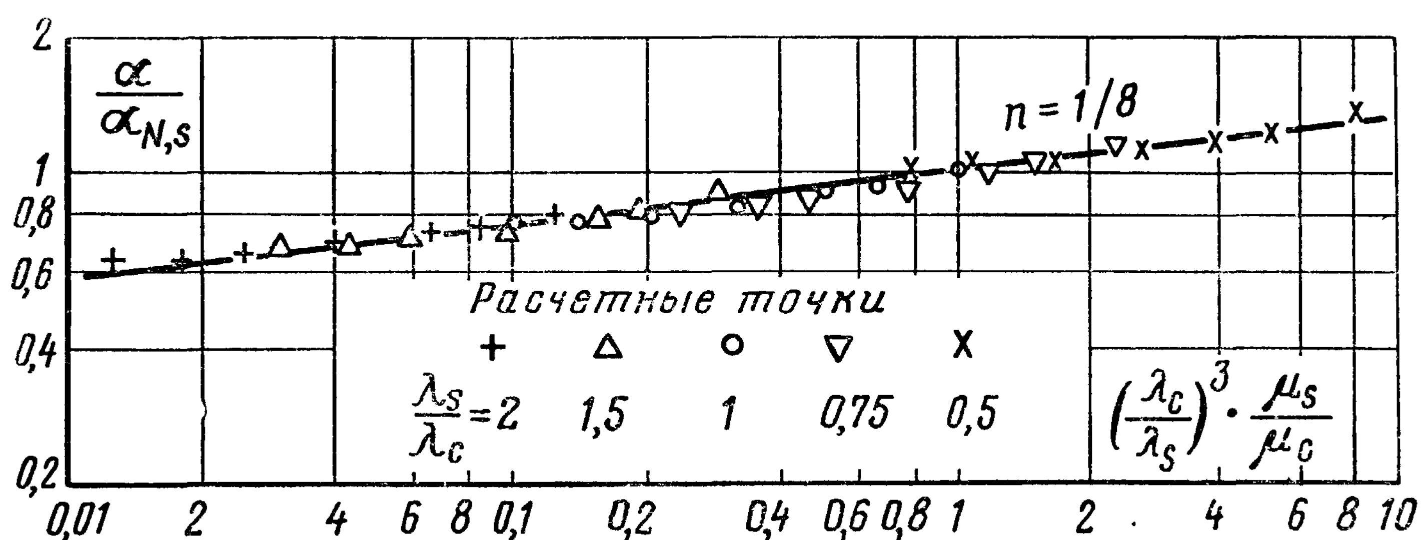


Рис. 4-27. Изменение коэффициента теплоотдачи при конденсации пара в зависимости от изменения λ и μ с температурой. Величина $\alpha_{N,s}$ — расчет по формуле (4-17) при определяющей температуре t_s.

показали, что для вертикальных и наклонных плоских поверхностей средний коэффициент теплоотдачи, определяемый как

$$\bar{\alpha} = \frac{\bar{q}}{t_s - \bar{t}_c}$$

(где $\bar{t}_c$ — средняя по поверхности температура стенки), вообще не зависит от характера изменения t_c вдоль поверхности; он остается таким же, как в решении Нуссельта (4-18).

На горизонтальной трубе изменение t_c вдоль окружности трубы оказывает некоторое влияние на среднюю теплоотдачу. В частности, при переменной t_c, отвечающей условию $q_c = \text{const}$ (это имеет место на практике, когда термическое сопротивление со стороны конденсации существенно меньше общего термического сопротивления теплопередачи), формула для среднего коэффициента теплоотдачи имеет вид:

$$\bar{\alpha}_q = 0,693 \frac{A}{\sqrt[4]{D\Delta\bar{t}}}, \qquad (4\text{-}21)$$

где $\Delta\bar{t} = t_s - \bar{t}_c$; $\bar{t}_c$ — средняя по периметру трубы температура поверхности.

Сравнивая это соотношение с решением Нуссельта (4-19), можно видеть, что интенсивность теплоотдачи для горизонтальной трубы при $q_c = \text{const}$ оказывается примерно на 5% ниже, чем при $t_c = \text{const}$.

Расчет теплоотдачи при конденсации пара на горизонтальной трубе целесообразно производить по формуле Нуссельта (4-19)

при отнесении всех физических свойств к температуре насыщения и введении поправки (множителя) ε_t:

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_{N,s}\varepsilon_t, \tag{4-22}$$

где $\bar{\alpha}_{N,s}$ — коэффициент теплоотдачи, рассчитанный по формуле (4-19) * при определяющей температуре t_s; ε_t — поправка, учитывающая зависимость физических свойств от температуры и рассчитываемая по уравнению (4-20).

На поверхности вертикальных пластин и труб интенсивность теплоотдачи, как показывают опытные данные, обычно оказывается более высокой, чем вычисленная по формуле Нуссельта (4-18). Это объясняется тем, что в действительности в этих условиях наблюдается волновое течение пленки конденсата[1]. П. Л. Капица [34] показал, что такой характер стекания ламинарной пленки жидкости является более устойчивым.

При волновом течении средняя во времени толщина пленки $\delta_{ср}$ оказывается несколько меньшей, чем по уравнению Нуссельта (з) при том же расходе жидкости G. Однако увеличение теплоотдачи здесь определяется не столько уменьшением средней толщины пленки, сколько возрастанием средней тепловой проводимости $(\lambda/\delta)_{ср}$ волнистой пленки. Это связано с тем, что в те моменты, когда действительная толщина пленки δ меньше средней толщины $\delta_{ср}$, тепловая проводимость λ/δ возрастает более значительно, чем она уменьшается в моменты, когда $\delta > \delta_{ср}$. Поэтому в среднем величина $(\lambda/\delta)_{ср}$ увеличивается. В теоретическом исследовании [34] рассматривалось изотермическое стекание пленки жидкости по вертикальной поверхности с постоянным расходом. Показано, что в первом приближении очертание поверхности пленки при волновом режиме имеет вид синусоиды, которая перемещается в направлении течения жидкости. Мгновенная толщина пленки δ над любой фиксированной точкой поверхности стенки изменяется во времени $\tau = t/t_0$ (t_0 — период прохождения волны) по периодическому закону:

$$\delta = \delta_{ср}(1 + a\sin 2\pi\tau).$$

Величина амплитуды a в первом приближении постоянна и равна 0,46, средняя толщина пленки $\delta_{ср} = 0{,}93\ \delta_N$ [т. е. примерно на 7% меньше, чем по уравнению Нуссельта (з) при том же расходе жидкости]. Расчет средней тепловой проводимости пленки дает:

$$\left(\frac{\lambda}{\delta}\right)_{ср} = \int_0^1 \frac{\lambda}{\delta}d\tau = \frac{\lambda}{\delta_{ср}}\int_0^1 \frac{d\tau}{1 + a\sin 2\pi\tau} =$$

$$= \frac{\lambda}{\delta_{ср}}\frac{1}{\sqrt{1 - a^2}} = 1{,}13\ \frac{\lambda}{\delta_{ср}}.$$

Таким образом, лишь за счет волнистости поверхности пленки ее тепловая проводимость увеличивается на 13%. В целом увеличение интенсивности

---

* При условии $q_с = \mathrm{const}$ коэффициент 0,728 в формуле (4-19) согласно формуле (4-21) следует заменить на 0,693.

[1] На горизонтальных трубах волновое течение обычно не наблюдается, что объясняется малой протяженностью пленки конденсата.

теплоотдачи через такую пленку по сравнению с расчетом Нуссельта определяется соотношением

$$\alpha = \left(\frac{\lambda}{\delta}\right)_{ср} = 1{,}13\frac{\lambda}{\delta_{ср}} = \frac{1{,}13}{0{,}93}\frac{\lambda}{\delta_N} = 1{,}21\alpha_N,$$

т. е. составляет 21%.

Как показывают опыты [35, 102], в действительности волновое течение носит обычно более хаотичный, беспорядочный характер, причем по мере увеличения расхода амплитуды волн нарастают.

Выражение для поправки к формуле Нуссельта, учитывающей развитие волнового течения, по [49] имеет вид:

$$\varepsilon_v = (\mathrm{Re}_s/4)^{0,04}, \qquad (4\text{-}23)$$

где Re_s — число Рейнольдса конденсатной пленки.

При значениях $\mathrm{Re} \leqslant 4$ $\varepsilon_v = 1$, так как волновое течение пленки отсутствует. По мере увеличения расхода жидкости в пленке (или числа Re_s пленки) волнообразование постепенно нарастает и значение ε_v увеличивается. Например, при $\mathrm{Re}_s = 100$ $\varepsilon_v = 1{,}14$; при $\mathrm{Re}_s = 400$ $\varepsilon_v = 1{,}20$; при $\mathrm{Re}_s = 1600$ $\varepsilon_v = 1{,}27$.

Число Re для пленки в общем случае определяется соотношением [1]

$$\mathrm{Re} = 4\frac{G}{\mu}, \qquad (4\text{-}24)$$

где G — массовый расход жидкости в пленке, приходящийся на единицу длины поверхности по нормали к направлению течения жидкости, кг/(м·с).

В условиях конденсации пара массовый расход конденсата G в сечении x—h однозначно связан с тепловым потоком $Q = \bar{q}h$, переданным стенке на участке Oh, уравнением теплового баланса (и). Поэтому при конденсации число Re может быть выражено через теплообменные характеристики процесса

$$\mathrm{Re}_s = 4\frac{\bar{g}h}{r\mu} = 4\frac{\bar{\alpha}\Delta\bar{t}h}{r\mu}. \qquad (4\text{-}25)$$

С учетом поправки ε_v на волновое течение расчетное соотношение для теплоотдачи при конденсации пара на поверхности вертикальных труб и плит имеет вид:

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_{N,s}\varepsilon_v\varepsilon_t, \qquad (4\text{-}26)$$

где $\bar{\alpha}_{N,s}$ — коэффициент теплоотдачи, определяемый по формуле (4-18) при отнесении всех физических свойств к температуре насыщения t_s; ε_v — поправка на волновое течение, определяемая по формуле (4-23); ε_t — поправка, учитывающая зависимость физи-

---

[1] Это соотношение следует из общего определения числа Re через эквивалентный диаметр $d_{эк}$: $\mathrm{Re} = \rho\bar{w}_x d_{эк}/\mu$. Для пленки $d_{эк} = 4\delta$. Согласно уравнению (ж) величина $\rho\bar{w}_x \cdot 4\delta = 4G$.

ческих свойств конденсата от температуры и определяемая по формуле (4-20).

Уравнение (4-26) хорошо подтверждается многочисленными опытными данными по конденсации паров различных жидкостей на вертикальных пластинах и трубах разной высоты [49].

На практике число Re_s заранее обычно неизвестно. Поэтому рекомендуется следующий порядок расчета: вначале по формуле (4-26) рассчитывается $\overline{\alpha}'$ при $\varepsilon_v = 1$; по этой величине определяется число Re_s по формуле (4-25) и далее по формуле (4-23) величина поправки ε_v. Искомый коэффициент теплоотдачи равен:

$$\overline{\alpha} = \overline{\alpha}'\varepsilon_v.$$

Влияние зависимости физических свойств конденсата от температуры

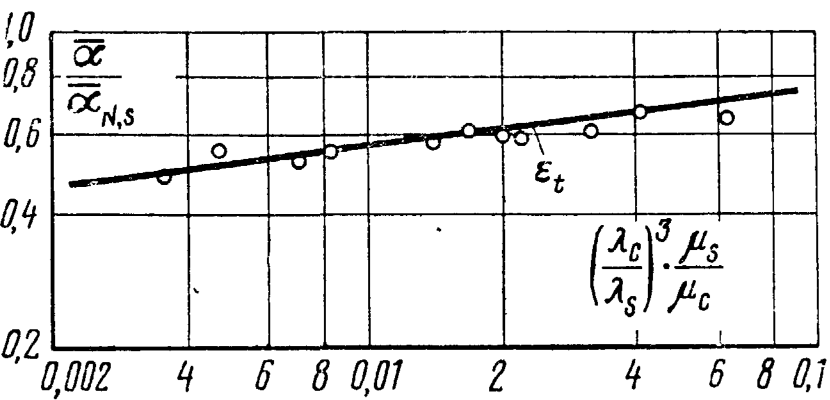


Рис. 4-28. Влияние зависимости вязкости и теплопроводности от температуры на теплоотдачу при пленочной конденсации паров глицерина на вертикальной трубе $h = 0{,}97$ м. Линия — расчет по формуле (4-20). Точки — опытные данные [28].

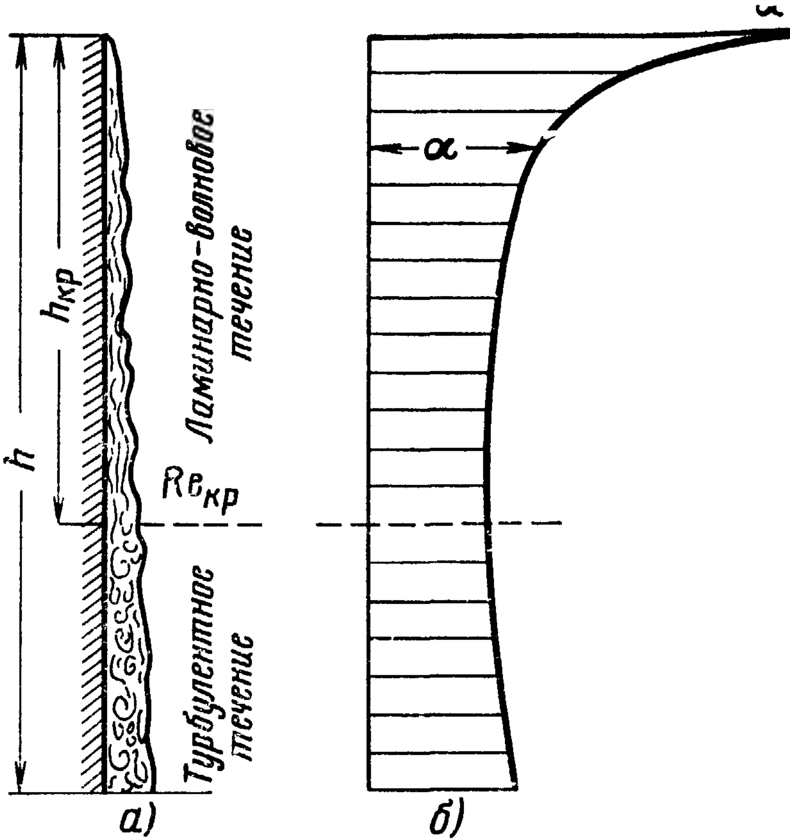


Рис. 4-29. Характер течения конденсатной пленки (*а*) и изменение коэффициента теплоотдачи (*б*) вдоль вертикальной плиты большой высоты. При $h_{кр}$ течение в пленке приобретает турбулентный характер.

на интенсивность теплоотдачи в обычных условиях количественно невелико. Например, для воды значения поправки ε_t при разных температурных напорах Δt и давлениях насыщения пара p_s, приведенные в табл. 4-4, показывают, что даже при $\Delta t = 50$°C величина ε_t отличается от единицы не более чем на 10%.

Только для очень вязких жидкостей (имеющих обычно крутую зависимость μ от t) поправка ε_t при больших температурных напорах Δt может стать значительной. На рис. 4-28 приведены опытные данные [28] для конденсации паров глицерина.

Таблица 4-4

Значение поправки ε_t для воды

Δt	$p \cdot 10^{-5}$, Па				
	1	5	10	100	150
10	0,985	0,990	0,990	1,01	1,02
20	0,967	0,982	0,985	1,01	1,03
50	0,900	0,950	0,960	1,02	1,04

В этих опытах температурные напоры Δt достигали значения 100°С, а вязкость глицерина при этом изменялась в 250 раз. Линия на графике соответствует расчету по формуле (4-20); она хорошо согласуется с опытными данными.

При большой высоте вертикальной поверхности и значительных температурных напорах расход конденсата может возрасти настолько, что возникает *турбулентный* режим течения пленки. Специальные исследования [102] показали, что турбулентное течение свободно стекающих жидкостных пленок наступает обычно при значениях числа Re, больших некоторого критического значения: $Re_{кр} \approx 1600$.

На рис. 4-29, *а* показана картина течения конденсатной пленки вдоль вертикальной стенки большой высоты. При некотором значении $h_{кр}$ число Рейнольдса достигает критического значения $Re_{кр}$. Далее течение конденсата в пленке принимает турбулентный характер. При турбулентном течении локальная интенсивность теплоотдачи растет при увеличении расхода G и числа Re по соотношению [49, 50]:

$$\frac{\alpha}{\lambda}\left(\frac{\nu^2}{g}\frac{\rho'}{\rho'-\rho''}\right)^{1/3} = 0,023 Re^{0,25} Pr^{0,5}, \qquad (4\text{-}27)$$

что объясняется возрастанием интенсивности турбулентного перемешивания жидкости в пленке. Характер изменения теплоотдачи вдоль вертикальной поверхности большой протяженности показан на рис. 4-29, *б*.

Значения $(h\Delta t)_{кр}$, при которых возникает турбулентный режим течения в пленке, определяются соотношением

$$(h\Delta t)_{кр} = 2300\,\frac{r\mu_s}{\lambda_s}\left(\frac{\nu_s^2}{g}\frac{\rho'}{\rho'-\rho''}\right)^{1/3}, \qquad (4\text{-}28)$$

которое показывает, что величина $(h\Delta t)_{кр}$ зависит лишь от физических свойств конденсата и ускорения свободного падения.[1]

В табл. 4-5 представлены значения $(h\Delta t)_{кр}$ для воды, рассчитанные по уравнению (4-28) при нормальном ускорении свободного падения ($g = 9,81$ м/с²).

Точно так же можно рассчитать по уравнению (4-28) величины $(h\Delta t)_{кр}$ и для любой другой жидкости.

Если известна величина $(h\Delta t)_{кр}$, то всегда можно сказать, будет ли в данных условиях возникать турбулентный характер течения в пленке. Например, при конденсации водяного пара при атмосферном давлении на поверхности вертикальной трубы высотой $h = 2$ м при температурном напоре $\Delta t = 10$°С величина $(h\Delta t)_{кр} = 20$ м·°С; это меньше, чем $(h\Delta t)_{кр} = 44,6$ м·°С. Следовательно, турбулентное течение в пленке возникать не должно. Однако при $\Delta t = 30$°С на нижнем участке той же трубы должен возникать турбулентный режим течения, так как теперь $h\Delta t = 60$ м·°С, что больше критического значения $(h\Delta t)_{кр}$.

[1] Соотношение (4-28) выводится из соотношения (4-20) и соответствует значению $Re_{кр} = 1600$.

При наличии на вертикальной поверхности участка с турбулентным режимом течения конденсата в пленке расчет средней теплоотдачи по (4-26) производить уже неправомерно. Для этих условий расчетная формула для определения среднего по всей поверхности коэффициента теплоотдачи имеет вид:

$$\bar{\alpha} = 400 \frac{r\mu_s}{h\Delta\bar{t}} \left\{1 + 0{,}625\,\mathrm{Pr}^{0,5}\left[\frac{h\Delta\bar{t}}{(h\Delta\bar{t})_{кр}} - 1\right]\right\}^{4/3}. \quad (4\text{-}29)$$

Это соотношение[1] применимо при $h\Delta\bar{t} > (h\Delta\bar{t})_{кр}$. Все физические параметры в уравнении (4-29) выбираются по температуре насыщения t_s. На рис. 4-30 показано сравнение этой формулы с опытными данными.

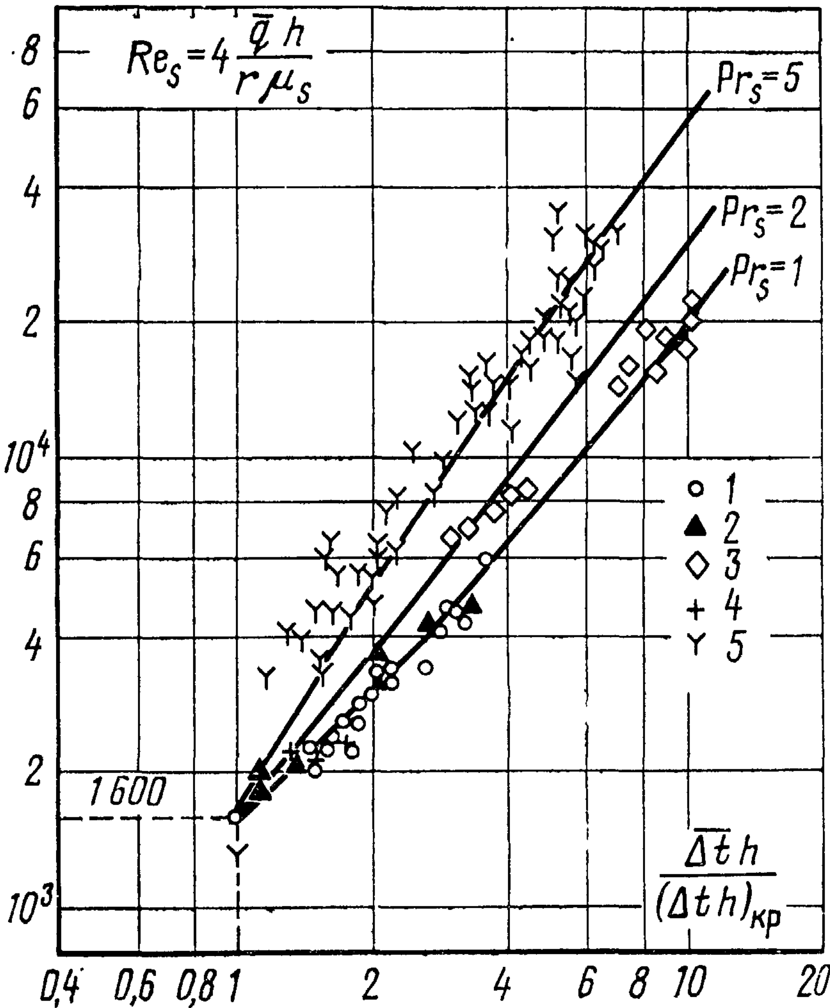


Рис. 4-30. Сравнение зависимости (4-29) (линия) с опытными данными по конденсации паров жидкостей.

1 — вода; $h = 6{,}1$ м; 2 — вода, $h = 3{,}66$ м; 3 — вода, $h = 2{,}9$ м (1—3 — $\mathrm{Pr}_s = 1{,}15 \div 1{,}19$); 4 — жидкий воздух, $h = 0{,}94$ м, $\mathrm{Pr}_s = 1{,}3$; 5 — дифенил, $h = 3{,}66$ м, $\mathrm{Pr}_s = 5$.

Таблица 4-5

Значения величин $(h\Delta t)_{кр}$ и $A_s = \sqrt[4]{\frac{\lambda_s^3 rg(\rho' - \rho'')}{\nu_s}}$ для воды

t_s, °C	$p_s \cdot 10^{-5}$, Па	$(h\Delta t)_{кр}$, м·°C	$A_s \cdot 10^{-3}$, Вт/(м$^{7/4}$·°C$^{3/4}$)
100	1,01	44,6	12,2
120	1,99	32,7	12,7
150	4,76	21,5	13,0
180	10,0	15,3	13,2
210	19,1	11,7	13,0
250	39,8	8,8	12,3
280	64,2	7,4	11,0
310	98,7	6,3	9,8
340	146,1	5,0	7,9

[1] Уравнение (4-29) выводится из соотношения для локальной теплоотдачи (4-27). Этот вывод содержится, например, в [30, 49, 50].

Уравнения (4-18), (4-26) и (4-29) для вертикальной поверхности можно представить в безразмерном виде. При этом в зависимости от того, какую из величины: $\overline{\Delta t}$ или $\overline{q}$ — считать заданной, выражение для определяющего числа подобия будет разным.

а) При заданном температурном напоре $\overline{\Delta t}$ в качестве определяющего числа подобия выступает параметр Z, характеризующий приведенную высоту поверхности:

$$Z = \frac{\lambda \overline{\Delta t} h}{r \mu l_g}, \tag{4-30}$$

где

$$l_g = \left(\frac{\nu^2}{g} \frac{\rho'}{\rho' - \rho''} \right)^{1/3} .$$

В качестве определяемого числа подобия в этом случае может быть принято либо число Рейнольдса $\mathrm{Re} = 4\overline{q}h/r\mu$, либо безразмерный параметр $\overline{\alpha} l_g/\lambda$, который равен $\frac{1}{4}\,\mathrm{Re}/Z$.

Таким образом, при заданном температурном напоре уравнение подобия имеет вид:

$$\mathrm{Re} = f_1 (Z, \mathrm{Pr}) \text{ или } \overline{\alpha} l_g/\lambda = f_2 (Z, \mathrm{Pr}). \tag{4-31а}$$

Приведем конкретные уравнения. Формула Нуссельта (4-18) запишется в виде

$$\mathrm{Re} = 3{,}77\, Z^{0,75} \text{ или } \overline{\alpha} l_g/\lambda = 0{,}943\, Z^{-0,25} . \tag{4-18а}$$

Та же формула, но с учетом поправки на волновое течение пленки запишется:

$$\mathrm{Re} = 3{,}8\, Z^{0,78} \text{ или } \overline{\alpha} l_g/\lambda = 0{,}95\, Z^{-0,22}. \tag{4-26а}$$

При $\mathrm{Re}_{кр} = 1600$ из уравнения (4-26а) имеем:

$$Z_{кр} = 2300 \text{ или } (\overline{\alpha} l_g/\lambda)_{кр} = 0{,}173.$$

При смешанном режиме течения пленки (наверху ламинарное, внизу турбулентное) расчетное соотношение (4-29) в безразмерном виде запишется:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\mathrm{Re}}{\mathrm{Re}_{кр}} = \left[1 + 0{,}625 \mathrm{Pr}^{0,5} \left(\frac{Z}{Z_{кр}} - 1 \right) \right]^{4/3} \\ &\text{или} \\ &\frac{\overline{\alpha} l_g}{\lambda} = \frac{400}{Z} \left[1 + 0{,}625 \mathrm{Pr}^{0,5} \left(\frac{Z}{Z_{кр}} - 1 \right) \right]^{4/3} . \end{aligned}\right\} \tag{4-29а}$$

Соотношение (4-29а) справедливо при $Z > Z_{кр}$.

б) При заданной плотности теплового потока $\overline{q}$ в качестве определяющего числа подобия выступает число Re, а в качестве определяемого — параметр $\overline{\alpha} l_g/\lambda$. Уравнение подобия теперь имеет вид:

$$\overline{\alpha} l_g/\lambda = f (\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}). \tag{4-31б}$$

Приведем конкретные выражения и для этого случая: формула Нуссельта (4-18) принимает вид:

$$\overline{\alpha}\, l_g/\lambda = 1{,}47\, \mathrm{Re}^{-0,33} . \tag{4-18б}$$

Та же формула, но с поправкой на волновое течение, имеет вид:

$$\overline{\alpha}l_g/\lambda = 1{,}38\ \mathrm{Re}^{-0{,}28}. \qquad (4\text{-}26б)$$

При $\mathrm{Re} \geqslant \mathrm{Re}_{кр}$ соотношение (4-29) можно представить в виде

$$\overline{\alpha}l_g/\lambda = \frac{0{,}173\ \mathrm{Pr}^{0{,}5}(\mathrm{Re}/\mathrm{Re}_{кр})}{\mathrm{Pr}^{0{,}5} + 1{,}6\left[(\mathrm{Re}/\mathrm{Re}_{кр})^{3/4} - 1\right]}. \qquad (4\text{-}29б)$$

Если $\mathrm{Re} \gg \mathrm{Re}_{кр}$ (зона турбулентного течения пленки занимает большую часть поверхности) из уравнения (4-29б) имеем:

$$\overline{\alpha}l_g/\lambda = 0{,}017\ \mathrm{Re}^{0{,}25}\ \mathrm{Pr}^{0{,}5}.$$

Характер изменения величины $\overline{\alpha}l_g/\lambda$ в зависимости от чисел Re и Pr, отвечающий этим уравнениям, показан на рис. 4-31. Пунктирная линия

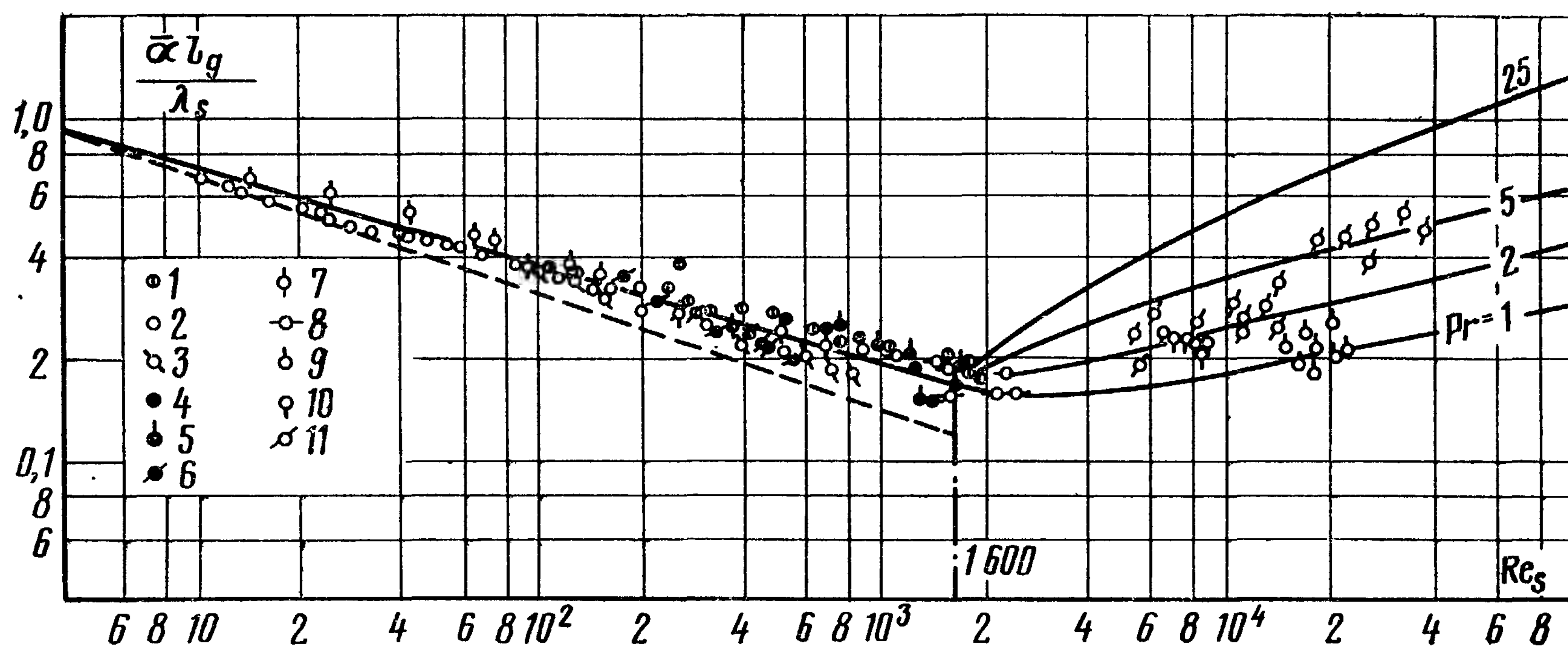


Рис. 4-31. Зависимость $\overline{\alpha}l_g/\lambda$ от Re и Pr при конденсации пара на вертикальной поверхности по данным различных авторов.

1, 2, 3, 9, 10 — вода; *4* — ацетон; *5* — бензол; *6* — этанол; *7* — аммиак; *8* — жидкий воздух; *11* — даутерм.

представляет уравнение Нуссельта (4-18б). Сплошные линии при $\mathrm{Re} \leqslant 1600$ и при $\mathrm{Re} > 1600$ соответствуют формулам (4-26б) и (4-29б). На этом рисунке нанесены также опытные данные разных исследований. Физические параметры в числах подобия отнесены к температуре насыщения. В опытах поправка, учитывающая переменность физических свойств, не превышала 10%; эта поправка здесь опущена.

Расчетные соотношения (4-22), (4-26) и (4-29) справедливы при конденсации чистого насыщенного пара и на чистой поверхности. Поэтому при определении значения коэффициента теплоотдачи по возможности необходимо учитывать ряд дополнительных обстоятельств, влияющих на теплоотдачу.

а. Влияние перегрева пара. Если температура стенки ниже температуры насыщения, то процесс конденсации перегретого пара протекает так же, как и насыщенного. Конечно, это не значит, что перегретый пар сразу становится насыщенным во всем объеме; насыщенным пар становится лишь у стенки по мере его охлаждения, а вдали от стенки он может и будет оставаться перегретым.

При конденсации перегретого пара необходимо учитывать теплоту перегрева $q_п'' = i_п'' - i_s''$, Дж/кг, и вместо теплоты фазового перехода r в расчетную формулу подставлять значение $r' = r + q_п''$, где $i_п''$ и i_s'' — энтальпии перегретого и насыщенного пара соответственно. За разность температур при этом по-прежнему принимается $\Delta t = t_s - t_c$.

Так как $r' > r$, то при конденсации перегретого пара теплоотдача несколько выше, чем при конденсации насыщенного пара. Однако разница обычно незначительна и в практических расчетах ею часто вполне можно пренебречь.

б. Влияние состояния поверхности. Теплоотдача при конденсации пара зависит от состояния поверхности. Если поверхность шероховата или покрыта слоем окисла, то вследствие дополнительного сопротивления течению толщина пленки увеличивается, а коэффициент теплоотдачи при этом снижается. Здесь большое влияние оказывает также термическое сопротивление окисной пленки на поверхности.

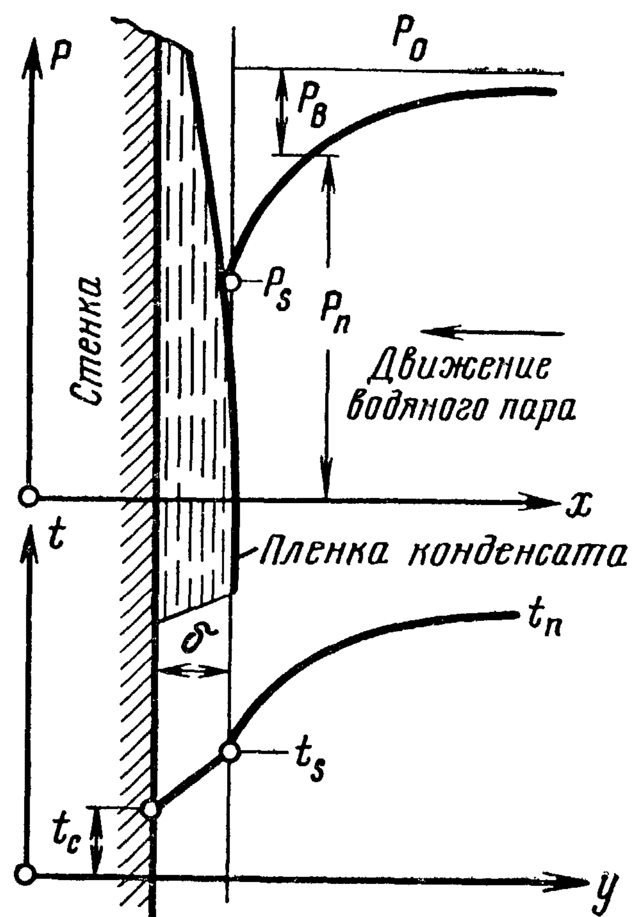


Рис. 4-32. Характер изменения парциальных давлений пара и воздуха, а также температуры пара.

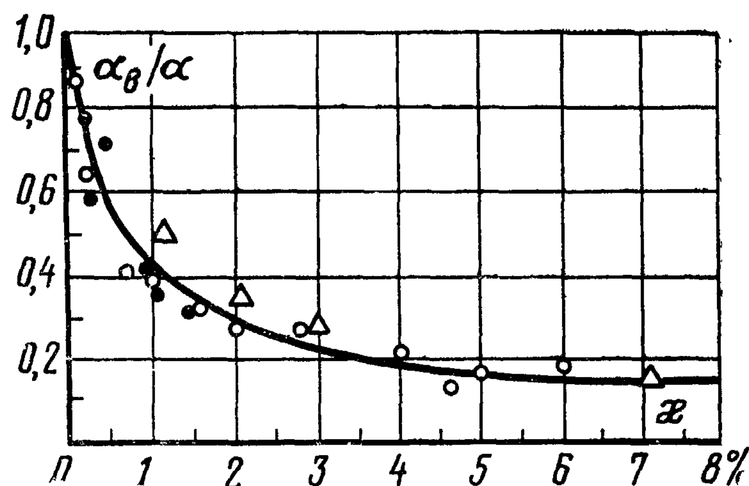


Рис. 4-33. Зависимость относительного коэффициента теплоотдачи от концентрации воздуха в паре.

в. Влияние содержания в паре неконденсирующихся газов. При наличии в паре воздуха или других неконденсирующихся газов теплоотдача при конденсации сильно снижается. Это происходит потому, что на холодной стенке конденсируется только пар, а воздух остается. При отсутствии конвекции с течением времени воздух скапливается около стенки и оказывает значительное препятствие продвижению пара к стенке.

В самом деле, на основании закона Дальтона общее давление смеси p_0 составляется из парциальных давлений пара $p_п$ и воздуха $p_в$, т. е. $p_0 = p_п + p_в$. Вследствие конденсации пара $p_п$ у стенки меньше, чем в остальном объеме. Поэтому в направлении к стенке $p_п$ непрерывно падает, и чем ближе к стенке, тем быстрее, а $p_в$,

наоборот, возрастает (рис. 4-32). Следовательно, у стенки получается зона с повышенным содержанием воздуха, через которую молекулы пара проникают лишь путем диффузии. Следствием этого является снижение температурного напора, t_s—t_c, так как из-за уменьшения парциального давления пара у поверхности пленки температура насыщения t_s всегда ниже температуры насыщения при давлении p_0.

Опытная кривая изменения относительного коэффициента теплоотдачи в зависимости от концентрации воздуха в паре по данным [20] приведена на рис. 4-33. Здесь по оси абсцисс нанесено значение массовой концентрации воздуха в паре $\varkappa = m_в/m_п$ %, а по оси ординат — отношение $\alpha_в/\alpha$, где $m_в$ — масса воздуха, кг; $m_п$ — масса пара, кг, содержащиеся в единице объема смеси. Коэффициент теплоотдачи $\alpha_в$ отнесен к разности температур $t_п$—t_c, где $t_п$ — температура паровоздушной смеси вдали от поверхности, °C. Опыты проводились на горизонтальных трубах. Как видно из рисунка, при содержании в паре даже 1% воздуха коэффициент теплоотдачи снижается на 60%. При работе промышленных конденсаторов воздух непрерывно отсасывается, хотя здесь вследствие хорошего перемешивания наличие воздуха сказывается меньше.

г. Влияние скорости и направления течения пара. Приведенные выше зависимости справедливы для неподвижного пара или когда скорость его течения мала. При значительных скоростях поток пара оказывает динамическое воздействие на конденсатную пленку. Если движение пара совпадает с направлением течения пленки, поток пара ускоряет движение конденсата в пленке, ее толщина уменьшается, и коэффициент теплоотдачи возрастает. При движении пара снизу вверх, т. е. в обратном направлении, течение пленки тормозится, толщина ее увеличивается, а коэффициент теплоотдачи уменьшается. Однако такое явление происходит лишь до тех пор, пока динамическое воздействие пара не превысит силу тяжести. После этого пленка пара увлекается вверх и частично срывается с поверхности. При этом с увеличением скорости пара коэффициент теплоотдачи вновь растет.

д. Влияние компоновки поверхности нагрева. При проектировании конденсационных устройств большое внимание должно уделяться правильной компоновке поверхности нагрева. Теплоотдача на горизонтальных трубах имеет большую интенсивность, чем на вертикальных, так как в первом случае толщина пленки конденсата меньше. Однако это справедливо лишь для одной трубки или для верхнего ряда в пучке. В многорядных пучках конденсат с верхних рядов стекает на нижние, поэтому и пленка здесь получается более толстой. Однако в реальных условиях конденсат стекает в виде отдельных капель или струйками, что вызывает одновременно значительные возмущения и даже турбулизацию пленки. Кроме того, при конденсации пара на многорядном пучке необходимо учитывать влияние скорости движения

поступающего пара в зазорах между трубами, которая может изменять характер стекания конденсата.

Для вертикальных труб коэффициент теплоотдачи книзу уменьшается вследствие утолщения пленки. В этом случае среднее значение теплоотдачи можно увеличить путем установки по высоте трубы конденсатоотводных колпачков (рис. 4-34). Установка таких колпачков через каждые 10 см на трубе высотой $h = 3$ м увеличивает среднее значение коэффициента теплоотдачи в 2—3 раза.

Еще большее увеличение теплоотдачи получается при подаче пара в виде тонких струек, движущихся с большой скоростью. При ударе таких струек о стенку происходит разрушение пленки и разбрызгивание конденсата. По опытным данным [78] термическое сопротивление теплоотдачи при этом уменьшается в 3—10 раз. Последнее, конечно, в значительной мере зависит от диаметра струек, их количества, направления и скорости истечения. Имеются и другие средства интенсификации теплоотдачи. Однако эта задача в большинстве случаев не очень актуальна, так как при конденсации пара теплоотдача и так достаточно высока. Поэтому при проектировании конденсаторов большое внимание следует уделять профилактическим мерам против снижения теплоотдачи вследствие, например, наличия воздуха, неправильного отвода конденсата и подачи пара в аппарат, отложения на поверхности солей, масла и других загрязнений. Именно эти обстоятельства могут оказаться причиной неудовлетворительной работы конденсаторов.

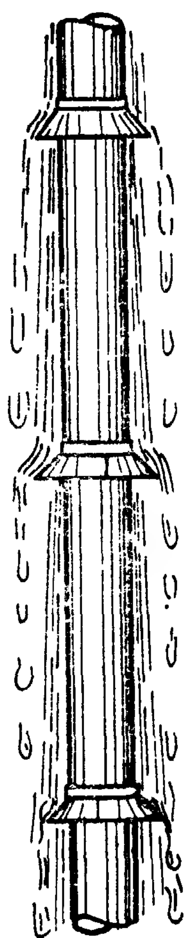


Рис. 4-34. Схема установки конденсатоотводных колпачков на вертикальных трубах.

3. **Теплоотдача при конденсации пара в трубах.** Если в трубу с охлаждаемой поверхностью подводится пар, то по мере прохождения по трубе пар постепенно конденсируется и на стенках образуется пленка конденсата. При этом расход пара G'' и его скорость w'' падают по длине трубы, а расход конденсата G' увеличивается. Основной особенностью процесса конденсации в трубах является наличие динамического взаимодействия между паровым потоком и пленкой. На пленку конденсата действует также сила тяжести. В итоге в зависимости от ориентации трубы в пространстве и скорости пара характер движения конденсата может быть различным.

В вертикальных трубах при движении пара сверху вниз силы тяжести и динамического воздействия парового потока совпадают по направлению и пленка конденсата стекает вниз. В коротких трубах при небольшой скорости парового потока течение пленки в основном определяется силой тяжести аналогично случаю конденсации неподвижного пара на вертикальной стенке. Такой же оказывается и интенсивность теплоотдачи [31]. При увеличении скорости

пара интенсивность теплоотдачи растет. Это объясняется уменьшением толщины конденсатной пленки, которая под воздействием парового потока течет быстрее. В длинных трубах при больших скоростях движения пара картина процесса усложняется. В этих условиях наблюдаются частичный срыв жидкости с поверхности пленки и образование парожидкостной смеси в ядре потока. При этом влияние силы тяжести постепенно утрачивается, и закономерности процесса перестают зависеть от ориентации трубы в пространстве.

В горизонтальных трубах при не очень больших скоростях парового потока взаимодействие сил тяжести и трения пара о пленку приводит к иной картине течения. Под влиянием силы тяжести пленка конденсата стекает по внутренней поверхности трубы вниз. Здесь конденсат накапливается и образует ручей. На это движение накладывается движение конденсата в продольном направлении под воздействием парового потока. В итоге интенсивность теплоотдачи оказывается переменной по окружности трубы: в верхней части более высокая, чем в нижней. Из-за затопления нижней части сечения горизонтальной трубы конденсатом средняя интенсивность теплоотдачи при небольших скоростях пара может оказываться даже более низкой, чем при конденсации неподвижного пара снаружи горизонтальной трубы того же диаметра [48].

При конденсации в трубах различают режимы *полной* и *частичной* конденсации пара. В первом случае весь поступающий в трубу пар конденсируется целиком, и на выходе из трубы движется сплошной поток конденсата. При частичной конденсации на выходе из трубы течет парожидкостная смесь.

Поскольку полный расход пара и конденсата G по длине трубы не изменяется, уравнение материального баланса для любого поперечного сечения трубы имеет вид:

$$G'' + G' = G = \text{const}.$$

Отношение расхода пара G'', проходящего через данное сечение трубы, к полному расходу G называют *расходным массовым паросодержанием* двухфазного потока в этом сечении; его принято обозначать символом x:

$$x = G''/G.$$

Так, если на вход в трубу поступает насыщенный пар, то во входном сечении расходное массовое паросодержание равно единице ($x_1 = 1$). При подаче в трубу влажного пара расходное массовое паросодержание на входе меньше единицы ($x_1 < 1$). По мере движения потока по трубе вследствие конденсации содержание пара уменьшается. При полной конденсации пара в выходном сечении $x_2 = 0$, при частичной $x_2 > 0$.

Уравнение теплового баланса для элемента трубы длиной dl имеет следующий вид:

$$q \pi D \, dl = r \, dG',$$

где q — плотность теплового потока в данном сечении трубы; D — внутренний диаметр трубы.

Если это уравнение проинтегрировать по длине от 0 до l, то получим уравнение теплового баланса для всей трубы:

$$\bar{q}\pi D l = rG(x_1 - x_2),$$

где $\bar{q}$ — средняя по длине трубы плотность теплового потока; x_1 и x_2 — входное и выходное расходные массовые паросодержания потока.

Из последнего уравнения видно, что суммарный массовый расход пара и конденсата G, проходящий через трубу, однозначно связан с тепловой нагрузкой, размерами трубы и значениями расходного массового паросодержания потока на входе и выходе из канала. При этом чем выше тепловая нагрузка $\bar{q}$ и чем длиннее труба, тем выше должны быть расход и скорость потока в трубе.

В этих условиях течение конденсатной пленки в основном определяется динамическим воздействием со стороны парового потока, причем на большей части длины (за исключением начального участка) режим движения конденсата в пленке носит турбулентный характер. Происходящий при этом интенсивный срыв жидкости с пленки в поток и обратный перенос капелек жидкости из ядра потока на пленку способствует процессу турбулентного перемешивания конденсата внутри пленки. Расчет теплоотдачи в этих условиях следует производить по формуле, полученной авторами [6] в результате теоретического анализа, основанного на аналогии Рейнольдса:

$$\alpha = \alpha_0 \sqrt{\rho'/\rho_m}, \tag{4-32}$$

где α_0 — коэффициент теплоотдачи, рассчитанный по формуле (3-38) при турбулентном движении жидкости (конденсата) в трубе с расходом G; ρ_m — средняя плотность парожидкостной смеси в данном сечении трубы.

Соотношение (4-32) определяет локальную интенсивность теплоотдачи для данного сечения канала. В конце участка конденсации средняя плотность парожидкостной смеси $\rho_m = \rho'$ и $\alpha \to \alpha_0$. При заданном расходном массовом паросодержании x отношение плотностей жидкости и пароводяной смеси, входящее в уравнение (4-32), можно выразить формулой

$$\frac{\rho'}{\rho_m} = 1 + \frac{\rho' - \rho''}{\rho''} x. \tag{4-33}$$

Средний коэффициент теплоотдачи по всей длине трубы определяется соотношением

$$\frac{\bar{\alpha}}{\alpha_0} = \frac{1}{2}\left[\sqrt{\left(\frac{\rho'}{\rho_m}\right)_1} + \sqrt{\left(\frac{\rho'}{\rho_m}\right)_2}\right], \tag{4-34}$$

где величины ρ'/ρ_m, рассчитанные по уравнению (4-33), относятся соответственно к входному и выходному сечениям трубы.

Сопоставление (4-34) с опытными данными показано на рис. 4-35. Опыты [6] проводились с трубами длиной 2,5 м при давлении от $12 \cdot 10^5$ до $90 \cdot 10^5$ Па как при полной конденсации пара ($x_1 = 1$, $x_2 = 0$), так и в режимах с частичной конденсацией ($x_1 = 1, x_2 = 0{,}2 \div 0{,}5$ и $x_1 = 0{,}3 \div 0{,}6$, $x_2 = 0$). Кроме того, были проведены опыты с трубой длиной 12 м при давлениях $60 \cdot 10^5$ и $90 \cdot 10^5$ Па в режиме полной конденсации. Средние тепловые нагрузки $\overline{q}$ изменялись от $1{,}6 \cdot 10^5$ до $1{,}6 \cdot 10^6$ Вт/м^2.

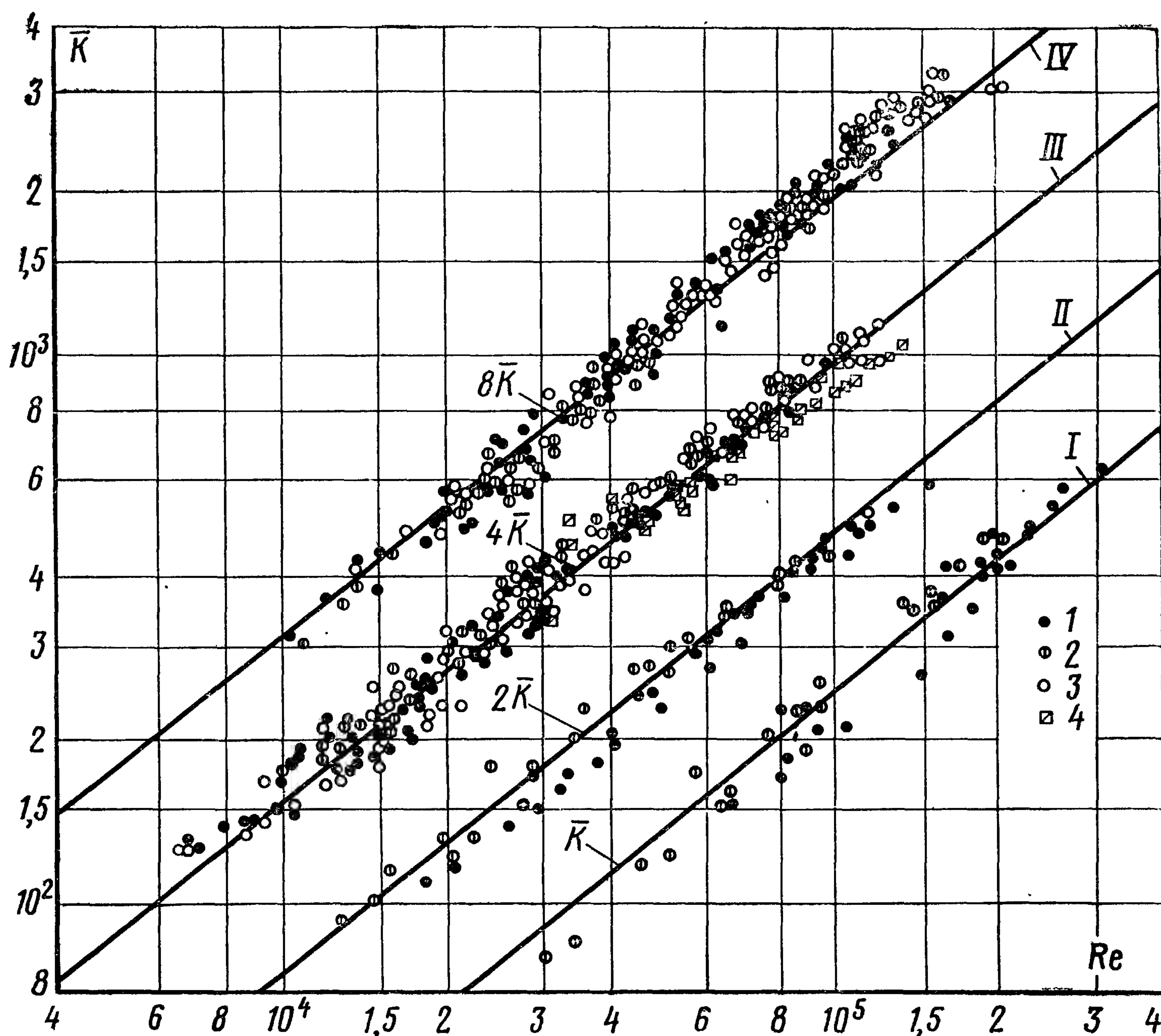


Рис. 4-35. Зависимость $\overline{K} = f$ (Re) при конденсации водяного пара внутри труб.

1 — d = 16 × 1,5 мм; *2* — d = 20 × 1,5 мм; *3* — d = 13 × 5,5 мм; *1—3* — l = 2,5 мм; *4* — d = 16 × 1,5 мм, l = 12 м.

Экспериментальные данные на рис. 4-35 представлены в виде зависимости

$$\overline{K} = \frac{\overline{\mathrm{Nu}}\,\mathrm{Pr}^{-0,43}}{0{,}5\left[\sqrt{(\rho'/\rho_m)_1} + \sqrt{(\rho'/\rho_m)_2}\right]} = f(\mathrm{Re}),$$

где $\overline{\mathrm{Nu}} = \overline{\alpha} D/\lambda$ — число Нуссельта; Re — число Рейнольдса, рассчитанное по потоку конденсата при полном расходе G.

Все физические параметры, входящие в числа подобия, отнесены к температуре насыщения. Для большей наглядности в представлении опытных точек на графике *I* по оси ординат отложена

величина $\overline{K}$, на графике *II* — величина $2\overline{K}$ и т. д. Тангенс угла наклона графиков *I—IV* равен 0,8. Отсюда следует, что коэффициент теплоотдачи пропорционален величине $Re^{0,8}$.

Зависимость (4-34) подтверждается также опытными данными других исследователей.

При более низких тепловых потоках, когда на характер движения конденсатной пленки оказывает влияние также сила тяжести, закономерности теплоотдачи для вертикальных и горизонтальных труб носят более сложный характер. Такие исследования описаны, в частности, в [12, 31].

4. **Теплоотдача при капельной конденсации пара.** Если конденсат не смачивает поверхность охлаждения, то конденсация пара приобретает капельный характер. На поверхности образуются и растут отдельные капли конденсата. Скоростная киносъемка показывает, что рост возникающих капелек в начальный период идет с очень высокой скоростью. Затем по мере увеличения размера капель скорость их роста постепенно снижается. При этом одновременно наблюдается непрерывно идущий процесс взаимного слияния капель. В итоге, когда отдельные капли достигают размера примерно одного или нескольких миллиметров, они скатываются с поверхности под влиянием силы тяжести. Общая плотность капель на поверхности конденсации увеличивается по мере возрастания температурного напора $\Delta t = t_s - t_c$. Наблюдения показывают, что при малых Δt капельки конденсата зарождаются в основном на разного рода микроуглублениях и других элементах неоднородности поверхности (причем в первую очередь на тех, для которых локальные условия смачивания и работа адгезии имеют повышенное значение). При увеличении Δt на поверхности конденсации может возникать, кроме того, очень тонкая (около 1 мкм и менее) неустойчивая жидкостная пленка. Она непрерывно разрывается, стягиваясь во все новые капельки, и восстанавливается вновь. При этом число капель на поверхности резко увеличивается.

Зависимость коэффициента теплоотдачи α при капельной конденсации водяного пара от температурного напора Δt приведена на рис. 4-36. Этот график получен [30] в результате анализа и обобщения опытных данных. Следует обратить внимание на то, что коэффициенты теплоотдачи при капельной конденсации имеют очень высокие значения. Зависимости, приведенные на рис. 4-36, могут быть рекомендованы для практических расчетов.

При капельной конденсации пара на поверхности пучка горизонтальных труб скатывание капель с трубы на трубу, как показывают опытные данные, приводит к некоторому снижению интенсивности теплоотдачи. Однако это снижение обычно не превышает 10—15%. Опыты показывают также, что из-за очень высокой интенсивности теплоотдача при капельной конденсации весьма чувствительна даже к ничтожным примесям в паре неконденсирующихся газов (воздуха). Этот вопрос пока еще исследован недостаточно.

Пример 4-5. Определить коэффициент теплоотдачи при конденсации водяного пара атмосферного давления на поверхности горизонтальной трубы диаметром $D = 16$ мм, если температура поверхности трубы $t_c = 80$°С.

Из уравнения (4-22) $\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_{N,s}\varepsilon_t$. Величину $\bar{\alpha}_{N,s}$ определяем по уравнению (4-19):

$$\bar{\alpha}_{N,s} = 0{,}728 \frac{A_s}{\sqrt[4]{D\Delta t}}.$$

Для температуры насыщения $t_s = 100$°С, из табл. 4-5 $A_s = 12{,}2 \cdot 10^3$ Вт/(м$^{7/4}$·°С$^{3/4}$), тогда

$$\bar{\alpha}_{N,s} = 0{,}728 \frac{12{,}2 \cdot 10^3}{\sqrt[4]{16 \cdot 10^{-3}(100-80)}} = 11\,800 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{°С)}.$$

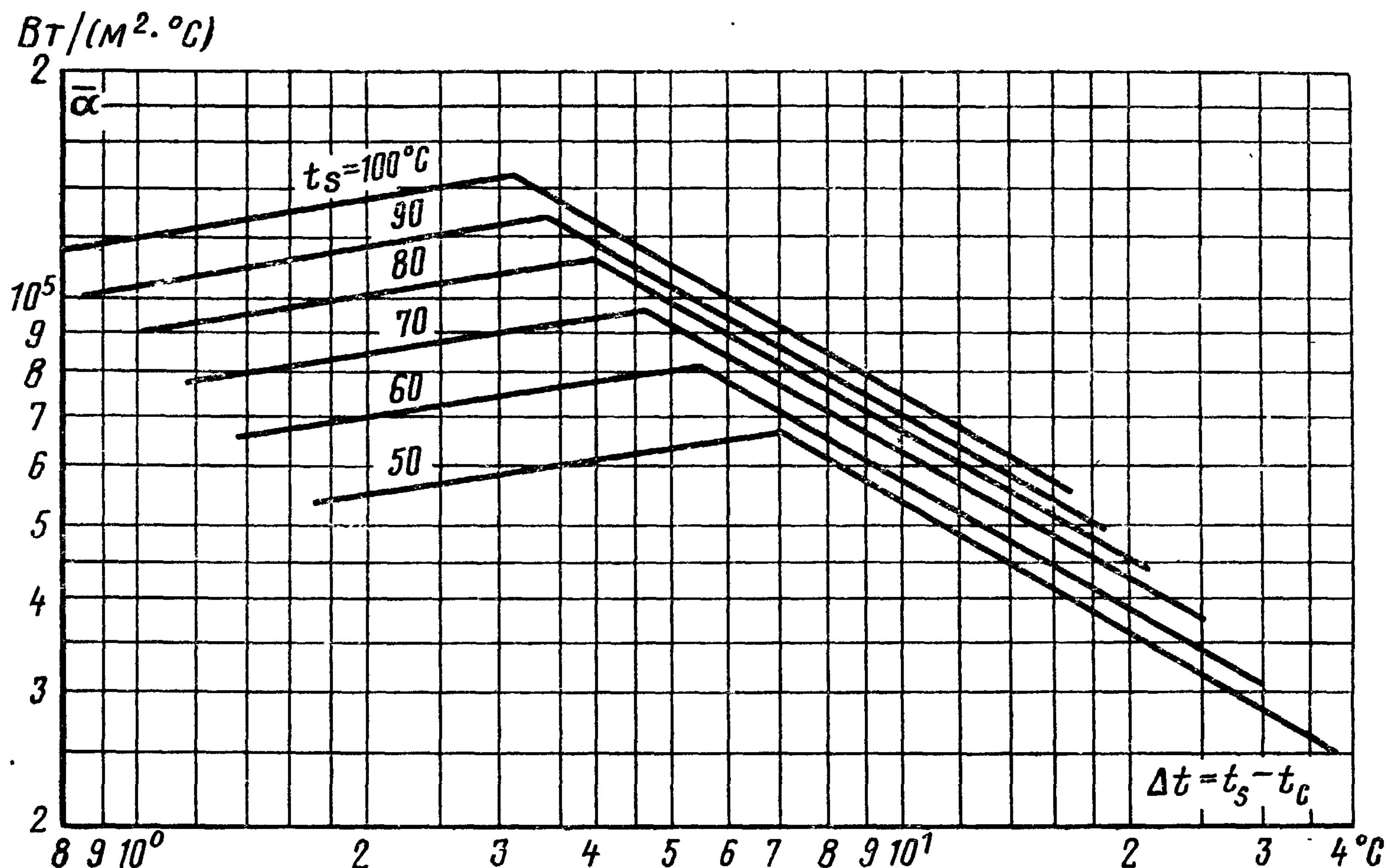


Рис. 4-36. Теплоотдача при капельной конденсации водяного пара в зависимости от t_s и Δt.

Поправка ε_t определяется по табл. 4-4: $\varepsilon_t = 0{,}967$. В итоге имеем: $\bar{\alpha} = 11\,800 \cdot 0{,}967 = 11\,400$ Вт/(м²·°С).

Пример 4-6. Для условий примера 4-5 определить тепловой поток Q и количество образующегося конденсата на поверхности трубы длиной $l = 1$ м:

$Q = \alpha F(t_s - t_c)$, где F — площадь поверхности теплообмена:

$$F = \pi Dl = 3{,}14 \cdot 16 \cdot 10^{-3} \cdot 1 = 5{,}02 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2.$$

При $t_s = 100$°С $r = 2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг; $\mu_s = 2{,}82 \cdot 10^{-4}$ Па·с.

$$Q = 11\,400 \cdot 5{,}02 \cdot 10^{-2}(100-80) = 11\,450 \text{ Вт}.$$

Количество образующегося конденсата определяем по формуле (и):

$$G = \frac{Q}{r} = \frac{11\,450}{2{,}26 \cdot 10^6} = 5{,}08 \cdot 10^{-3} \text{ кг/с}.$$

Пример 4-7. Для условий примера 4-5 определить коэффициент теплоотдачи, если труба расположена вертикально и имеет высоту: а) $h = 1$ м; б) $h = 3$ м.

По табл. 4-5 определяем величину $(h\Delta t)_{кр}$ при атмосферном давлении: $(h\Delta t)_{кр} = 44{,}6$ м·°С.

а) $h = 1$ м. Величина $h\Delta t = 1\,(100-80) = 20$ м·°С; $h\Delta t < (h\Delta t)_{кр}$. Следовательно, течение пленки носит ламинарно-волновой характер, и расчет производим по формуле (4-26). Коэффициент теплоотдачи $\bar{\alpha}_{N,s}$, определяется по формуле (4-18)

$$\bar{\alpha}_{N,s} = 0{,}943\,\frac{A_{N,s}}{\sqrt[4]{h\Delta t}} = 0{,}943\,\frac{12{,}2\cdot10^3}{\sqrt[4]{1\cdot20}} = 5{,}6\cdot10^3 \text{ Вт/(м}^2\cdot{}^\circ\text{С)}.$$

Поправка ε_t определяется из табл. 4-4, $\varepsilon_t = 0{,}967$.

Сначала подсчитываем коэффициент теплоотдачи α', принимая $\varepsilon_v = 1$:

$$\bar{\alpha}' = \bar{\alpha}_{N,s}\varepsilon_t = 5{,}6\cdot10^3\cdot0{,}967 = 5{,}42\cdot10^3 \text{ Вт/(м}^2\cdot{}^\circ\text{С)}.$$

Затем определяем поправку на волновое течение ε_v. Для этого по формуле (4-25) рассчитываем число Re:

$$\text{Re} = 4\,\frac{\bar{\alpha}' h\Delta t}{r\mu_s} = 4\,\frac{5{,}42\cdot10^3\cdot20\cdot1}{2{,}26\cdot10^6\cdot2{,}82\cdot10^{-4}} = 682.$$

По формуле (4-23) вычисляем ε_v:

$$\varepsilon_v = (\text{Re}/4)^{0{,}04} = (682/4)^{0{,}04} = 1{,}23.$$

Искомый коэффициент теплоотдачи:

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}'\varepsilon_v = 5{,}42\cdot10^3\cdot1{,}23 = 6{,}68\cdot10^3 \text{ Вт/(м}^2\cdot{}^\circ\text{С)}.$$

б) $h = 3$ м. Величина $h\Delta t = 3\cdot20 = 60$ м·°С; $h\Delta t > (h\Delta t)_{кр}$. Следовательно, течение пленки имеет смешанный характер: в верхней части ламинарно-волновой, в нижней — турбулентный. Расчет производим по формуле (4-29). При $t_s = 100$°С $\text{Pr}_s = 1{,}75$ (см. табл. П-4);

$$\bar{\alpha} = 400\,\frac{r\mu_s}{h\Delta t}\left\{1 + 0{,}625\text{Pr}_s^{0{,}5}\left[\frac{h\,\Delta t}{(h\,\Delta t)_{кр}} - 1\right]\right\}^{4/3} =$$

$$= 400\,\frac{2{,}26\cdot10^6\cdot2{,}82\cdot10^{-4}}{60}\left\{1 + 0{,}625\cdot1{,}75^{0{,}5}\left[\frac{60}{44{,}6} - 1\right]\right\}^{4/3} =$$

$$= 5{,}92\cdot10^3 \text{ Вт/(м}^2\cdot{}^\circ\text{С)}.$$

ГЛАВА ПЯТАЯ

ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

5-1. ЗАКОНЫ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Как известно, носителями лучистой энергии являются электромагнитные колебания с длиной волны от малых долей микрона до многих километров. В зависимости от диапазона длин волн такие излучения известны под разными названиями: рентгеновские,

ультрафиолетовые, световые, инфракрасные лучи, радиоволны. Примерная классификация их следующая [18]:

Длина волны	Вид излучения
$0{,}05\cdot10^{-6}$ мкм	Космическое
$(0{,}5\div1{,}0)\cdot10^{-6}$ мкм	γ-излучение
10^{-6}—$20\cdot10^{-3}$ мкм	Рентгеновское
$20\cdot10^{-3}$—0,4 мкм	Ультрафиолетовое
0,4—0,8 мкм	Видимое
0,8 мкм—0,8 мм	Тепловое (инфракрасное)
0,2 мм—X км	Радиоволны

Это деление сложилось исторически: в действительности какой-либо резкой границы по длинам волн не существует.

С квантовой точки зрения лучистый поток представляет собой поток некоторых частиц-фотонов, энергия которых равна $h\nu$, где $h = 6{,}62\cdot10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка и ν — частота колебаний эквивалентного электромагнитного поля. Напомним, что длина волны λ связана с частотой колебания ν соотношением $\lambda\nu = c$, где c — скорость распространения колебаний (в вакууме $c = 3\cdot10^8$ м/с).

Для нас наибольший интерес представляют те лучи, возникновение которых определяется только температурой и оптическими свойствами излучающего тела. Такими свойствами обладают световые и инфракрасные лучи, т. е. лучи с длиной волны приблизительно от 0,5 до 800 мкм. Эти лучи и называют тепловыми, а процесс их распространения — *тепловым излучением*.

Природа тепловых и световых излучений одна и та же. Разница между ними лишь в длине волны; световые лучи имеют длину волны 0,4—0,8, а тепловые 0,8—800 мкм. Законы же распространения, отражения и преломления, установленные для световых лучей, справедливы и для тепловых. Поэтому, чтобы лучше себе представить какие-либо сложные явления теплового излучения, всегда закономерно проводить аналогию со световым излучением, которое нам больше известно и доступно непосредственному наблюдению.

Тепловое излучение свойственно всем телам, и каждое из них излучает энергию в окружающее пространство. При попадании на другие тела эта энергия частью поглощается, частью отражается и частью проходит сквозь тело. Та часть лучистой энергии, которая поглощается телом, снова превращается в тепловую. Та часть энергии, которая отражается, попадает на другие (окружающие) тела и ими поглощается. То же самое происходит и с той частью энергии, которая проходит сквозь тело. Таким образом, после ряда поглощений энергия излучения полностью распределяется между окружающими телами. Следовательно, каждое тело не только непрерывно излучает, но и непрерывно поглощает лучистую энергию.

В результате этих явлений, связанных с двойным взаимным превращением энергии (тепловая—лучистая—тепловая), и осущест-

6 Заказ № 1177

вляется процесс лучистого теплообмена. Количество отдаваемой или воспринимаемой теплоты определяется разностью между количествами излучаемой и поглощаемой телом лучистой энергии. Такая разность отлична от нуля, если температура тел, участвующих во взаимном обмене лучистой энергией, различна.

При одинаковой температуре этих тел вся система находится в так называемом подвижном тепловом или термодинамическом равновесии. В этом случае все тела системы также излучают и поглощают, только для каждого из них приход лучистой энергии равен ее расходу.

Виды лучистых потоков. Суммарное излучение, проходящее через произвольную поверхность F в единицу времени, называется *потоком излучения* Q, Вт. Лучистый поток, испускаемый с единицы поверхности по всем направлениям полусферического пространства, называется *плотностью потока излучения* E, Вт/м²:

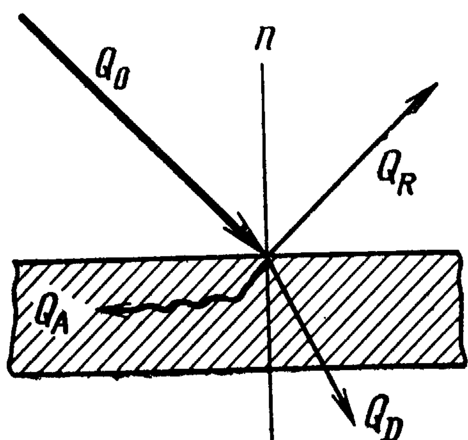


Рис. 5-1. Схема распределения падающей лучистой энергии.

$$E = dQ/dF.$$

Поток излучения и плотность потока излучения содержат лучи различных длин волн, поэтому эти характеристики излучения также называются *интегральными*. Излучение, соответствующее узкому интервалу изменения длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$, называется *монохроматическим*.

Пусть из всего количества энергии Q_0, падающей на тело, часть Q_A поглощается, часть Q_R отражается и часть Q_D проходит сквозь тело (рис. 5-1), так что

$$Q_A + Q_R + Q_D = Q_0.$$

Деля обе части этого равенства на Q_0, получаем:

$$Q_A/Q_0 + Q_R/Q_0 + Q_D/Q_0 = 1 \qquad (a)$$

или

$$A + R + D = 0.$$

Первый член соотношения (а) характеризует собой *поглощательную способность* A, второй — *отражательную способность* R и третий — *пропускательную способность* тела D. Все эти величины имеют нулевую размерность и изменяются лишь в пределах от 0 до 1.

Если $A = 1$, то $R = 0$ и $D = 0$; это означает, что вся падающая лучистая энергия полностью поглощается телом. Такие тела называются абсолютно черными.

Если $R = 1$, то $A = 0$ и $D = 0$; это означает, что вся падающая лучистая энергия полностью отражается. При этом если от-

ражение правильное,[1] тела называются зеркальными; если же отражение диффузное — абсолютно белыми.

Если $D = 1$, то $A = 0$ и $R = 0$; это означает, что вся падающая лучистая энергия полностью проходит сквозь тело. Такие тела называются прозрачными или диатермичными.

Абсолютно черных, белых и прозрачных тел в природе нет; в применении к реальным телам эти понятия условны. Значения A, R и D зависят от природы тела, его температуры и спектра падающего излучения. Например, воздух для тепловых лучей прозрачен, но при наличии в нем водяных паров или углекислоты он становится полупрозрачным.

Твердые тела и некоторые жидкости (например, вода, спирты) для тепловых лучей практически непрозрачны (атермичны), т. е. $D = 0$, в этом случае

$$A + R = 1. \qquad (б)$$

Из соотношения (б) следует, что если тело хорошо отражает лучистую энергию, то оно плохо поглощает, и наоборот.

Вместе с этим имеются тела, которые прозрачны лишь для определенных длин волн. Так, например, кварц для тепловых лучей ($\lambda > 4$ мкм) непрозрачен, а для световых и ультрафиолетовых прозрачен. Каменная соль, наоборот, прозрачна для тепловых и непрозрачна для ультрафиолетовых лучей. Оконное стекло прозрачно только для световых лучей, а для ультрафиолетовых оно почти непрозрачно.

То же относится и к понятиям поглощения и отражения. Белая по цвету поверхность хорошо отражает лишь световые лучи. В жизни это свойство широко используется: белые летние костюмы, белая окраска вагонов-ледников, цистерн и других сооружений, где инсоляция нежелательна. Невидимые же тепловые лучи белые ткань и краска поглощают так же хорошо, как и темные. Для поглощения и отражения тепловых лучей большее значение имеет не цвет, а состояние поверхности. Независимо от цвета отражательная способность гладких и полированных поверхностей во много раз выше, чем шероховатых. Для увеличения поглощательной способности тел их поверхность покрывается темной шероховатой краской. Для этой цели обычно применяется нефтяная сажа. Но и сажа поглощает всего лишь 90—96% падающей лучистой энергии, это еще не абсолютно черное тело. Такого тела в природе нет, но его можно создать искусственно. Свойством абсолютно черного тела обладает отверстие в стенке полого тела. Для этого отверстия $A = 1$, ибо можно считать, что энергия луча, попадающего в это отверстие, полностью поглощается внутри полого тела (рис. 5-2). В дальнейшем все величины, относящиеся к абсолютно черному телу, мы будем отмечать индексом 0.

---

[1] Правильным называется такое отражение, которое следует законам геометрической оптики.

Если на тело извне не падает никаких лучей, то с единицы поверхности тела отводится лучистый поток энергии E_1, Вт/м^2. Он полностью определяется температурой и физическими свойствами тела. Это *собственное излучение* тела. Однако обычно со стороны других тел на рассматриваемое тело падает лучистая энергия в количестве E_2, это *падающее излучение*. Часть падающего излучения в количестве A_1E_2 поглощается телом — *поглощенное излучение*; остальное в количестве $(1—A_1)\ E_2$ отражается — *отраженное излучение* (рис. 5-3). Собственное излучение тела в сумме с отраженным называется *эффективным излучением* тела, $E_{эфф} = E_1 + (1—A_1)\ E_2$; это фактическое излучение тела, которое мы ощущаем или измеряем приборами, оно больше собственного на величину $(1—A_1)\ E_2$.

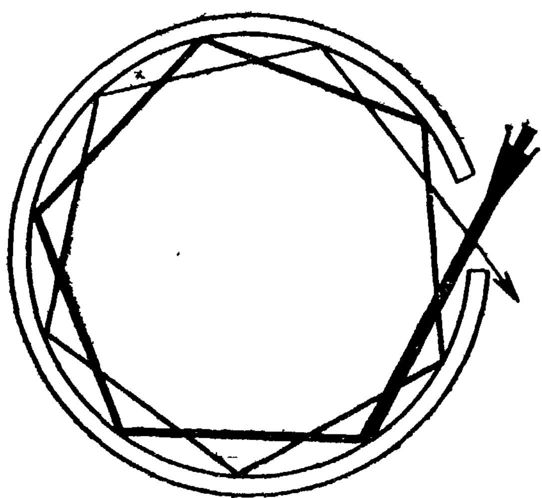


Рис. 5-2. Ход луча в полом теле.

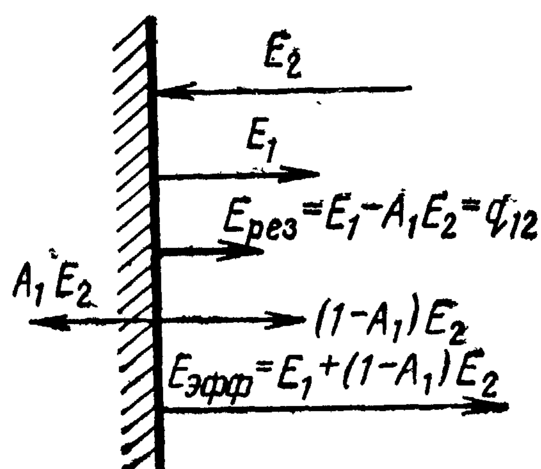


Рис. 5-3. К определению видов теплового излучения.

Эффективное излучение $E_{эфф}$ зависит от физических свойств и температуры не только данного излучающего тела, но и других окружающих его тел, а также от формы, размеров и относительного расположения тел в пространстве. Так как падающее излучение E_2 определяется температурой и свойствами окружающих тел, то физические качества собственного и отраженного излучения неодинаковы, их спектры различны. Однако для тепловых расчетов это различие часто не имеет значения, если рассматривается лишь энергетическая сторона процесса.

Результирующее излучение $E_{рез}$ представляет собой разность между собственным излучением тела и той частью падающего внешнего излучения E_2, которая поглощается данным телом, последняя равна A_1E_2. Таким образом:

$$E_{рез} = E_1 — A_1E_2.$$

Величина $E_{рез}$ определяет поток энергии, который данное тело передает окружающим его телам в процессе лучистого теплообмена. Если величина $E_{рез}$ оказывается отрицательной ($E_{рез} < 0$), это значит, что тело в итоге лучистого теплообмена получает энергию.

Теперь рассмотрим основные законы теплового излучения.

З а к о н П л а н к а. Собственное излучение E_1 — это количество энергии, излучаемое единицей поверхности тела в единицу времени для всех длин волн от $\lambda = 0$ до $\lambda = \infty$. Однако для детального изучения явления важно также знать закон распределения энергии излучения по длинам волн при различных температурах $E_\lambda = f(\lambda, T)$. Величина E_λ представляет собой отношение плотности потока излучения, испускаемого в интервале длин волн от λ до $\lambda + d\lambda$, к рассматриваемому интервалу длин волн

$$E_\lambda = dE/d\lambda \qquad (в)$$

и называется *спектральной плотностью потока излучения.*

Закон изменения спектральной плотности потока излучения от длины волны и температуры для абсолютно черного тела Планку удалось установить теоретически:

$$E_{0\lambda} = \frac{c_1\lambda^{-5}}{e^{c_2/\lambda T} - 1}, \qquad (5\text{-}1)$$

где λ — длина волны, м; T — абсолютная температура тела, К; c_1 и c_2 — постоянные излучения, соответственно равные $3{,}74 \cdot 10^{-16}$ Вт·м² и $1{,}44 \cdot 10^{-2}$ м·К.

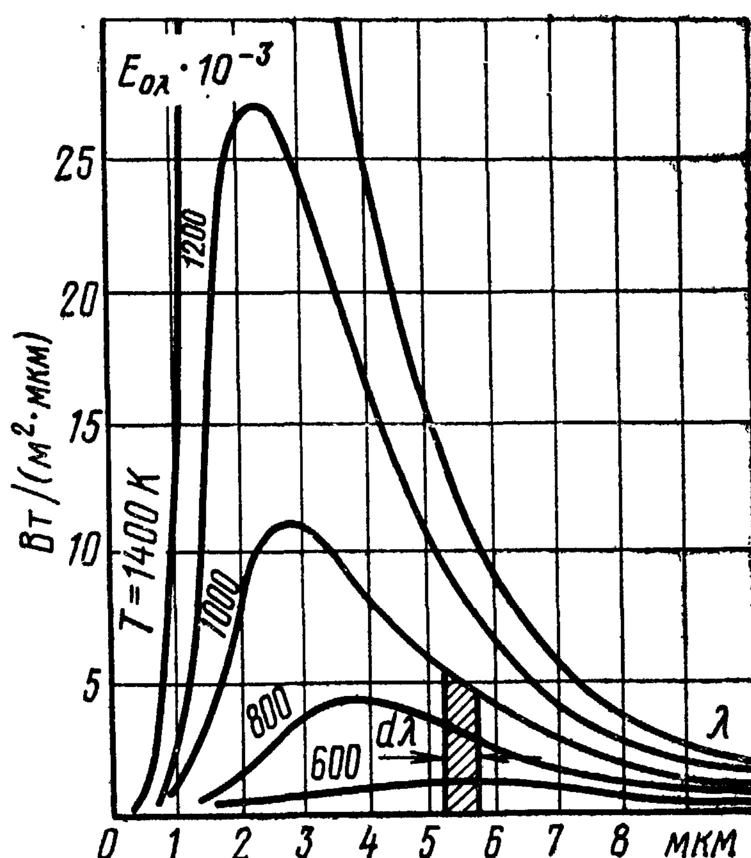


Рис. 5-4. Зависимость $E_{0\lambda} = f(\lambda, T)$ по закону Планка.

На рис. 5-4 закон Планка представлен графически. Из рисунка видно, что при $\lambda \to 0$ плотность потока излучения стремится к нулю. С увеличением λ растет $E_{0\lambda}$ и при некотором значении $\lambda_{макс}$ достигает своего максимума, затем убывает и при $\lambda \to \infty$ снова стремится к нулю. С повышением температуры максимум плотности потока излучения смещается в сторону более коротких волн. Связь между температурой T и $\lambda_{макс}$ устанавливается законом Вина:

$$\lambda_{макс} T = 2{,}9 \cdot 10^{-3}. \qquad (г)$$

Единица измерения произведения $\lambda_{макс} \cdot T$ — м·К.

На рис. 5-4 площадь, ограниченная кривой $T = \text{const}$, осью абсцисс и ординатами λ и $\lambda + d\lambda$ (на рисунке эта площадь заштрихована), дает количество энергии dE_0, излучаемое участком длин волн $d\lambda$; следовательно, $dE_0 = E_{0\lambda} d\lambda$. Полное же количество лучистой энергии, излучаемое всеми длинами волн, очевидно, равно:

$$E_0 = \int_0^\infty E_{0\lambda} d\lambda. \qquad (д)$$

Из рисунка также видно, что при температурах, с какими имеют дело в технике, энергия видимого излучения ($\lambda = 0{,}4 \div 0{,}8$ мкм)

по сравнению с энергией инфракрасного излучения ($\lambda = 0{,}8 \div 800$ мкм) пренебрежимо мала.

Для реальных тел изменение плотности потока излучения от длины волны и температуры может быть установлено только на основе опытного изучения их спектра. При этом, если спектр излучения непрерывен и кривая $E_\lambda = f(\lambda)$ подобна соответствующей кривой для абсолютно черного тела при той же температуре, т. е. если для всех длин волн $E_\lambda / E_{0\lambda} = \text{const}$, то такое излучение называется *серым*. Опыт показывает, что излучение многих технических материалов практически можно рассматривать как серое излучение.

Формула (5-1) определяет распределение спектральной плотности потока излучения черного тела по длинам волны и температурам. Иногда при описании удобно использовать не длины волн λ, а соответствующие им частоты $\nu = c/\lambda$. При этом спектральная плотность потока излучения E_ν относится к единичному интервалу частот

$$E_\nu = dE/d\nu,$$

а закон Планка принимает вид:

$$E_{0\nu} = \frac{2\pi h\nu^3/c^2}{e^{h\nu/kT} - 1}, \qquad (5\text{-}1а)$$

где c — скорость света, м/с; h и k — постоянные Планка и Больцмана, равные соответственно $6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с и $1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Закон Стефана—Больцмана. Закон был установлен опытным путем Стефаном (1879 г.) и обоснован теоретически Больцманом (1881 г.). Он устанавливает зависимость плотности потока интегрального излучения от температуры. Для абсолютно черного тела из уравнений (д) и (5-1) имеем:

$$E_0 = \int_0^\infty E_{0\lambda} d\lambda = \int_0^\infty \frac{c_1 d\lambda}{\lambda^5 \left(e^{c_2/\lambda T} - 1\right)}. \qquad (е)$$

В результате интегрирования уравнения (е) можно получить:

$$E_0 = \sigma_0 T^4, \qquad (5\text{-}2)$$

где σ_0 называется постоянной Стефана—Больцмана, она равна $5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4). Уравнение (5-2) носит название закона Стефана—Больцмана. В технических расчетах этот закон применяется в более удобной форме:

$$E_0 = c_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4, \qquad (5\text{-}2а)$$

где c_0 — коэффициент излучения абсолютно черного тела:

$$c_0 = \sigma_0 \cdot 10^8 = 5{,}67 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К}^4).$$

Следовательно, энергия излучения пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры. Строго закон Стефана—Больцмана справедлив только для абсолютно черного тела. Однако опытами Стефана и других исследователей было показано, что этот закон может быть применен и к реальным телам. В этом случае он принимает вид:

$$E = c\left(\frac{T}{100}\right)^4. \tag{5-3}$$

Для различных тел коэффициент излучения c различен. Его значение определяется природой тела, состоянием поверхности и температурой; величина c всегда меньше c_0 и может изменяться в пределах от 0 до 5,67.

Сопоставляя плотность потока собственного излучения тела с плотностью потока излучения абсолютно черного тела при той же температуре, получаем другую характеристику тела, которая называется *степенью черноты* ε:

$$\varepsilon = \frac{E}{E_0} = \frac{c}{c_0}. \tag{ж}$$

Значение ε изменяется в пределах от 0 до 1. Для технически важных материалов значения ε приведены в табл. П-11. Зная ε, легко подсчитать и поток собственного излучения E. В этом случае расчетное уравнение (5-3) принимает вид:

$$E = \varepsilon E_0 = \varepsilon c_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4. \tag{5-4}$$

Степень черноты ε характеризует полное или интегральное излучение тела, охватывающее все длины волн. Более детальной характеристикой тела является *спектральная степень черноты*

$$\varepsilon_\lambda = E_\lambda / E_{0\lambda}. \tag{з}$$

При фиксированной температуре величина ε_λ в общем случае зависит от длины волны λ и может изменяться в пределах от 0 до 1. Для серого излучения согласно определению спектральная степень черноты есть постоянное число.

Закон Кирхгофа. Закон Кирхгофа устанавливает связь между собственным излучением тела и его поглощательной способностью. Эту связь можно получить из рассмотрения лучистого обмена между двумя поверхностями. Пусть имеются две поверхности, одна из которых — абсолютно черная. Расположены они параллельно и на таком близком расстоянии, что излучение каждой из них обязательно попадает на другую. Температуры, собственное излучение, поглощательные способности этих поверхностей соответственно равны T, E, A, T_0, E_0 и $A_0 = 1$, причем $T > T_0$ (рис. 5-5). Составим энергетический баланс. С единицы левой поверхности в единицу времени излучается энергия в количестве E. Попадая на черную поверхность, эта энергия полностью ею погло-

щается. В свою очередь черная поверхность излучает энергию в количестве E_0. Попадая на серую поверхность, эта энергия частично, в количестве AE_0, поглощается ею, остальная часть, в количестве $(1—A)\ E_0$, отражается, снова попадает на черную поверхность и полностью ею поглощается. Таким образом, для левой поверхности приход энергии равен AE_0, а расход E. Следовательно, баланс лучистого обмена:

$$E_{\text{рез}} = q = E - AE_0. \qquad \text{(и)}$$

Взаимное тепловое излучение между поверхностями происходит и при $T = T_0$. В этом случае система находится в термодинамическом равновесии и $q = 0$. Тогда из уравнения (и) имеем:

$$E/A = E_0. \qquad \text{(к)}$$

Полученное соотношение может быть распространено на любые тела, а потому его можно написать в виде

$$E_1/A_1 = E_2/A_2 = E_3/A_3 = \ldots = E_0/A_0 = E_0 = f(T). \qquad \text{(5-5)}$$

В такой форме закон Кирхгофа формулируется так: при термодинамическом равновесии отношение собственного излучения к поглощательной способности для всех тел одинаково и равно собственному излучению абсолютно черного тела при той же температуре.

Возможны и иные формы записи соотношения (5-5). Согласно уравнению (5-3) $E = c\ (T/100)^4$; подставляя это значение в уравнение (5-5) и сокращая температурные множители, получаем:

$$c_1/A_1 = c_2/A_2 = c_3/A_3 = \ldots = c_0. \qquad \text{(л)}$$

Отсюда следует, что

$$c_1 = A_1 c_0;\ c_2 = A_2 c_0 \text{ и т. д.} \qquad \text{(5-5а)}$$

Далее из сопоставления уравнений (к) и (л) с уравнением (5-4) имеем:

$$A_1 = \varepsilon_1,\ A_2 = \varepsilon_2 \text{ и т. д.} \qquad \text{(5-5б)}$$

В такой форме закон Кирхгофа показывает, что при термодинамическом равновесии поглощательная способность и степень черноты тела численно равны. Так как для реальных тел поглощательная способность всегда меньше единицы, то из соотношения (л) следует, что собственное излучение этих тел всегда меньше собственного излучения абсолютно черного тела при той же температуре. Следовательно, при любой температуре излучение абсолютно черного тела является максимальным.

Из закона Кирхгофа также следует, что собственное излучение тел тем больше, чем больше их поглощательная способность. Если поглощательная способность A тела мала, то и его собственное излучение E мало. Поэтому тела, которые хорошо отражают лучистую энергию, сами излучают очень мало.

В уравнении (5-5) закон Кирхгофа приведен для интегрального излучения. Но он может быть применен и для монохроматического

излучения. В этом случае он формулируется так: отношение собственного излучения определенной длины волны к поглощательной способности при той же длине волны для всех тел одно и то же и является функцией только длины волны и температуры, т. е.

$$E_{1\lambda}/A_{1\lambda}=E_{2\lambda}/A_{2\lambda}=\ldots=E_{0\lambda}/A_{0\lambda}=E_{0\lambda}=f(\lambda,\ T). \qquad (5\text{-}6)$$

Имея спектр испускания (рис. 5-6, *а*), на основании выражения (5-6) можно построить спектр поглощения (рис. 5-6, *б*), и наоборот. Основанием для построения спектров служит соотношение

$$A_\lambda/A_{0\lambda}=A_\lambda/1=E_\lambda/E_{0\lambda}=\varepsilon_\lambda/1. \qquad (\text{м})$$

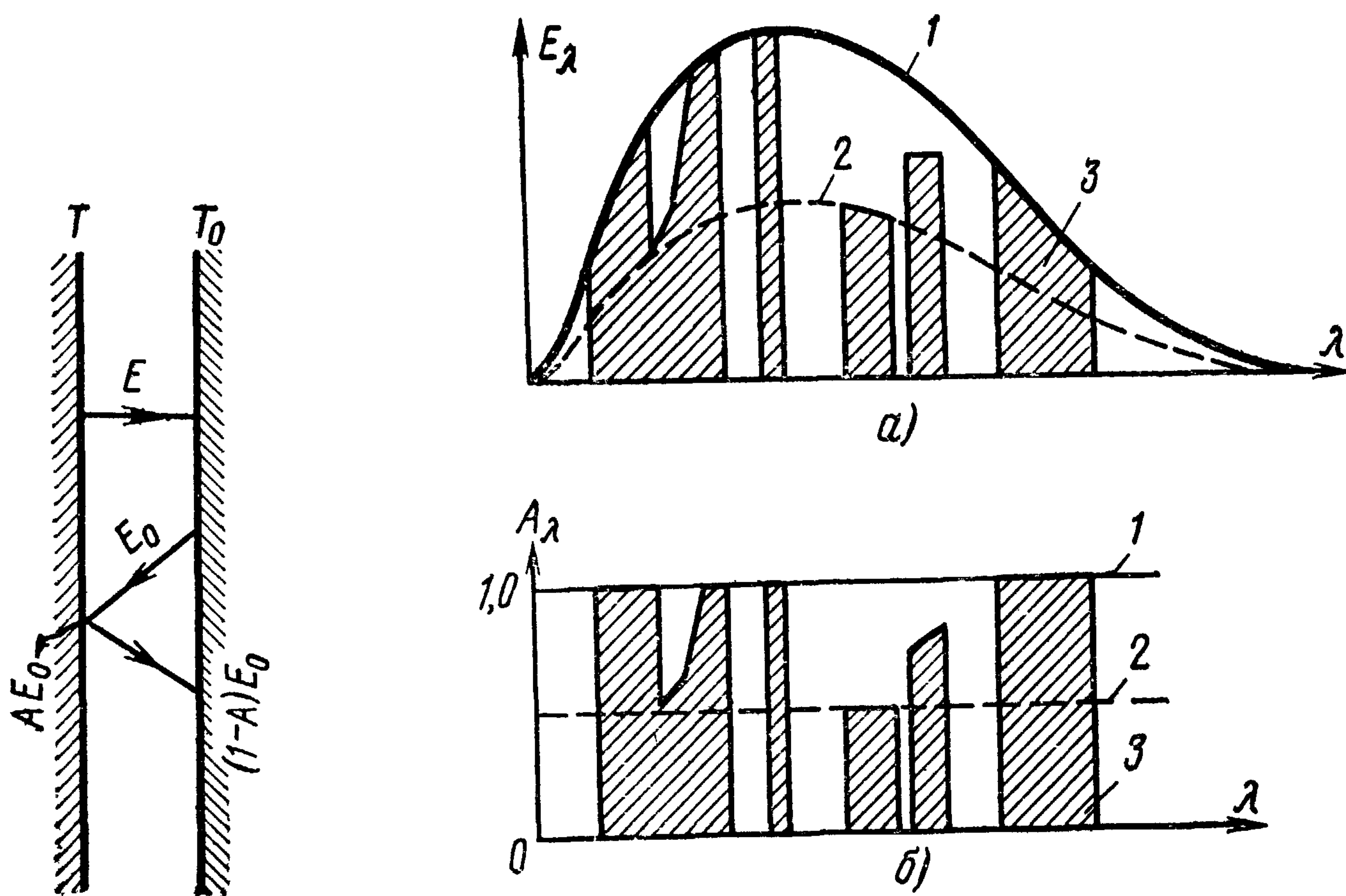


Рис. 5-5. К выводу закона Кирхгофа.

Рис. 5-6. Спектры излучения (*а*) и поглощения (*б*) тел.
1 — абсолютно черное тело; *2* — серое тело; *3* — газ.

Для любой длины волны отношение $E_\lambda/E_{0\lambda}$ известно из рис. 5-6, *а*. На рис. 5-6, *б*, линия, параллельная оси λ, расположенная на расстоянии от нее, равном единице, соответствует кривой поглощения абсолютно черного тела. Уменьшая на этой диаграмме ординаты для каждой длины волны в том отношении, которое определяется из спектра испускания, мы получаем спектр поглощения данного тела.

Из соотношения (м), а также из рис. 5-6 видно, что если при какой-нибудь длине волны тело не поглощает энергию, то оно и не излучает ее. Поэтому тело, которое при данной длине волны является абсолютно белым или прозрачным, при этой длине волны энергию не излучает.

Закон Ламберта. Законом Стефана—Больцмана определяется количество энергии, излучаемое телом по всем направлениям. Каждое направление определяется углом φ, который оно

образует с нормалью к поверхности. Изменение излучения по отдельным направлениям определяется законом Ламберта. Согласно этому закону количество энергии, излучаемое элементом поверхности dF_1 в направлении элемента dF_2 (рис. 5-7), пропорционально количеству энергии, излучаемой по нормали $E_n dF_1$, умноженному на величину элементарного телесного угла $d\Omega$ и $\cos\varphi$, т. е.

$$d^2Q_\varphi = E_n d\Omega \cos\varphi dE_1. \qquad (5\text{-}7)$$

Следовательно, наибольшее количество энергии поверхностью излучается в направлении нормали при $\varphi = 0$; с увеличением φ количество излучаемой энергии уменьшается, и при $\varphi = 90°$ оно становится равным нулю.

Уравнение (5-7) является наиболее полной математической формулировкой закона Ламберта. Однако в этом уравнении пока неизвестно значение E_n. Для его определения необходимо уравнение проинтегрировать по поверхности полусферы, лежащей над плоскостью dF_1, и полученное выражение сопоставить с уравнением (5-3).

Плоский угол φ в абсолютных единицах измеряется отношением s/r, где r — радиус круга, центр которого лежит в вершине угла, а s — дуга, на которую опирается этот угол. Бесконечно малый плоский угол измеряется отношением ds/r. Аналогичный способ применяется и для измерения телесного угла Ω, единица измерения которого стерадиан (ср). Для этого возьмем сферу радиуса r с центром 0 в вершине этого угла. На поверхности этой сферы телесный угол Ω вырежет участок, имеющий площадь f; тогда

$$\Omega = f/r^2 \quad \text{или} \quad d\Omega = df/r^2.$$

Если в сферических координатах Ψ обозначает долготу, а φ — полярное расстояние, то направления Ψ, $\Psi + d\Psi$ и φ, $\varphi + d\varphi$ определяют бесконечно малый угол $d\Omega$, который на сфере радиуса r вырезает сферический четырехугольник df (рис. 5-8). Соответственно стороны этого четырехугольника равны $rd\varphi$ и $\rho d\Psi = r \sin\varphi \, d\Psi$. Следовательно, телесный угол равен:

$$d\Omega = \sin\varphi \, d\varphi \, d\Psi.$$

Подставляя полученное выражение в выражение (5-7) и интегрируя по углам φ и Ψ, имеем:

$$dQ = E_n dF_1 \int_{\Psi=0}^{2\pi} d\Psi \int_{\varphi=0}^{\pi/2} \sin\varphi \cos\varphi \, d\varphi;$$

$$dQ = E_n dF_1 2\pi \left[(\sin^2\varphi)/2\right]_0^{\pi/2} = \pi E_n dF_1 = \pi dQ_n. \qquad (\text{н})$$

Согласно уравнению (5-3) энергия, излучаемая элементом поверхности dF_1 в полупространство, равна:

$$dQ = E\, dF_1 = c\left(\frac{T}{100}\right)^4 dF_1 = \varepsilon c_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4 dF_1. \qquad (\text{о})$$

Так как левые части уравнений (н) и (о) равны, то, приравнивая друг другу их правые части, определяем неизвестную величину E_n, а именно:

$$E_n = \frac{E}{\pi} = \frac{1}{\pi} c \left(\frac{T}{100}\right)^4 = \frac{\varepsilon}{\pi} c_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4. \qquad (5\text{-}8)$$

Из уравнения (5-8) следует, что плотность потока излучения в направлении нормали в π раз меньше полной плотности потока излучения тела. После подстановки значения E_n из уравнения (5-8) в уравнение (5-7) последнее принимает вид:

$$d^2Q_\varphi = \frac{\varepsilon}{\pi} c_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4 d\Omega\, dF_1 \cos\varphi. \qquad (5\text{-}9)$$

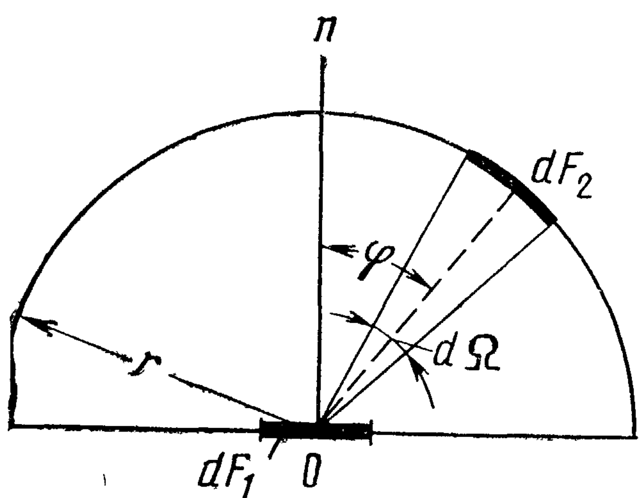


Рис. 5-7. К выводу закона Ламберта. Излучение элемента dF_1 в направлении элемента dF_2.

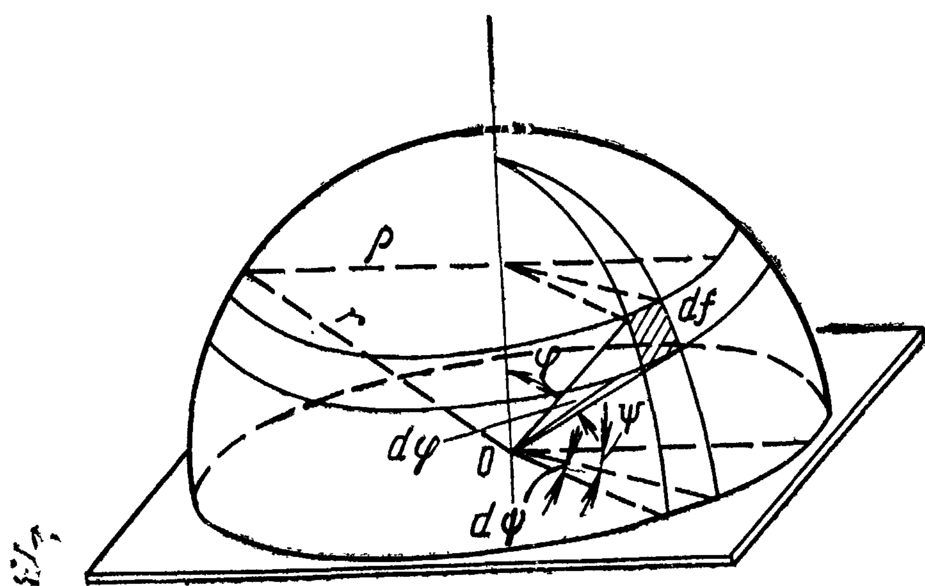


Рис. 5-8. К определению пространственного телесного угла в сферических координатах.

Это уравнение используется для расчета лучистого теплообмена между поверхностями конечных размеров (см. ниже).

Закон Ламберта строго справедлив для абсолютно черного тела. Для шероховатых тел этот закон опытом подтверждается лишь для $\varphi = 0 \div 60°$. В качестве примера на рис. 5-9 в полярных координатах представлена зависимость $\varepsilon_\varphi = E_\varphi / E_{0\varphi} = f(\varphi)$ для некоторых материалов. В случае справедливости закона Ламберта значение ε_φ должно оставаться постоянным для всех значений φ. В действительности же оказывается, что для шероховатых тел (кривые *1*, *2* и *3*) при $\varphi > 60°$ значение ε_φ уменьшается и стремится к нулю. Однако это уменьшение практического значения не имеет, ибо среднее значение $\bar{\varepsilon}_\varphi \approx \varepsilon_{\varphi=0}$. Более резкое отклонение от закона Ламберта наблюдается для полированных металлов (кривые *4*, *5* и *6*). При $40° < \varphi < 80°$ значение ε_φ увеличивается, а при $\varphi > 80°$ оно стремится к нулю; в этом случае среднее значение $\bar{\varepsilon}_\varphi = 1{,}20 \times \times\, \varepsilon_{\varphi=0}$.

Количество излучаемой энергии до сих пор мы определяли, исходя из величины потока энергии собственного излучения тела E. Но наряду с этим об интенсивности лучеиспускания какого-либо источника можно судить по количеству энергии, приходящейся на единицу облучаемой им поверхности, по так называемой облучательной способности источника, что в светотехнике соответствует понятию освещенности. Облучательная способность определяется размерами источника излучения и его расстоянием до облучаемой поверхности, вернее соотношением этих величин.

Еще Кеплером было установлено, что облучательная способность e точечного источника обратно пропорциональна квадрату расстояния. В самом деле, если точечный источник излучает энергию во все стороны равномерно в количестве W, Вт, то для сферы радиуса r

$$e = W/4\pi r^2. \tag{5-10}$$

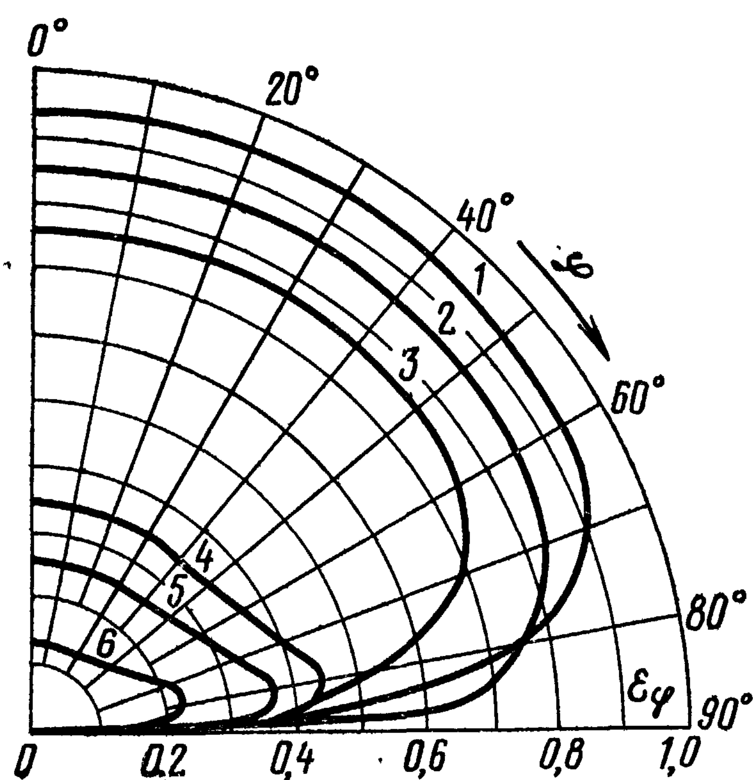


Рис. 5-9. Зависимость $\varepsilon_\varphi = f(\varphi)$ для шероховатых и полированных тел.

1 — дерево; 2 — корунд; 3 — окисленная медь; 4 — висмут; 5 — алюминибронза; 6 — латунь.

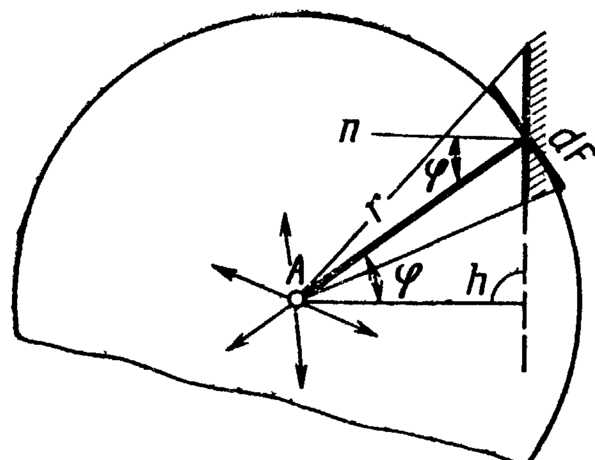


Рис. 5-10. К выводу понятия облучательной способности точечного источника.

Если при этом облучаемая площадка dF расположена так, что перпендикуляр к ней с радиусом образует угол φ (рис. 5-10), то количество энергии, падающей на эту площадку от точечного источника A, равно:

$$dQ = e \cos \varphi \, dF = \frac{W}{4\pi r^2} \cos \varphi \, dF. \tag{5-11}$$

Закон обратной пропорциональности квадрату расстояния тем менее применим, чем больше размеры источника излучения по сравнению с расстоянием r. Это взаимоотношение нетрудно проследить расчетным путем. В пределе для бесконечно большого источника облучательная способность от расстояния не зависит. Именно на этом факте основано измерение температуры при помощи радиационного пирометра; показания пирометра не зависят от

расстояния до тех пор, пока поверхность, температура которой измеряется, покрывает все поле зрения пирометра.

Облучательная способность тел, которые не могут рассматриваться ни как точечные, ни как бесконечно большие, в зависимости от соотношения между размерами тела и расстоянием r изменяется в границах, определяемых значениями показателя степени расстояния r (между 0 и 2).

5-2. ЛУЧИСТЫЙ ТЕПЛООБМЕН МЕЖДУ ТЕЛАМИ

Зная законы излучения, поглощения и отражения, а также зависимость излучения от направления, можно вывести расчетные формулы для лучистого теплообмена между непрозрачными телами. К решению поставленной задачи можно подойти по-разному. Если тело рассматривать обособленно от других, то в этом случае задача сводится к определению количества энергии, теряемого телом в окружающую среду. Составляя энергетический баланс, получаем (рис. 5-3):

$$q = E_{1\,эфф} - E_{2\,эфф} = E_1 - A_1 E_{2\,эфф}, \qquad (5\text{-}12)$$

где E_1 — собственное излучение тела; $E_{1\,эфф} = E_1 + (1 - A_1) E_{2\,эфф}$ — эффективное излучение тела; $E_{2\,эфф}$ — извне падающее на тело эффективное излучение окружающих тел.

Энергия падающего излучения при этом может быть определена лишь путем измерения при помощи специальных приборов — радиометров или актинометров.

Приведенный способ расчета применяется в тех случаях, когда температура и плотность потока излучения окружающих тел неизвестны. В теплотехнических же расчетах обычно требуется рассчитать лучистый теплообмен между телами, качество поверхности, размеры и температура которых известны. По этим данным энергия излучения обоих тел всегда может быть определена на основании закона Стефана—Больцмана. В этом случае задача сводится к учету влияния формы и размеров тел, их взаимного расположения, расстояния между ними и их степени черноты.

Явление лучистого теплообмена — это сложный процесс многократных затухающих поглощений и отражений. Часть энергии, будучи излучена, вновь возвращается на первоисточник, тормозя этим процесс теплообмена. В качестве примера рассмотрим перенос лучистой энергии в простейшем случае теплообмена между двумя параллельными поверхностями, спектр излучения которых является серым. Температуры, плотности потоков излучения и поглощательные способности этих поверхностей заданы: T_1, E_1, A_1, T_2, E_2 и A_2.

Первая поверхность излучает

$$E_1. \qquad (а)$$

Из этого количества вторая поверхность поглощает

$$E_1 A_2$$

и обратно отражает

$$E_1(1-A_2).$$

Из этого первая поверхность поглощает

$$E_1(1-A_2)A_1 \qquad (б)$$

и отражает

$$E_1(1-A_2)(1-A_1). \qquad (в)$$

Вторая поверхность снова поглощает

$$E_1(1-A_2)(1-A_1)A_2$$

и отражает

$$E_1(1-A_2)^2(1-A_1).$$

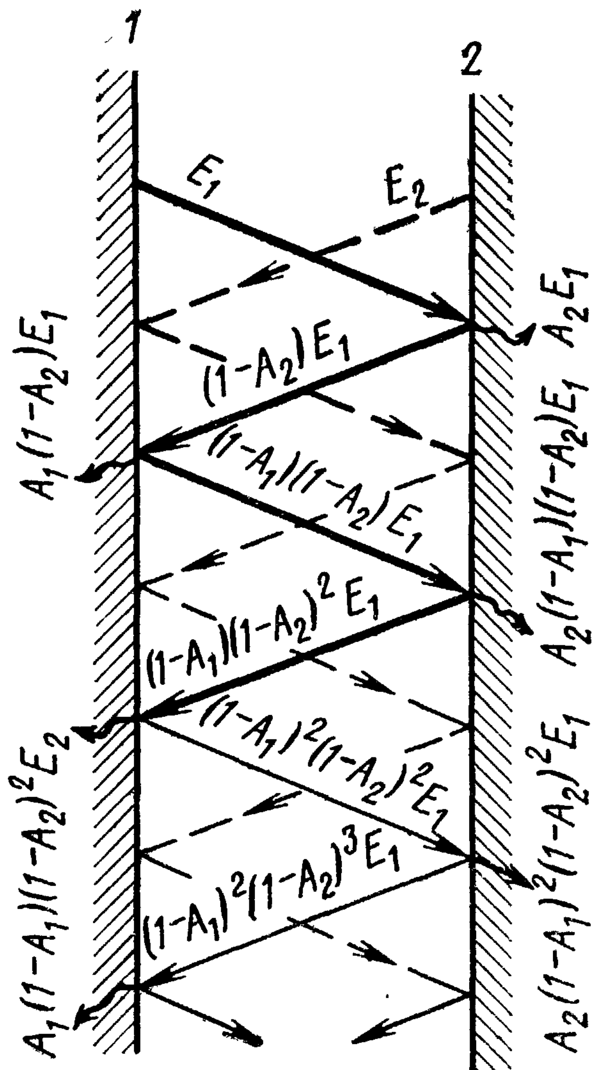


Рис. 5-11. Схема лучистого теплообмена между плоскими параллельными поверхностями.

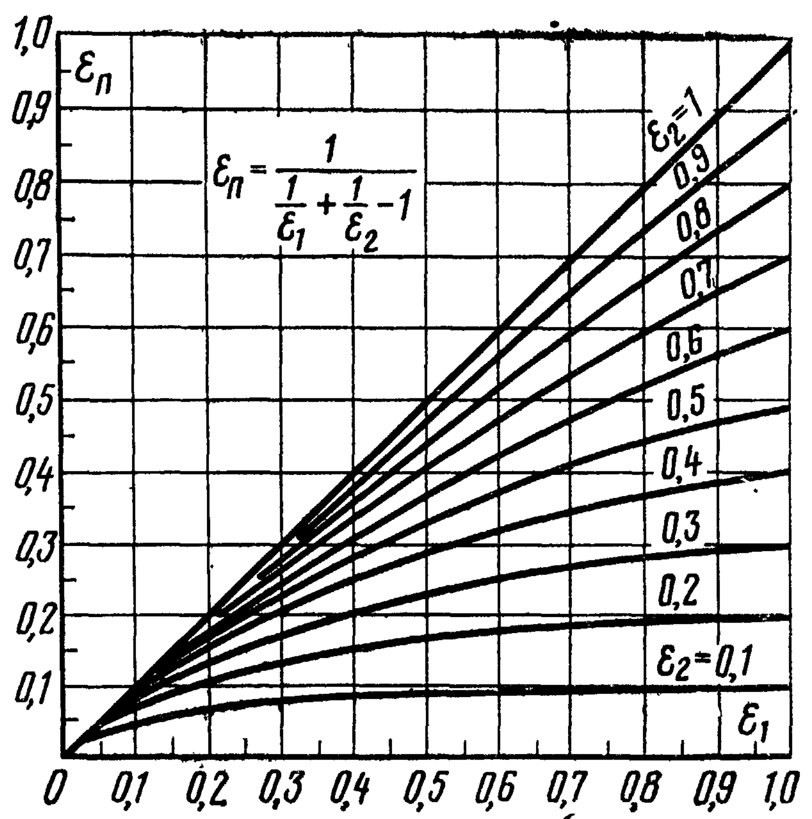


Рис. 5-12. Зависимость $\varepsilon_п = f(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$.

Из этого количества первая снова поглощает

$$E_1(1-A_2)^2(1-A_1)A_1 \qquad (г)$$

и т. д. до бесконечности.

Точно такие же рассуждения можно провести и по отношению к излучению второй поверхности, а именно: вторая поверхность излучает E_2; из этого количества первая поглощает E_2A_1 и отражает $E_2(1-A_1)$ и т. д. Схема рассматриваемого процесса графически изображена на рис. 5-11.

Чтобы найти плотность потока результирующего излучения q, которое первая поверхность передает второй, надо из первоначальной испускаемой энергии E_1 вычесть, во-первых, то, что возвращается и снова поглощается, и, во-вторых, ту энергию, которая

поглощается из излучений второй поверхности. Первое вычитаемое может быть получено путем суммирования (б), (г) и т. д.:

$$E_1(1+p+p^2+\ldots)(1-A_2)A_1, \quad \text{(д)}$$

где для сокращения записи принято $(1-A_1)(1-A_2)=p$.

Так как $p<1$, то сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии может быть представлена в виде

$$1+p+p^2+\ldots=1/(1-p).$$

Подставляя это значение в (д), получаем:

$$\frac{E_1(1-A_2)A_1}{1-p}. \quad \text{(е)}$$

Второе вычитаемое имеет значение

$$E_2A_1(1+p+p^2+\ldots)=E_2A_1/(1-p). \quad \text{(ж)}$$

Имея эти данные, находим:

$$q=E_1-\frac{E_1(1-A_2)A_1}{1-p}-\frac{E_2A_1}{1-p}. \quad \text{(з)}$$

Приводя к общему знаменателю и учитывая, что

$$1-p=1-(1-A_1-A_2+A_1A_2)=A_1+A_2-A_1A_2,$$

окончательно получаем:

$$q=\frac{E_1A_2-E_2A_1}{A_1+A_2-A_1A_2}. \quad \text{(5-13)}$$

Вывод уравнения (5-13) основан на рассмотрении явления многократных поглощений и отражений потоков собственного излучения поверхностей. Тот же результат может быть получен более коротким путем, если использовать понятие эффективного излучения поверхности. Лучистый теплообмен между поверхностями определяется согласно уравнению (5-12) разностью потоков эффективного излучения:

$$q=E_{1\,эфф}-E_{2\,эфф}, \quad \text{(и)}$$

где

$$E_{1\,эфф}=E_1+(1-A_1)E_{2\,эфф}$$

и

$$E_{2\,эфф}=E_2+(1-A_2)E_{1\,эфф}. \quad \text{(к)}$$

Решая систему (к) относительно $E_{1\,эфф}$ и $E_{2\,эфф}$, получаем:

$$E_{1\,эфф}=\frac{E_1+E_2-A_1E_2}{A_1+A_2-A_1A_2}; \quad \text{(л)}$$

$$E_{2\,эфф}=\frac{E_1+E_2-A_2E_1}{A_1+A_2-A_1A_2}. \quad \text{(м)}$$

Подставляя уравнения (л) и (м) в уравнение (и), имеем:

$$q=\frac{E_1A_2-E_2A_1}{A_1+A_2-A_1A_2},$$

что совпадает с уравнением (5-13).

Для серых тел равенство поглощательной способности и степени черноты

$$A_1=\varepsilon_1, \quad A_2=\varepsilon_2 \tag{н}$$

имеет место не только при термодинамическом равновесии (закон Кирхгофа), но и в условиях лучистого теплообмена, когда $T_1 \neq T_2$. Поэтому если подставить в уравнение (5-13) выражения

$$E_1=\varepsilon_1 c_0\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 \text{ и } E_2=\varepsilon_2 c_0\left(\frac{T_2}{100}\right)^4$$

и учесть условие (н), можно получить после преобразований соотношение

$$q=\varepsilon_{п} c_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4-\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right], \tag{5-14}$$

где

$$\varepsilon_{п}=\frac{1}{1/\varepsilon_1+1/\varepsilon_2-1}. \tag{о}$$

Это и есть расчетная формула для лучистого теплообмена между параллельными серыми плоскостями. Коэффициент $\varepsilon_{п}$ называется *приведенной степенью черноты* системы тел, между которыми происходит процесс лучистого теплообмена. Величина его может изменяться от 0 до 1. Приведенная степень черноты системы определяется или по уравнению (о) или по кривым на рис. 5-12.

Когда спектры излучения поверхностей значительно отличаются от серого излучения, расчет по формуле (5-14) неправомерен, он может приводить к значительным погрешностям. В этом случае необходимо знать спектральную плотность потока излучения E_λ и поглощательную способность A_λ тел при соответствующих температурах T_1 и T_2. Эти сведения могут быть получены экспериментальным путем. Расчет лучистого теплообмена между такими плоскостями проводится по соотношению

$$q=\int_0^\infty \frac{E_{\lambda,1}A_{\lambda,2}-E_{\lambda,2}A_{\lambda,1}}{A_{\lambda,1}+A_{\lambda,2}-A_{\lambda,1}A_{\lambda,2}}\,d\lambda. \tag{п}$$

Описанным методом также может быть решена задача лучистого теплообмена между двумя серыми поверхностями в замкнутом пространстве, когда одна из поверхностей облекает другую (рис. 5-13, *а*). В этом случае на первую поверхность попадает лишь некоторая часть энергии, излучаемой второй поверхностью, ос-

тальное количество проходит мимо и снова попадает на вторую поверхность. Окончательная расчетная формула имеет вид:

$$Q_{12}=\varepsilon_{п} c_0 F_1\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4-\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right], \tag{5-15}$$

где

$$\varepsilon_{п}=\frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1}+\frac{F_1}{F_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2}-1\right)}. \tag{р}$$

Формулы (5-15) и (p) применимы для тел любой формы, лишь бы меньшее из них было выпуклым. В частности, они применимы для расчета лучистого теплообмена между длинными цилиндрами, а также, когда выпуклое и вогнутое тела образуют замкнутое пространство (рис. 5-13, *б*, *в*). Во всех случаях в качестве расчетной принимается меньшая из поверхностей.

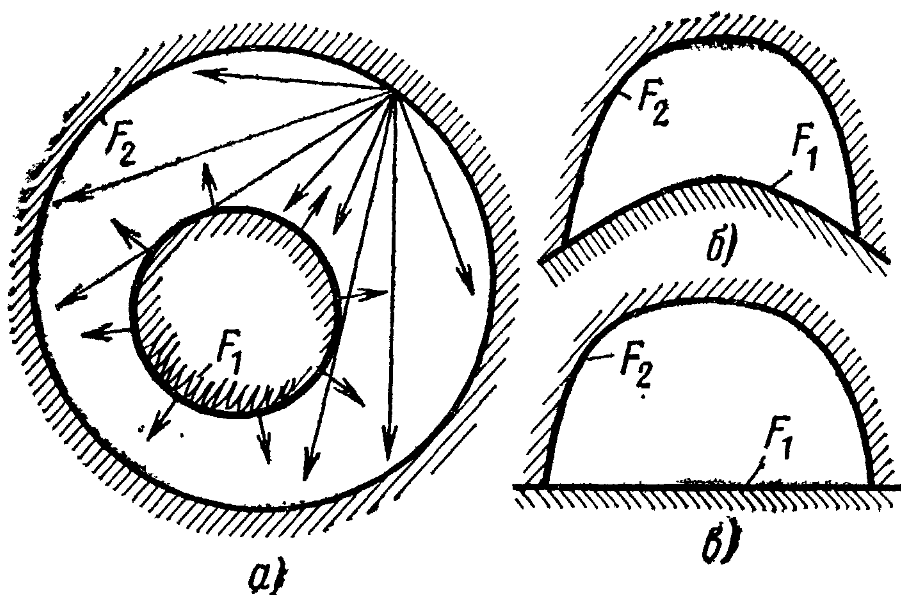


Рис. 5-13. Схема лучистого теплообмена между телами в замкнутом пространстве.

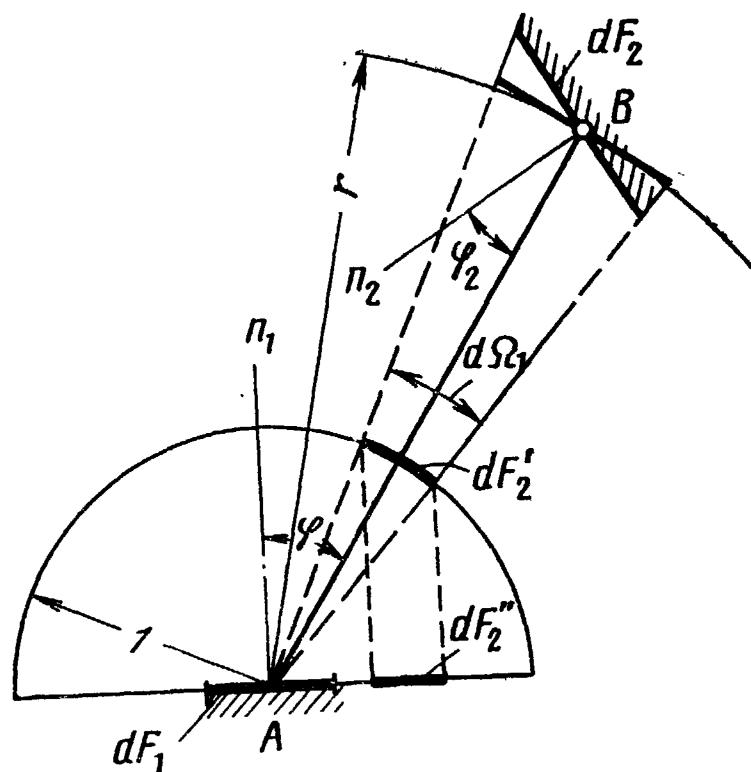


Рис. 5-14. К выводу формулы для расчета лучистого теплообмена между элементами dF_1 и dF_2 и иллюстрация графического способа определения элементарного углового коэффициента излучения.

Однако даже такие сложные и кропотливые способы расчета могут быть применены к решению лишь описанных простейших случаев лучистого теплообмена; для более сложных систем тел они неприменимы. Поэтому для большинства технических задач возможны лишь приближенные решения. Одно из таких решений мы рассмотрим подробнее.

Пусть имеются два элемента dF_1 и dF_2 серых тел (рис. 5-14), температуры, плотности потоков излучения и поглощательные способности которых соответственно T_1, T_2, E_1, E_2, A_1, A_2. Элементы расположены произвольно, расстояние между ними равно r, а углы между линией, соединяющей их центральные точки с нормалями n_1 и n_2, равны φ_1 и φ_2 (φ_1 и φ_2 могут лежать в разных плоскостях).

Согласно закону Ламберта [уравнение (5-9)] количество энергии, излучаемой элементом dF_1 в направлении элемента dF_2, равно:

$$d^2Q_1 = \frac{1}{\pi} E_1 \cos\varphi_1 \, d\Omega_1 \, dF_1,$$

где $d\Omega$ — элементарный телесный угол, под которым из точки A виден элемент dF_2, т. е.

$$d\Omega_1 = dF_2 \cos\varphi_2 / r^2.$$

Следовательно,

$$d^2Q_1 = \frac{1}{\pi} E_1 \frac{\cos\varphi_1 \cos\varphi_2}{r^2} dF_1 dF_2.$$

Из этого количества энергии элементом dF_2 поглощается:

$$d^2Q_{1\to 2} = A_2 d^2Q_1 = \frac{1}{\pi} A_2 E_1 \frac{\cos\varphi_1 \cos\varphi_2}{r^2} dF_1 dF_2. \qquad (с)$$

Так как для большинства технических материалов поглощательная способность достаточно велика (примерно 0,8—0,9), то можно ограничиться учетом лишь первого поглощения.

Аналогичным образом получим выражение для количества энергии, излучаемого dF_2 и поглощаемого dF_1, а именно:

$$d^2Q_{2\to 1} = \frac{1}{\pi} A_1 E_2 \frac{\cos\varphi_1 \cos\varphi_2}{r^2} dF_1 dF_2. \qquad (т)$$

Если из уравнения (с) вычесть уравнение (т), то получим энергию, переданную путем лучистого теплообмена первым элементом второму:

$$d^2Q = \frac{1}{\pi} (A_2 E_1 - A_1 E_2) \frac{\cos\varphi_1 \cos\varphi_2}{r^2} dF_1 dF_2. \qquad (у)$$

Так как

$$E_1 = \varepsilon_1 c_0 \left(\frac{T_1}{100}\right)^4, \quad E_2 = \varepsilon_2 c_0 \left(\frac{T_2}{100}\right)^4$$

$$\text{и } \varepsilon_1 = A_1, \quad \varepsilon_2 = A_2 \text{ (серые тела)},$$

то, подставив эти значения в уравнение (у) и произведя преобразование, получим:

$$d^2Q = \varepsilon_1 \varepsilon_2 c_0 \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] \frac{\cos\varphi_1 \cos\varphi_2}{\pi r^2} dF_1 dF_2. \qquad (5\text{-}16)$$

Для конечных поверхностей количество переданной теплоты определяется путем интегрирования уравнения (5-16) по F_1 и F_2:

$$Q = \varepsilon_п c_0 \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] \int\limits_{F_1}\int\limits_{F_2} \frac{\cos\varphi_1 \cos\varphi_2}{\pi r^2} dF_1 dF_2, \qquad (5\text{-}17)$$

где $\varepsilon_п = \varepsilon_1 \varepsilon_2$ есть приведенная степень черноты системы[1].

В литературе и справочных пособиях формула (5-17) обычно записывается в виде

$$Q = \varepsilon_п c_0 \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] F_{12}. \qquad (5\text{-}17а)$$

Величина F_{12}, м^2, называется *взаимной поверхностью излучения*. Она является чисто геометрическим параметром, который определяется размерами и формой поверхностей тел, их взаимным расположением и расстоянием между ними:

$$F_{12} = \int\limits_{F_1} dF_1 \int\limits_{F_2} \frac{\cos\varphi_1 \cos\varphi_2}{\pi r^2} dF_2 = \int\limits_{F_1} \varphi' \, dF_1 = \overline{\varphi}_{12} F_1. \qquad (5\text{-}18)$$

Величины φ' и $\overline{\varphi}_{12}$ представляют собой соответственно *локальный* и *средний угловые коэффициенты*.

Численное значение φ' показывает, какая доля энергии, излучаемой элементом dF_1 по всему полупространству, попадает на поверхность F_2. Значение же $\overline{\varphi}_{12}$ является осредненным значением φ' по всей поверхности F_1.

В некоторых случаях значение φ' можно определить графически (см. рис. 5-14). Проведем через элемент dF_1 касательную плоскость и из центральной точки A построим полусферу радиусом, равным единице. Затем из центра сферы на ее поверхность спроектируем элемент dF_2. Очевидно, что эта проекция равна $dF_2' = (dF_2/r^2) \cos\varphi_2$. После этого элемент dF_2' проектируется на основную касательную плоскость, проведенную через элемент dF_1. Величина dF_2'' равна dF_2', умноженной на косинус угла между ними, равного φ_1. Таким образом,

$$dF_2'' = dF_2 \frac{\cos\varphi_1 \cos\varphi_2}{r^2}.$$

Сечение сферы с основной плоскостью образует круг радиусом, равным единице; площадь этого круга равна π. Из отношения проекции dF_2'' к площади круга π определяется *элементарный угловой коэффициент излучения* $d\varphi'$:

$$d\varphi' = \frac{\cos\varphi_1 \cos\varphi_2}{\pi r^2} dF_2. \qquad (ф)$$

---

[1] Так как при выводе формулы учитывалось только первое поглощение, то полученное значение $\varepsilon_п$ является минимальным; оно несколько меньше действительного значения.

Чтобы получить значение локального углового коэффициента φ', необходимо выражение (ф) проинтегрировать по F_2. Графически это выразится тем, что описанным способом находится проекция F_2'' и берется ее отношение к площади круга с радиусом, равным единице (рис. 5-15). Такие построения производятся для каждого из элементов, на которые разбивается поверхность F_1, и находятся соответствующие значения φ'. Интегрирование по F_1 можно заменить суммированием; графически это сводится к нахождению объема некоторого тела, у которого основание представляет собой развернутую поверхность F_1, а высота равна φ'. Наконец, деля этот объем на поверхность F_1, получаем среднее значение $\bar{\varphi}_{12}$.

Для сложных систем вычислить значение углового коэффициента по такому методу очень трудно. В обход этих трудностей были соз-

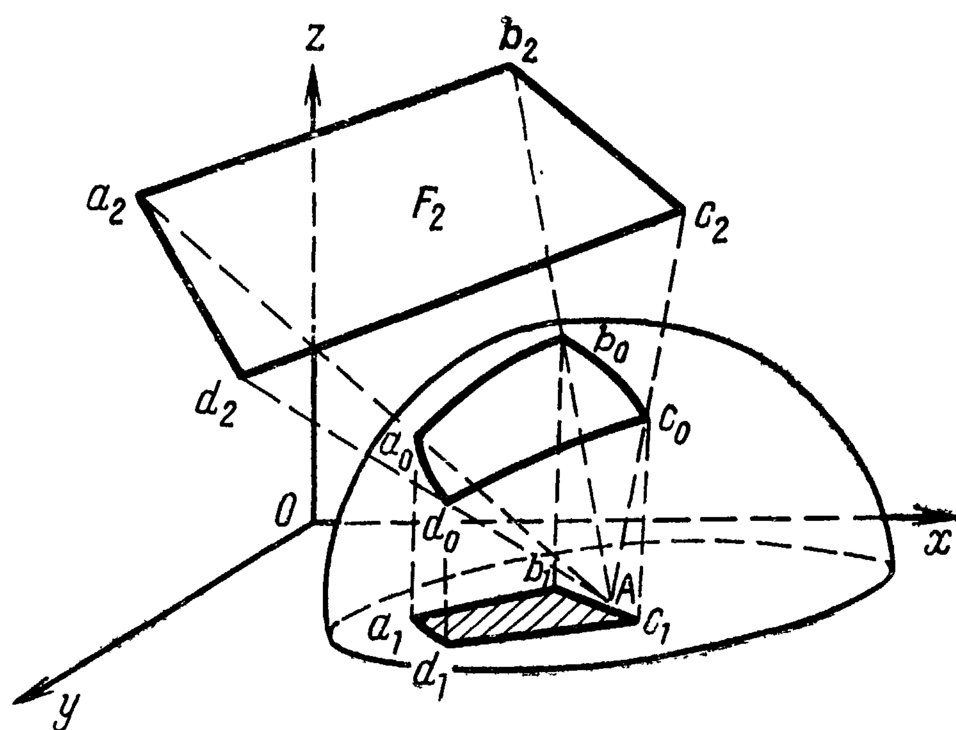


Рис. 5-15. Графическое определение углового коэффициента.

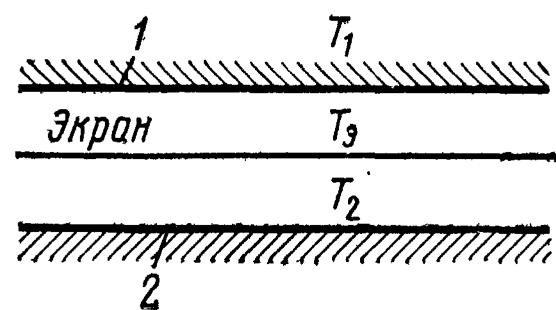


Рис. 5-16. Схема расположения тонкостенного экрана между параллельными поверхностями.

даны аналитические методы, заменяющие двойное интегрирование чисто алгебраическими операциями, как метод Г. Л. Поляка [76]. С большим успехом здесь могут быть использованы экспериментальные методы. Для геометрически подобных систем угловые коэффициенты равны. Поэтому их значения могут быть определены на основе опытов с моделями. Для некоторых технически важных случаев лучистого теплообмена значения угловых коэффициентов приведены на рис. П-1—П-4.

Чтобы интенсифицировать лучистый теплообмен, очевидно, необходимо увеличить температуру излучающего тела и увеличить степень черноты системы. Наоборот, чтобы уменьшить теплообмен, необходимо снизить температуру излучающего тела и уменьшить степень черноты. В тех же случаях, когда температуру изменять нельзя, для снижения лучистого теплообмена обычно применяются экраны. Роль экранов рассмотрим на простейшем примере.

Пусть имеются две плоские параллельные поверхности и между ними тонкостенный экран (рис. 5-16), причем степени черноты экрана и поверхностей одинаковы.

При отсутствии экрана теплообмен излучением между поверхностями *1* и *2* определяется уравнением (5-14)

$$q_{12}=\varepsilon_п c_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4-\left(\frac{T_2}{100}\right)\right]^4.$$

При наличии экрана интенсивность лучистого теплообмена между этими поверхностями изменится. Вследствие стационарности процесса потоки излучения, передаваемые от первой поверхности к экрану и от экрана ко второй поверхности, будут одинаковы. Следовательно,

$$q_э=\varepsilon_п c_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4-\left(\frac{T_э}{100}\right)^4\right]=\varepsilon_п c_0\left[\left(\frac{T_э}{100}\right)^4-\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right].$$

Из этого соотношения определяются неизвестная температура экрана

$$\left(\frac{T_э}{100}\right)^4=\frac{1}{2}\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4+\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right]$$

и далее искомая плотность потока результирующего излучения при наличии экрана

$$q_э=\frac{1}{2}\varepsilon_п c_0\left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4-\left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right].$$

Таким образом,

$$q_э=\frac{q_{12}}{2}.$$

Последнее означает, что при наличии одного экрана количество передаваемой энергии уменьшается в 2 раза. Можно также показать, что при наличии двух экранов количество передаваемой теплоты уменьшается в 3 раза, при наличии n экранов — в $(n+1)$ раз.

Еще больший эффект снижения получается, если применяются экраны с малой степенью черноты. Так, если между двумя плоскими поверхностями со степенью черноты ε установлено n экранов со степенью черноты $\varepsilon_э$, то

$$\frac{q_э}{q_{12}}=\frac{1}{1+n\dfrac{2-\varepsilon_э}{2-\varepsilon}\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_э}}.$$

Следовательно, например, установка лишь одного экрана со степенью черноты $\varepsilon_э=0,1$ между поверхностями с $\varepsilon=0,8$ дает снижение лучистого теплообмена примерно в 14 раз.

В ряде случаев применение экранов совершенно необходимо; в частности, они необходимы при измерении температуры газа вблизи горячих или холодных поверхностей. Применение экрана из алюминиевой фольги (альфоля) позволяет использовать в качестве тепловой изоляции воздушные прослойки.

Пример 5-1. Определить потерю теплоты путем излучения с поверхности стальной трубы диаметром $d = 70$ мм и длиной $l = 3$ м при температуре поверхности $t_1 = 227°$ С, если эта труба находится: а) в большом кирпичном помещении, температура стенок которого $t_2 = 27°$ С; б) в кирпичном канале, площадь которого равна $0,3 \times 0,3$ м при температуре стенок $t_2 = 27°$С.

а) Согласно условию $F_1 \ll F_2$, поэтому $\varepsilon_п = \varepsilon_1$ [уравнение (p)].

Далее находим, что для окисленной стали $\varepsilon_1 = 0,79$. Тогда согласно уравнению (5-15) имеем:

$$Q_{12} = \varepsilon_1 c_0 F_1 \left[\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4\right] =$$

$$= 0,79 \cdot 5,7 \cdot 3,14 \cdot 0,07 \cdot 3\,(5,0^4 - 3,0^4) = 0,79 \cdot 5,7 \cdot 0,66 \cdot 544 = 1620 \text{ Вт}.$$

б) $F_1 = 0,66$ м², $F_2 = 3,6$ м² и $F_1/F_2 = 0,182$; для кирпича $\varepsilon_2 = 0,93$. Согласно уравнению (p) имеем:

$$\varepsilon_п = \frac{1}{1/\varepsilon_1 + (F_1/F_2)(1/\varepsilon_2 - 1)} = \frac{1}{1,27 + 0,182 \cdot 0,075} = \frac{1}{1,284} = 0,78.$$

Подставляя эти значения в уравнение (5-15) получаем:

$$Q_{12} = 0,78 \cdot 5,7 \cdot 0,66 \cdot 544 = 1595 \text{ Вт},$$

или на единицу длины трубы

$$q_l = \frac{Q_{12}}{l} = \frac{1595}{3} = 532 \text{ Вт/м}.$$

5-3. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ГАЗОВ

Газы также обладают способностью испускать и поглощать лучистую энергию, но для разных газов эта способность различна. Для одно- и двухатомных газов, в частности для азота (N_2), кислорода (O_2) и водорода (H_2), она ничтожна; практически эти газы для тепловых лучей прозрачны — диатермичны. Значительной способностью излучать и поглощать лучистую энергию обладают лишь многоатомные газы, в частности углекислота (CO_2), водяной пар (H_2O), сернистый ангидрид (SO_2), аммиак (NH_3) и др. Для теплотехнических расчетов наибольший интерес представляют углекислый газ и водяной пар; эти газы образуются при горении топлива.

Процессы теплового излучения и поглощения газов имеют ряд особенностей по сравнению с тепловым излучением твердых тел. Твердые тела имеют обычно сплошные спектры излучения: они излучают (и поглощают) лучистую энергию всех длин волн от 0 до ∞. Газы же постоянно излучают и поглощают энергию лишь в определенных интервалах длин волн $\Delta\lambda$, так называемых *полосах*, расположенных в различных частях спектра; для лучей других длин волн, вне этих полос, газы прозрачны, и их энергия излуче-

ния равна нулю. Таким образом, излучение и поглощение газов имеет *избирательный (селективный)* характер. В энергетическом отношении для углекислоты и водяного пара основное значение имеют полосы, примерные границы которых приведены в табл. 5-1.

Таблица 5-1

Основные полосы поглощения CO_2 и H_2O

CO_2		H_2O	
λ, мкм	Δλ, мкм	λ, мкм	Δλ, мкм
2,4—3,0	0,6	2,2—3,0	0,8
4,0—4,8	0,8	4,8—8,5	3,7
12,5—16,5	4,0	12—30	18

Далее процессы испускания и поглощения лучистой энергии в твердых (непрозрачных) телах происходят на поверхности. В газах же излучение и поглощение *всегда протекают в объеме*.

Селективный спектр и объемный характер излучения определяют особенности процесса лучистого теплообмена в газах. Чтобы наглядно представить себе механизм этого процесса, удобно рассматривать излучение как поток частиц фотонов или квантов, движущихся по различным направлениям пространства со скоростью света c и обладающих различной энергией $h\nu$.

При прохождении фотонов через объем газа некоторая их часть поглощается молекулами газа. Энергия фотонов передается молекулам, вследствие чего газ нагревается, происходит *поглощение лучистой энергии* в объеме газа. При этом поглощаются только те фотоны, энергия которых $h\nu$ отвечает частотам ν (или, что то же, длинам волн $\lambda = c/\nu$), соответствующим полосам поглощения газа. Фотоны других энергий пролетают через газовый объем без поглощения.

Одновременно в объеме газа идет и другой процесс. Молекулы газа периодически теряют небольшую часть своей тепловой энергии, которая излучается в окружающее пространство в виде фотонов. Иначе говоря, в объеме газа всегда протекает также процесс «рождения» фотонов, причем последний имеет тем большую интенсивность, чем выше температура газа. Этот процесс определяет *собственное излучение* газового объема. Фотоны, возникающие в объеме, имеют энергию, которая соответствует полосам излучения газа. Вследствие хаотического характера теплового движения частиц газа собственное излучение газового объема имеет обычно характер, близкий к изотропному: каждый элементарный объем газа излучает фотоны по всем направлениям с одинаковой интенсивностью.

Результирующий поток излучения определяется совместным влиянием обоих эффектов: поглощения и собственного излучения фотонов газовым объемом.

Изложенная картина показывает, что для количественного описания явления нужно последовательно рассмотреть процессы переноса фотонов по разным направлениям пространства и учесть при этом избирательный характер спектра их поглощения и испускания. Для этого вводятся следующие понятия.

Интенсивность излучения. Через единичную площадку (рис. 5-17) под различными углами пролетают фотоны с энергией $h\nu$. Можно выделить из всего числа фотонов те, которые движутся внутри конуса, образованного элементарным телесным углом $\Delta\Omega$, осью которого является нормаль к поверхности. Этот поток фотонов или лучей переносит энергию излучения ΔE_ν, Вт/(м^2·с$^{-1}$). Предел отношения $\Delta E_\nu/\Delta\Omega$ при уменьшении размера элементарного телесного угла $\Delta\Omega$ определяет спектральную интенсивность излучения

$$J_\nu = \lim \frac{\Delta E_\nu}{\Delta\Omega}. \quad \text{(а)}$$

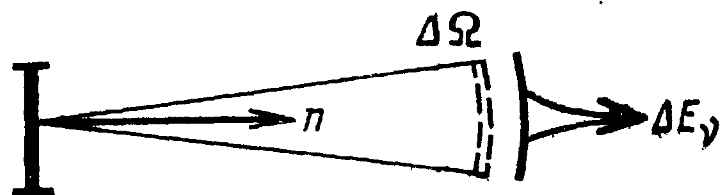


Рис. 5-17. К определению интенсивности излучения.

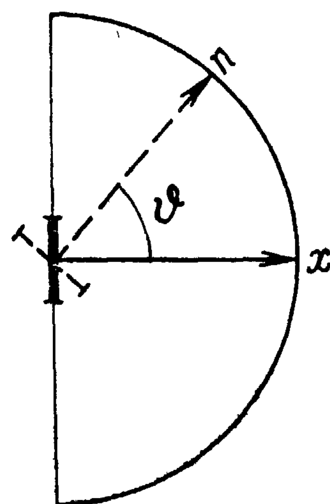


Рис. 5-18. К расчету плотности потока полусферического излучения.

Чтобы учесть фотоны различной энергии (или лучи разной длины волны), величину J_ν нужно проинтегрировать по всем частотам ν:

$$J = \int_0^\infty J_\nu d\nu. \quad \text{(б)}$$

Величина J, называемая *интенсивностью излучения*, определяет поток энергии излучения, пересекающий единичную площадку и распространяющийся в направлении нормали к ее поверхности внутри элементарного телесного угла. Понятие интенсивности излучения есть наиболее подробная характеристика поля излучения в данной точке пространства. При известном распределении интенсивности по направлениям можно найти суммарные потоки полусферического и результирующего излучения в этой точке. Так, плотность потока полусферического излучения E, Вт/м^2, проходящего через единичную площадку в положительном направлении оси x (рис. 5-18), определяется выражением

$$E = \int_{(2\pi)} J \cos\vartheta \, d\Omega, \quad \text{(в)}$$

где J — интенсивность излучения в некотором направлении n;

ϑ—угол между направлением n и осью x. Интегрирование в уравнении (в) распространяется на полусферу $\Omega = 2\pi$.

Для абсолютно черного излучения интенсивность J_0 неизменна в различных направлениях; из соотношения (в) следует, что в этом случае

$$E_0 = \pi J_0 \text{ или } J_0 = \frac{\sigma_0}{\pi} T^4. \tag{г}$$

Результирующее излучение, проходящее через единичную площадку вдоль оси x, представляет собой разность потоков E, переносимых в положительном и отрицательном направлении оси x:

$$q = E^{+} - E^{(-)} = \int\limits_{(4\pi)} J \cos\vartheta \, d\Omega; \tag{д}$$

интегрирование в уравнении (д) охватывает всю сферу $\Omega = 4\pi$.

При неизменной по направлениям интенсивности излучения потоки $E^{(+)}$ и $E^{(-)}$ численно одинаковы, а плотность потока результирующего излучения $q = 0$. Поэтому для абсолютно черного излучения $q_0 = 0$.

Соотношения (в) и (д) справедливы также для спектральных характеристик излучения.

Коэффициент поглощения. Для характеристики объемного характера поглощения газов применяется спектральный коэффициент поглощения, показывающий относительное уменьшение спектральной интенсивности излучения на единице длины пути луча

$$a_\nu = -\frac{1}{J_\nu} \frac{dJ_\nu}{dl}. \tag{е}$$

Величина a_ν, 1/м, при заданной частоте ν зависит от природы газа, его температуры и давления. Для различных полос поглощения значения a_ν различны; вне этих полос газ прозрачен для тепловых лучей, и коэффициент поглощения равен нулю. Обратная величина $1/a_\nu$ определяет среднюю длину свободного пробега фотонов в газе до момента их поглощения. С ростом плотности газа из-за увеличения концентрации молекул длина свободного пробега фотонов падает, а коэффициент поглощения растет.

На основании закона Кирхгофа можно доказать, что спектральная интенсивность собственного излучения единичного газового объема в любом направлении пространства равна $a_\nu J_{0\nu}$, т. е. определяется только коэффициентом поглощения газа и спектральной интенсивностью черного излучения $J_{0\nu}$ при температуре газа.

Основной закон переноса лучистой энергии в поглощающей среде имеет вид:

$$dJ_\nu = a_\nu (J_{0\nu} - J_\nu) \, dl. \tag{5-19}$$

Это уравнение представляет собой уравнение энергетического баланса для элементарного объема газа в виде цилиндра длиной dl,

показанного на рис. 5-19. Величина dJ_ν в левой части уравнения (5-19) есть изменение интенсивности излучения J_ν, поступающего в этот газовый объем извне (либо от соседних слоев газа, либо от границы твердого тела). Это изменение связано с процессами поглощения и собственного излучения, протекающими одновременно в объеме газа. Собственное излучение элементарного газового объема $a_\nu J_{0\nu} dl$ в направлении оси l определяется лишь температурой газа и его физическими свойствами. Поглощенное излучение $-a_\nu J_\nu dl$ зависит от интенсивности излучения, проникающего в этот объем извне. Уравнение (5-19) записано для спектральных величин[1].

Соотношение между поглощением и собственным излучением энергии в объеме газа может быть различным. В зависимости от этого интенсивность излучения по мере прохождения газового слоя может либо возрастать, либо уменьшаться, либо оставаться неизменной. Рассмотрим характерные черты таких процессов на примере плоского слоя поглощающего газа.

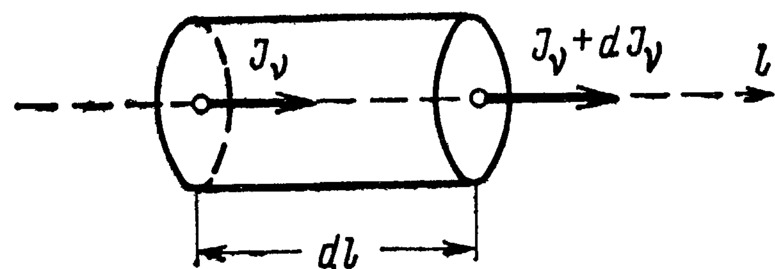


Рис. 5-19. Изменение интенсивности излучения на длине dl вследствие поглощения и собственного излучения газа.

Если на поверхность слоя газа падает внешнее излучение, интенсивность которого $J_\nu(0)$ значительно превышает интенсивность возникающего в объеме газа собственного излучения, то последнее можно не учитывать. Изменение интенсивности излучения будет определяться в основном *процессом поглощения* энергии. На практике такое положение имеет место, если внешнее излучение исходит от нагретой до высокой температуры поверхности твердого тела, тогда как слой газа поддерживается при низкой температуре. В этих условиях основное уравнение переноса лучистой энергии (5-19) упрощается за счет исключения слагаемого, определяющего собственное излучение: для слоя газа толщиной dx (рис. 5-20) имеем:

$$dJ_\nu = -a_\nu J_\nu dx. \quad (5\text{-}20)$$

Это соотношение называют **законом Бугера**. Его решение имеет вид:

$$J_\nu(x) = J_\nu(0)\, e^{-a_\nu x}. \quad (\text{ж})$$

Оно показывает, что вследствие поглощения интенсивность излучения уменьшается по экспоненциальному закону. Выходящее из слоя излучение меньше падающего в $e^{-a_\nu l}$ раз:

$$J_\nu(l)/J_\nu(0) = e^{-a_\nu l}.$$

---

[1] В уравнении (5-19) не учитывается процесс рассеяния излучения, который может происходить из-за наличия в газе частиц пыли, сажи и т. д.

Безразмерная величина $a_\nu l$ называется спектральной *оптической толщиной* газового слоя; она представляет собой отношение толщины газового слоя l к средней длине свободного пробега фотонов $1/a_\nu$.

При отсутствии внешнего излучения нагретый слой газа ведет себя как излучатель; с его граничных поверхностей в окружающее пространство излучается энергия. Последняя складывается из энергий *собственного излучения* каждого элементарного слоя газового

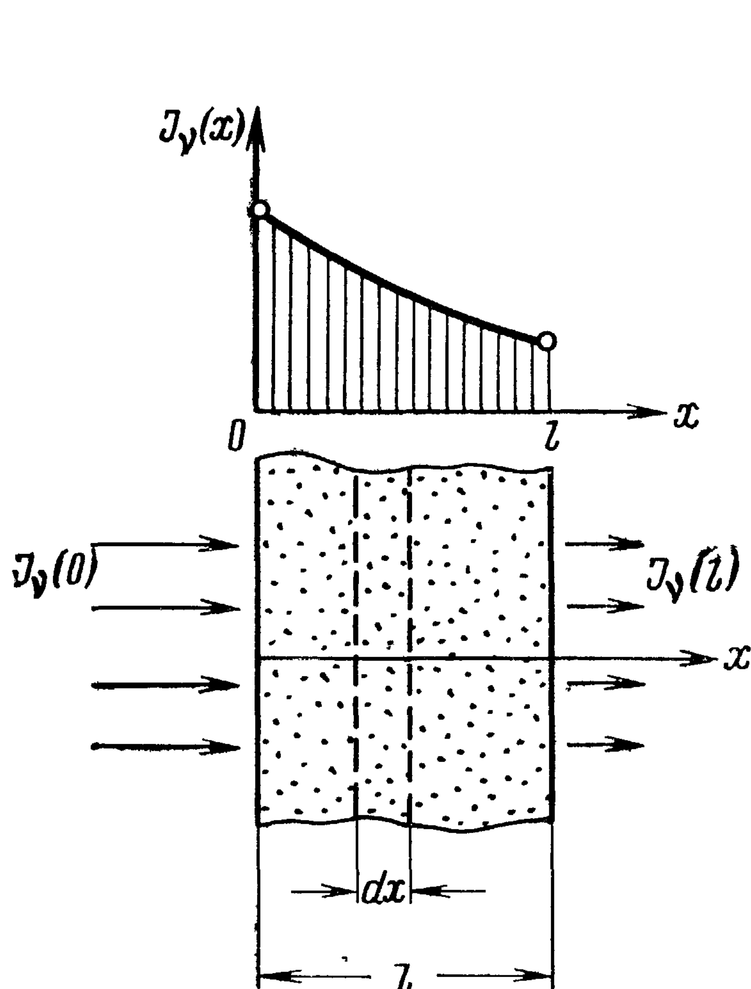


Рис. 5-20. Изменение интенсивности внешнего излучения вследствие поглощения энергии в плоском слое газа.

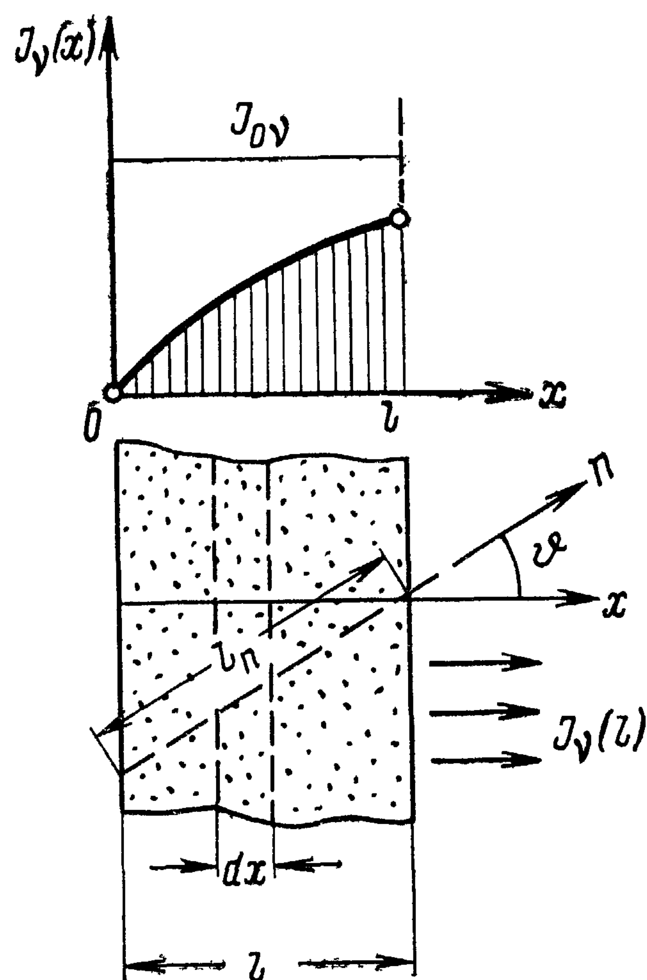


Рис. 5-21. Собственное излучение плоского слоя газа.

объема. Однако вклад излучения различных слоев в суммарное излучение, выходящее с поверхности, неодинаков. Чем дальше расположен слой от границ, тем большая доля его излучения поглощается соседними участками и не достигает поверхности. Найдем интенсивность излучения, выходящего с поверхности равномерно нагретого слоя газа в положительном направлении оси x (рис. 5-21). В этом случае интенсивность собственного излучения $a_\nu J_{0\nu}$ в основном уравнении переноса лучистой энергии (5-19) есть величина постоянная; решение этого уравнения имеет вид:

$$J_\nu(x) = J_{0\nu}\left(1 - e^{-a_\nu x}\right). \qquad (з)$$

При $x = l$ соотношение (з) определяет суммарную интенсивность излучения на границе газового слоя

$$J_\nu(l) = J_{0\nu}\left(1 - e^{-a_\nu l}\right). \qquad (5\text{-}21)$$

Из уравнения (5-21) видно, что с ростом спектральной оптической толщины слоя $a_\nu l$ суммарная спектральная интенсивность

излучения с поверхнотси $J_\nu(l)$ растет и при $a_\nu l > 3$ практически достигает спектральной интенсивности излучения абсолютно черного тела $J_{0\nu}$ при температуре, равной температуре газа в объеме. Вне полос спектра поглощения газа величина $a_\nu = 0$; из соотношения (5-21) следует, что в этих участках спектра излучение газового объема отсутствует. Выражение (5-21) определяет интенсивность излучения по направлению нормали к поверхности плоского слоя. Плотность потока полусферического излучения с поверхности E_ν можно найти, если рассмотреть также другие направления, по которым излучение пересекает граничную поверхность. Выражение для интенсивности излучения в произвольном направлении n (рис. 5-21) определяется тем же уравнением (5-21), если в нем толщину слоя газа l заменить на длину пути луча в этом направлении $l_n = l/\cos\vartheta$. Если подставить это соотношение в уравнение (в), то после вычислений получим:

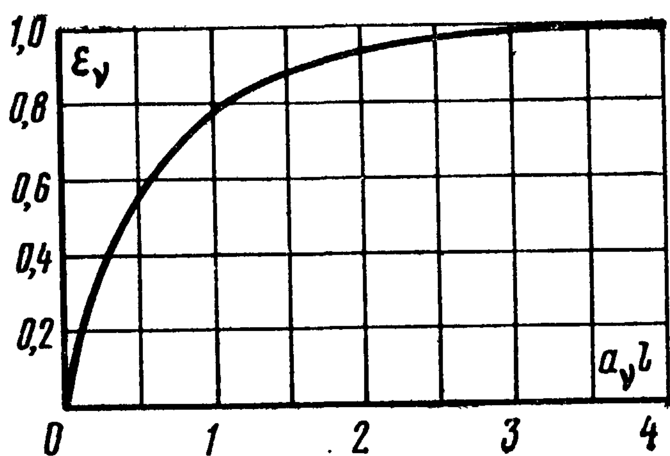


Рис. 5-22. Зависимость спектральной степени черноты ε_ν плоского слоя газа от его оптической толщины $a_\nu l$.

$$E_\nu = E_{0\nu}\left(1 - \int_0^1 e^{-a_\nu l/z^{1/2}}\,dz\right), \quad \text{(и)}$$

где $E_{0\nu}$ — спектральная плотность потока излучения с поверхности абсолютно черного тела при температуре, равной температуре газа в слое. Выражение в скобках в уравнении (и) зависит лишь от оптической толщины газового слоя; интеграл в этом выражении был вычислен Якобом графическим методом (z — переменная интегрирования).

Соотношение (и) показывает, что для характеристики собственного излучения газового слоя можно, так же как и в случае твердых тел, ввести понятие *спектральной степени черноты*

$$\varepsilon_\nu = E_\nu/E_{0\nu} = f(a_\nu l). \quad (5\text{-}22)$$

Спектральная степень черноты газового слоя зависит лишь от оптической толщины слоя $a_\nu l$, график этой зависимости приведен на рис. 5-22.

На основе уравнения (и) можно вычислить также полное излучение с единичной поверхности газового слоя E. Для этого нужно знать зависимость коэффициента поглощения a_ν от частоты ν в полосах поглощения — излучения для данного газа при заданных температуре и давлении. Вычисление сводится к интегрированию обеих частей уравнения (и) по всему спектру, практически — по полосам поглощения, так как вне их излучение отсутствует. В итоге плотность потока излучения с поверхности газового слоя можно

представить:

$$E = \varepsilon c_0 \left(\frac{T}{100}\right)^4, \qquad (5\text{-}23)$$

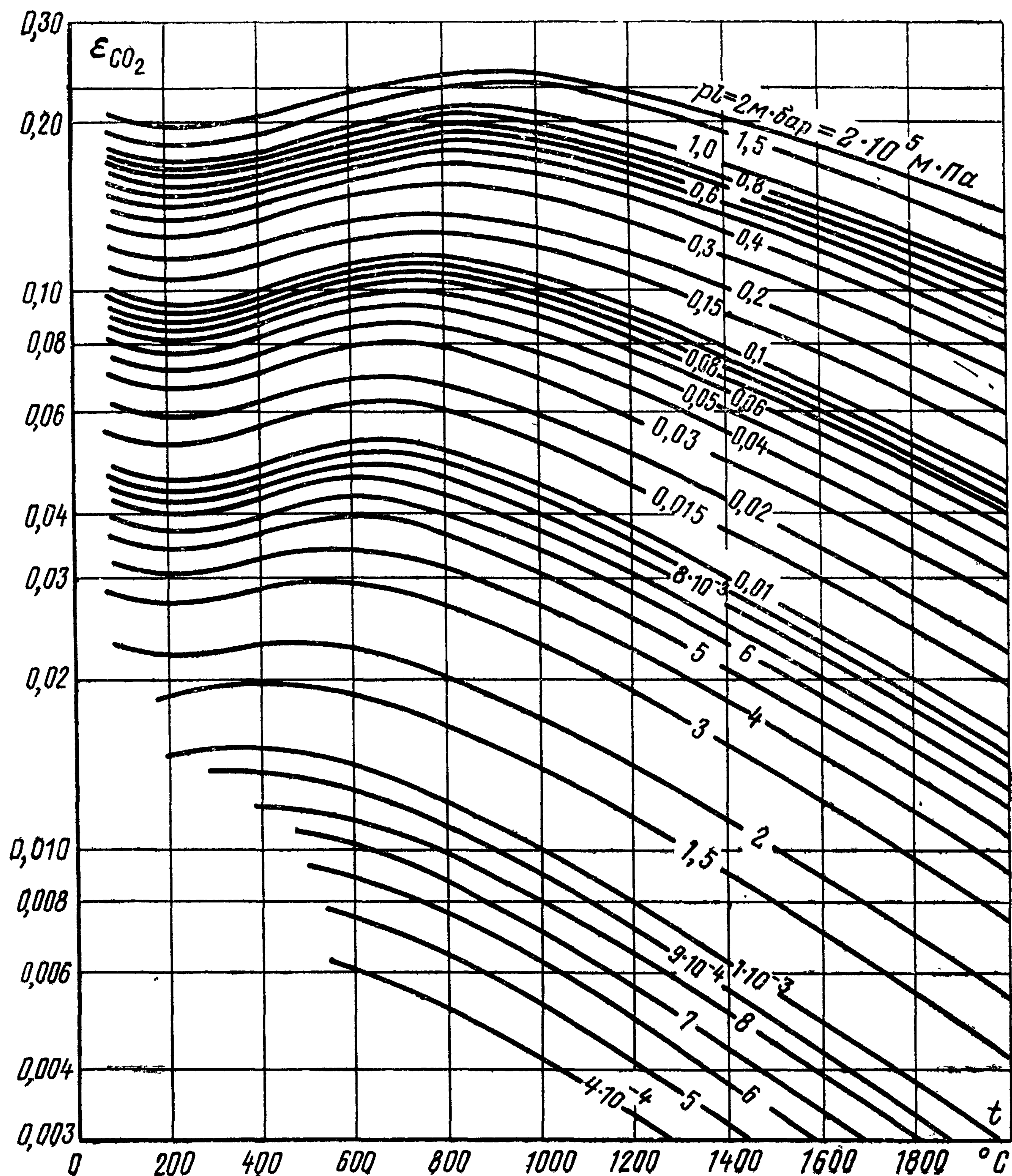


Рис. 5-23. Зависимость $\varepsilon_{CO_2} = f(t, pl)$ для углекислоты.

где ε — степень черноты газового слоя, определяемая выражением

$$\varepsilon = \frac{1}{E_0}\int\limits_0^\infty \varepsilon_\nu E_{0\nu}\, d\nu; \quad E_0 = \sigma_0 T^4 = c_0\left(\frac{T}{100}\right)^4,$$

зависит от температуры, давления и толщины слоя газа l. Поскольку газы излучают только в отдельных полосах спектра, средняя по

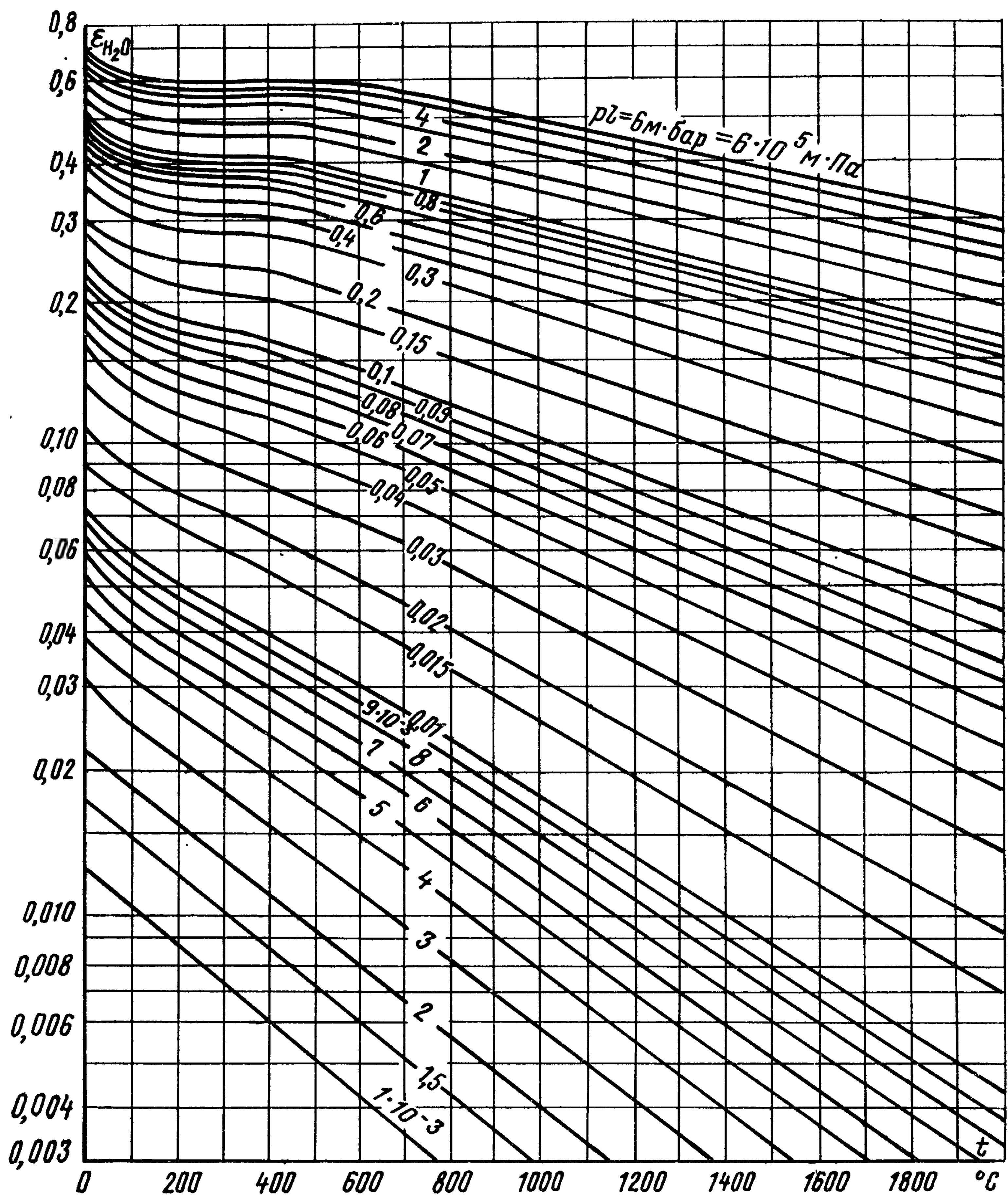


Рис. 5-24. Зависимость $\varepsilon_{H_2O} = f(t, pl)$ для водяного пара.

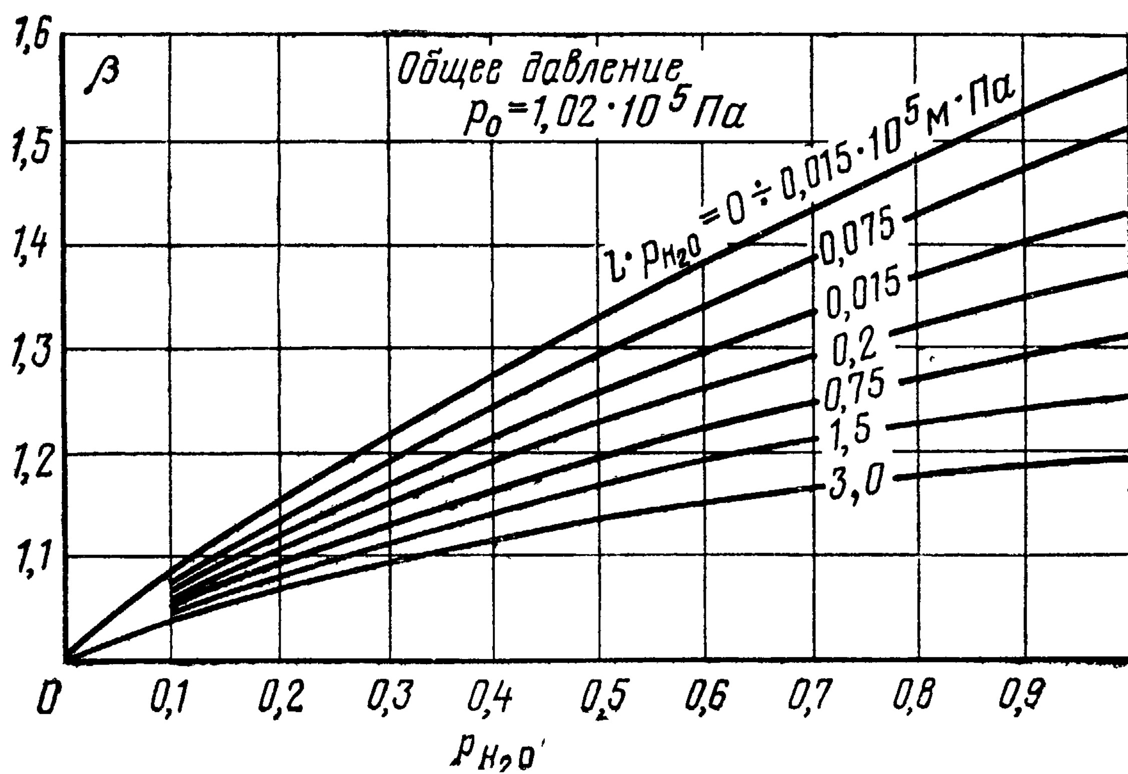


Рис. 5-25. Поправочный коэффициент β на парциальное давление водяного пара.

По оси абсцисс $[p_{H_2O}] = 10^{-5}$ Па.

спектру величина степени черноты газа ε (в отличие от спектральной степени черноты ε_ν) даже для очень толстых слоев газа заметно меньше единицы. Например, при ширине слоя 1 м водяной пар и углекислый газ при атмосферном давлении и температуре 1000°С имеют степень черноты ε, равную примерно 0,6 и 0,2 соответственно.

Изложенная последовательность расчета собственного излучения плоского газового слоя может быть применена также для газовых объемов самой различной формы; в этом состоит достоинство такого метода. Его недостатком является то обстоятельство, что необходимые в расчете сведения о спектральном коэффициенте поглощения далеко не всегда известны.

Для приближенных технических расчетов основной интерес представляет степень черноты газового объема ε. Эта величина может быть определена также путем непосредственного измерения общей энергии излучения. Для водяного пара и углекислого газа известны надежные измерения этой величины. Результаты исследований приведены на рис. 5-23 — 5-25 в форме номограмм, удобных для практических расчетов. Степень черноты ε на рис. 5-23 и 5-24 для углекислого газа и водяного пара представлена в функции температуры газа t, а параметром на графиках служит величина pl, где p — парциальное давление газа, l — длина пути луча. Для водяного пара влияние p несколько сильней, чем l, поэтому значение ε_{H_2O}, найденное из рис. 5-24, необходимо умножать на поправочный коэффициент β (рис. 5-25), зависящий от парциального давления p_{H_2O}.

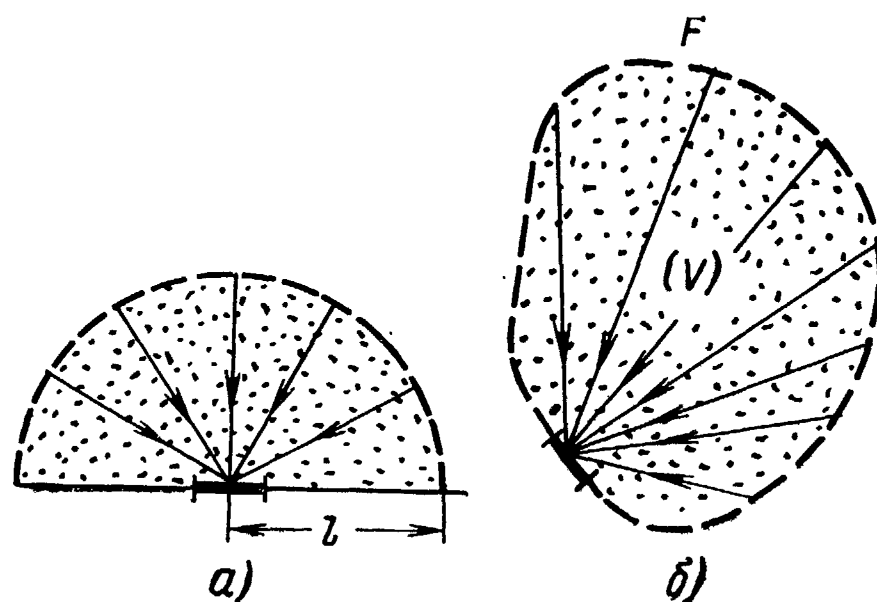


Рис. 5-26. К определению средней длины пути луча.

а — излучение газовой полусферы, проходящее через единичную площадку в центре ее основания; *б* — газовый объем сложной формы.

После определения степени черноты ε по этим графикам собственное излучение газа рассчитывается по формуле (5-23). Номограммы построены таким образом, что вычисленная по этой формуле плотность потока излучения E будет определять излучение, проходящее через единичную площадку из окружающей ее газовой полусферы радиусом l, как показано на рис. 5-26, *а*. В этом случае длина пути луча l по всем направлениям одинакова. Для газовых объемов иной формы длина пути лучей по различным направлениям разная (рис. 5-26, *б*). В результате анализа было установлено, что в этом случае излучение любого газового объема можно заменить излучением эквивалентной газовой полусферы. Радиус такой полусферы, равный средней длине пути луча $\bar{l}$, определяется из при-

ближенного соотношения

$$\bar{l}=0{,}9\frac{4V}{F}, \qquad (\text{к})$$

где V — объем газа; F — площадь поверхности его оболочки.

Для некоторых газовых тел средние значения $\bar{l}$ приведены в табл. 5-2. Если в газовой смеси водяной пар и углекислота содержатся одновременно, то степень черноты такой смеси равна $\varepsilon = \varepsilon_{H_2O} + \varepsilon_{CO_2}$. Строго говоря, суммарное излучение смеси несколько меньше суммы излучений углекислоты и водяного пара, содержащихся в смеси. Однако при обычных соотношениях компонентов, какие наблюдаются на практике, поправка в количественном отношении невелика, и в расчетах можно просто суммировать излучение компонентов смеси.

Таблица 5-2

Средняя длина пути луча для газовых тел различной формы[1]

Форма газового тела	$\bar{l}$
Сфера диаметром d	0,60 d
Куб со стороной a	0,60 d
Цилиндр диаметром d, бесконечно длинный	0,90 d
Цилиндр высотой $h=d$, излучение на боковую поверхность	0,60 d
» » $h=d$, излучение на центр основания	0,77 d
Цилиндр, $h=\infty$, основание—полукруг радиусом r, излучение на плоскую боковую поверхность	1,26 r
Плоскопараллельный слой бесконечных размеров толщиной δ	1,8 δ
Пучок труб диаметром d с расстоянием между поверхностями труб x и при расположении труб:	
по треугольнику $x=d$	2,8 x
по треугольнику $x=2d$	3,8 x
по квадрату $x=d$	3,5 x

[1] Для средних значений параметра pl

С помощью уравнения (5-23) и номограмм можно определить собственное излучение газового объема, имеющего постоянную температуру. Если же излучающий газ окружен твердыми стенками, температура которых отлична от температуры газа, то между газом и стенками происходит процесс теплообмена. Этот процесс оказывается сложным, так как поле температур в газе обычно переменно и зависит от характера и режима движения газа и геометрической формы оболочки. Кроме того, между газом и стенкой наряду с лучистым теплообменом происходит также конвективный теплообмен, и, строго говоря, эти явления взаимосвязаны. Такой совместный перенос теплоты излучением и конвекцией часто называют *сложным теплообменом*. До настоящего времени простого и общего метода точного расчета сложного теплообмена не создано.

На практике обычно встречается турбулентный режим движения излучающего газа; при этом основное изменение температуры наблюдается в относительно тонком пристенном слое. Для приближенного расчета теплообмена в этих условиях применяется метод раздельного (независимого) учета переноса теплоты конвекцией $q_к$ и излучением $q_л$:

$$q = q_к + q_л. \qquad (л)$$

Величина $q_к$ определяется по соотношениям гл. 3 без учета излучения. Величина $q_л$ может быть найдена по приближенной формуле

$$q_л = \varepsilon_{пр} c_0 \left[\left(\frac{T_г}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_с}{100}\right)^4\right], \qquad (5\text{-}24)$$

где $\varepsilon_{пр} = \dfrac{\varepsilon_г \varepsilon_с}{\varepsilon_с + \varepsilon_г (1 - \varepsilon_с)}$ — приведенная степень черноты.

Соотношение (5-24) определяют поток теплоты, передаваемый из объема газа к более холодной стенке ($T_г > T_с$). Величину $\varepsilon_г$ при этом следует выбирать при температуре газа в объеме $T_г$. Если же теплота передается от нагретых стенок к газу ($T_с > T_г$), то величину $\varepsilon_г$ целесообразно выбирать при температуре $T_с$; такой прием позволяет приближенно учесть то обстоятельство, что поглощательная способность газа по отношению к излучению от стенки не равна его степени черноты. Величина $\varepsilon_с$ есть степень черноты стенки.

Если в газе имеются взвешенные частицы сажи, золы и другие мелкие механические примеси, то степень черноты такого запыленного потока значительно возрастает. В топках котлов и других камерах сгорания на теплообмен, кроме того, значительное влияние оказывает излучение пламени. Расчет теплообмена в топках и камерах сгорания проводится по специальным эмпирическим нормативным методам, которые периодически уточняются и совершенствуются.

ГЛАВА ШЕСТАЯ

ПРОЦЕССЫ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

6-1. СЛОЖНЫЙ ТЕПЛООБМЕН И ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

1. **Сложный теплообмен.** Разделение общего процесса переноса теплоты на элементарные явления — теплопроводность, конвекцию и тепловое излучение — производится в основном из методологических соображений. В действительности же эти явления протекают одновременно и, конечно, как-то влияют друг на друга. Конвекция, например, часто сопровождается тепловым излучением, теплопроводность в пористых телах — конвекцией и излучением в порах, а тепловое излучение — теплопроводностью и конвекцией.

В практических расчетах разделение таких сложных процессов на элементарные явления не всегда возможно и целесообразно.

Обычно результат совокупного действия отдельных элементарных явлений приписывается одному из них, которое и считается главным. Влияние же остальных (второстепенных) явлений сказывается лишь на количественной характеристике основного. Так, например, при распространении теплоты в пористом теле в качестве основного явления принято считать теплопроводность, а влияние конвекции и теплового излучения в порах учитывается соответственным увеличением значения коэффициента теплопроводности.

Процесс переноса теплоты между потоком излучающего газа и стенкой также является результатом совокупного действия конвективного теплообмена и теплового излучения; это так называемый сложный теплообмен. Здесь в качестве основного явления обычно принимается конвекция. В этом случае количественной характеристикой процесса является коэффициент теплоотдачи $\alpha_0 = \alpha_к + \alpha_л$, где $\alpha_к$ учитывает действие конвекции и теплопроводности, а $\alpha_л$ — действие теплового излучения.

Если $t_ж$ — температура газа и $t_с$ — температура тепловоспринимающей стенки, то каждой единице поверхности этой стенки передается теплота путем соприкосновения

$$q_к = \alpha_к (t_ж - t_с) \qquad (а)$$

и путем теплового излучения

$$q_л = \varepsilon c_0 \left[\left(\frac{T_ж}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_с}{100}\right)^4\right]. \qquad (б)$$

Суммируя выражения (а) и (б), имеем:

$$q_0 = q_к + q_л = \alpha_к (t_ж - t_с) + \varepsilon c_0 \left[\left(\frac{T_ж}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_с}{100}\right)^4\right]. \qquad (в)$$

Так как $t_ж - t_с = T_ж - T_с$, то, вынося эту разность в выражении (в) за скобки, получаем:

$$q_0 = \left\{\alpha_к + \varepsilon c_0 \left[\frac{\left(\frac{T_ж}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_с}{100}\right)^4}{T_ж - T_с}\right]\right\} (t_ж - t_с) \qquad (г)$$

или

$$q_0 = (\alpha_к + \alpha_л)(t_ж - t_с) = \alpha_0 (t_ж - t_с), \qquad (6\text{-}1)$$

где $\alpha_к$ — коэффициент теплоотдачи соприкосновением; $\alpha_л$ — коэффициент теплоотдачи излучением; α_0 — общий (суммарный) коэффициент теплоотдачи.

Из уравнений (6-1) и (г) имеем:

$$\alpha_л = \varepsilon c_0 \cdot 10^{-8} (T_ж^4 - T_с^4)/(T_ж - T_с) =$$
$$= \varepsilon c_0 \left[10^{-8} (T_ж^3 + T_ж^2 T_с + T_ж T_с^2 + T_с^3)\right] = \varepsilon c_0 \theta, \qquad (6\text{-}2)$$

где ε — приведенная степень черноты системы; c_0 — коэффициент

излучения абсолютно черного тела, равный 5,67 Вт/(м$^2\cdot$К^4); θ — температурный коэффициент.

Значение θ зависит только от температур $t_ж$ и $t_с$ (рис. 6-1). Значение же ε выбирается согласно данным, приведенным в гл. 5. Обозначим $(T_ж + T_с)/2 = T_m$. Тогда, если $0,9 \leqslant T_ж/T_с \leqslant 1,1$, можно считать, что

$$\theta \approx 0,04 \left(\frac{T_m}{100}\right)^3$$

и

$$\alpha_л = 0,04\varepsilon c_0 \left(\frac{T_m}{100}\right)^3.$$

При таком допущении ошибка получается меньше 1%.

Наконец, когда стенка омывается капельной жидкостью, например, водой, тогда $\alpha_л = 0$ и $\alpha_0 = \alpha_к$. В дальнейшем, если нет особой оговорки, буквой α мы будем обозначать общий или суммарный коэффициент теплоотдачи, учитывающий как конвекцию, как и тепловое излучение.

В случае же, если в качестве основного принят процесс теплового излучения,

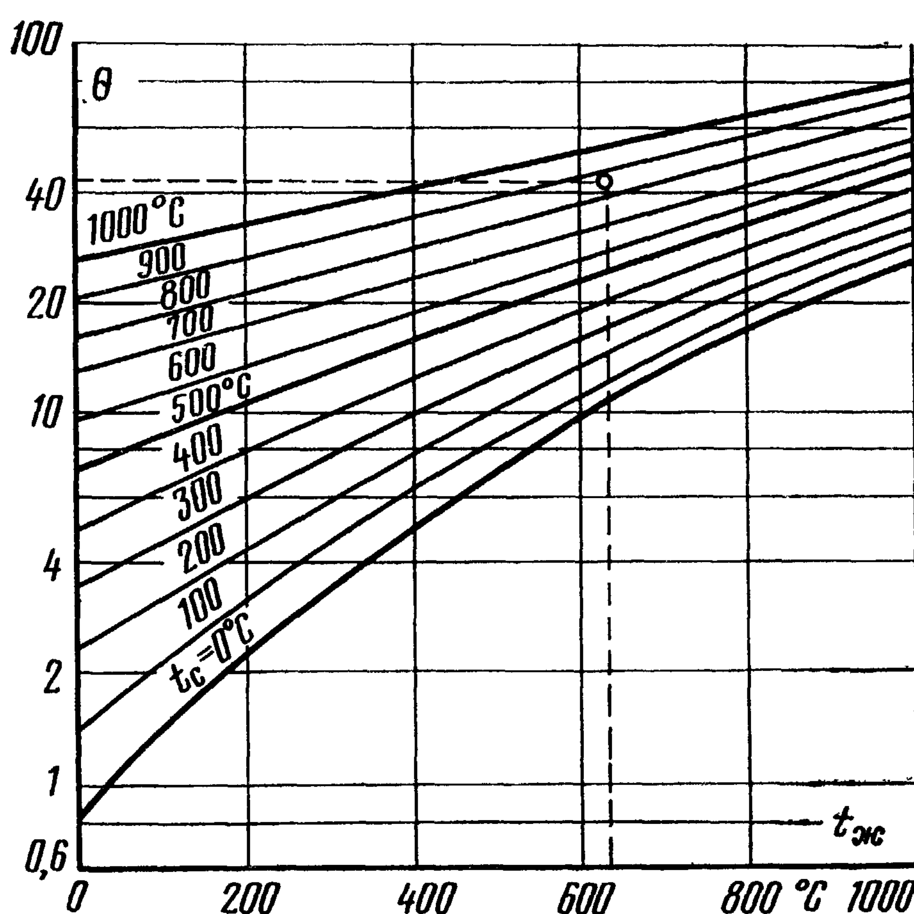


Рис. 6-1. Зависимость $\theta = f(t_ж, t_с)$.

расчетная формула суммарной теплоотдачи будет иметь вид:

$$q_0 = (\varepsilon_к + \varepsilon) c_0 \left[\left(\frac{T_ж}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_с}{100}\right)^4\right]. \qquad (6\text{-}3)$$

Участие в процессе конвективного теплообмена здесь учитывается увеличением приведенной степени черноты системы за счет $\varepsilon_к$, определяемого по формуле:

$$\varepsilon_к = \frac{\alpha_к (t_ж - t_с)}{c_0 \left[\left(\frac{T_ж}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_с}{100}\right)^4\right]} = \frac{\alpha_к}{c_0 \theta}. \qquad (д)$$

2. **Теплопередача.** При рассмотрении процесса переноса теплоты от нагретого теплоносителя к холодному через твердую стенку задача еще более усложняется. Здесь процесс определяется сово-

7*

купным действием рассмотренных элементарных явлений. В качестве примера возьмем парогенератор. Здесь от горячих газов к внешней поверхности кипятильных труб перенос теплоты осуществляется теплопроводностью, конвекцией и тепловым излучением; через стенку трубы — только теплопроводностью; от внутренней поверхности к воде — конвекцией и теплопроводностью. Отсюда следует, что теплопроводность, конвекция и тепловое излучение являются лишь частными условиями общего процесса переноса теплоты. Количественной характеристикой этого процесса является коэффициент теплопередачи k, значение которого определяет количество теплоты, переданное в единицу времени через единицу поверхности стенки от одной жидкости к другой при разности температур между ними в один градус. При этом расчетная формула имеет следующий вид:

$$Q = k(t_{ж1} - t_{ж2})F. \qquad (e)$$

Физическая сторона сложного процесса теплопередачи всецело определяется явлениями теплопроводности, конвекции и теплового излучения, а коэффициент теплопередачи является лишь количественной, чисто расчетной характеристикой процесса. Взаимная связь между коэффициентами теплопередачи, с одной стороны, и коэффициентами теплопроводности и теплоотдачи — с другой, зависит от формы стенки, отделяющей горячую жидкость от холодной; эта связь рассматривается ниже.

6-2. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ЧЕРЕЗ СТЕНКИ

1. **Однослойная плоская стенка.** Имеется однородная плоская стенка с коэффициентом теплопроводности λ и толщиной δ. По одну сторону стенки находится горячая среда с температурой $t_{ж1}$, по другую — холодная с температурой $t_{ж2}$. Температуры поверхностей стенки неизвестны, обозначим их буквами t_{c1} и t_{c2} (рис. 6-2). Задано значение суммарного коэффициента теплоотдачи на горячей стороне α_1, на холодной — α_2.

При установившемся тепловом состоянии количество теплоты, переданное от горячей жидкости к стенке, равно количеству теплоты, переданному через стенку, и количеству теплоты, отданному от стенки к холодной жидкости. Следовательно, для плотности теплового потока q можно написать три выражения:

$$\left.\begin{aligned} q &= \alpha_1 (t_{ж1} - t_{c1}); \\ q &= \frac{\lambda}{\delta} (t_{c1} - t_{c2}); \\ q &= \alpha_2 (t_{c2} - t_{ж2}). \end{aligned}\right\} \qquad (a)$$

Из этих уравнений определяются частные температурные напоры, а именно:

$$\left.\begin{aligned} t_{ж1}-t_{с1}&=q\frac{1}{\alpha_1};\\ t_{с1}-t_{с2}&=q\frac{\delta}{\lambda};\\ t_{с2}-t_{ж2}&=q\frac{1}{\alpha_2}. \end{aligned}\right\} \qquad (б)$$

Складывая их, получаем полный температурный напор:

$$t_{ж\,1}-t_{ж\,2}=q\left(\frac{1}{\alpha_1}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_2}\right), \qquad (в)$$

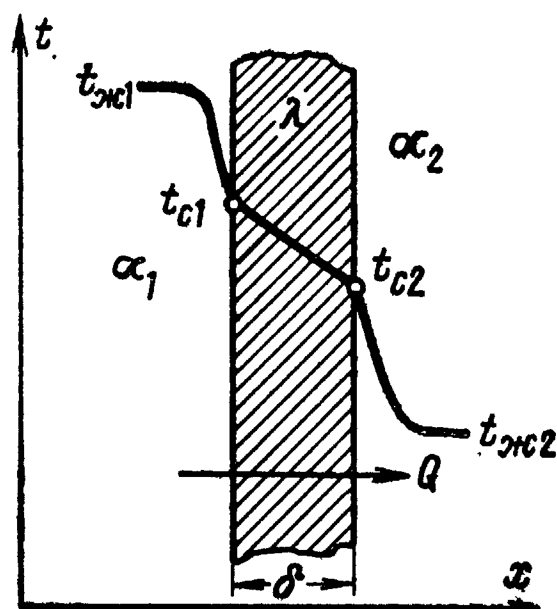


Рис. 6-2. Теплопередача через однослойную плоскую стенку; характер изменения температуры в теплоносителях и разделяющей их стенке.

из которого определяется значение плотности теплового потока

$$q=\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_2}}(t_{ж1}-t_{ж2})=k\,(t_{ж1}-t_{ж2}) \qquad (6\text{-}4)$$

и значение коэффициента теплопередачи

$$k=\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_2}}. \qquad (6\text{-}5)$$

Таким образом, чтобы вычислить значение коэффициента теплопередачи k для плоской стенки, необходимо знать толщину этой стенки δ, коэффициент теплопроводности λ и значения коэффициентов теплоотдачи α_1 и α_2.

Величина, обратная коэффициенту теплопередачи, называется *общим термическим сопротивлением теплопередачи*. Из уравнения (6-5) эта величина равна:

$$R=\frac{1}{k}=\frac{1}{\alpha_1}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{\alpha_2}. \qquad (г)$$

Из этого соотношения следует, что общее термическое сопротивление равно сумме частных:

$$R=R_{\alpha1}+R_{\lambda}+R_{\alpha2},$$

где $R_{\alpha1}=1/\alpha_1$ — частное термическое сопротивление теплоотдачи со стороны горячего теплоносителя; $R_{\lambda}=\delta/\lambda$ — частное термическое сопротивление теплопроводности (стенки); $R_{\alpha2}=1/\alpha_2$ — частное термическое сопротивление теплоотдачи со стороны холодного теплоносителя.

2. **Многослойная плоская стенка.** Рассматривается стенка, состоящая из нескольких, например двух, слоев (рис. 6-3). Толщины

слоев δ_1 и δ_2, коэффициенты теплопроводности λ_1 и λ_2. С одной стороны находится горячая среда с температурой $t_{ж1}$, с другой — холодная с температурой $t_{ж2}$. Значение суммарного коэффициента теплоотдачи с горячей стороны α_1, с холодной α_2.

При установившемся тепловом состоянии системы плотность теплового потока постоянна и поэтому можно написать:

$$\left.\begin{aligned} q &= \alpha_1 (t_{ж1} - t_{с1}); \\ q &= \frac{\lambda_1}{\delta_1} (t_{с1} - t_{с2}); \\ q &= \frac{\lambda_2}{\delta_2} (t_{с2} - t_{с3}); \\ q &= \alpha_2 (t_{с3} - t_{ж2}). \end{aligned}\right\} \qquad (д)$$

Из этих уравнений определяются частные температурные напоры:

$$\left.\begin{aligned} t_{ж1} - t_{с1} &= q \frac{1}{\alpha_1}; \\ t_{с1} - t_{с2} &= q \frac{\delta_1}{\lambda_1}; \\ t_{с2} - t_{с3} &= q \frac{\delta_2}{\lambda_2}; \\ t_{с3} - t_{ж2} &= q \frac{1}{\alpha_2}. \end{aligned}\right\} \qquad (е)$$

Складывая раздельно левые и правые части уравнений, получаем полный температурный напор

$$t_{ж1} - t_{ж2} = q\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2}\right),$$

из которого определяется значение плотности теплового потока

$$q = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2}} (t_{ж1} - t_{ж2}) = k (t_{ж1} - t_{ж2}) \qquad (6\text{-}6)$$

и значение коэффициента теплопередачи для двухслойной плоской стенки

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2}}. \qquad (6\text{-}7)$$

Распределение температур при теплопередаче через плоскую одно- и многослойную стенки представлено соответственно на рис. 6-2 и 6-3.

Неизвестные температуры t_{c1}, t_{c2} и t_{c3} могут быть определены из уравнений (е):

$$t_{c1}=t_{ж1}-q\frac{1}{\alpha_1};$$

$$t_{c2}=t_{c1}-q\frac{\delta_1}{\lambda_1};$$

$$t_{c3}=t_{ж2}+q\frac{1}{\alpha_2}.$$

Если стенка состоит из нескольких слоев толщиной δ_1, δ_2, ..., δ_n и коэффициенты теплопроводности их соответственно λ_1, λ_2, ..., λ_n, то общее термическое сопротивление теплопередачи будет равно:

$$\frac{1}{k}=\frac{1}{\alpha_1}+\frac{\delta_1}{\lambda_1}+\frac{\delta_2}{\lambda_2}+\ldots+\frac{\delta_n}{\lambda_n}+\frac{1}{\alpha_2}$$

или

$$R=\frac{1}{k}=\frac{1}{\alpha_1}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i}+\frac{1}{\alpha_2}. \qquad (ж)$$

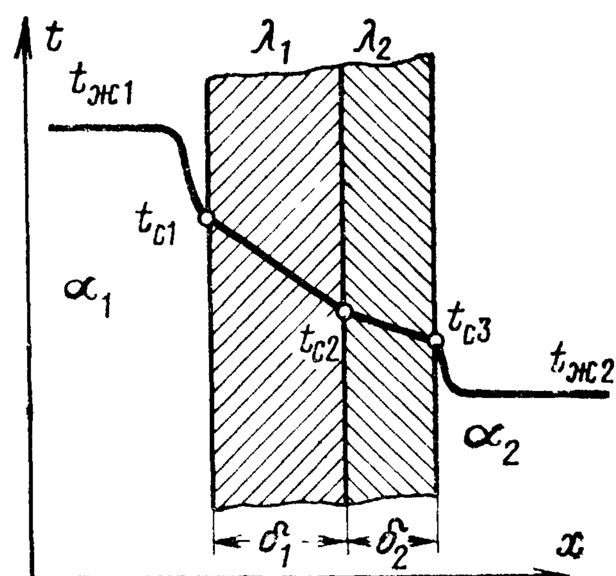


Рис. 6-3. Теплопередача через многослойную плоскую стенку.

В этом случае уравнение (6-5) принимает вид:

$$k=\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1}+\frac{\delta_1}{\lambda_1}+\frac{\delta_2}{\lambda_2}+\ldots+\frac{\delta_n}{\lambda_n}+\frac{1}{\alpha_2}}$$

или

$$k=\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1}+\sum_{i=1}^{n}\frac{\delta_i}{\lambda_i}+\frac{1}{\alpha_2}}. \qquad (6\text{-}7a)$$

Температуры стенки можно определить и графически. Один из таких способов был описан в гл. 1. Поэтому мы здесь рассмотрим второй, который основан на замене термического сопротивления горячей и холодной среды термическим сопротивлением твердой стенки с таким же коэффициентом теплопроводности, как и действительная стенка.

Пусть температуры наружных поверхностей воображаемой стенки соответственно равны температурам горячей и холодной среды $t_{ж1}$ и $t_{ж2}$ (рис. 6-4). Количество передаваемой теплоты остается без изменения. Тогда общая толщина Δ этой воображаемой стенки определяется из соотношения

$$q=k(t_{ж1}-t_{ж2})=\frac{\lambda}{\Delta}(t_{ж1}-t_{ж2}), \qquad (з)$$

откуда

$$\Delta = \lambda \frac{1}{k} = \lambda \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right) = \frac{\lambda}{\alpha_1} + \delta + \frac{\lambda}{\alpha_2}.$$

Здесь величины λ/α_1 и λ/α_2 имеют размерность длины, м, они определяют собой эквивалентные толщины. При графическом построении сначала строится реальная стенка толщиной δ (в любом масштабе), затем по одну сторону от нее в том же масштабе откладывается значение λ/α_1, а по другую — значение λ/α_2. Из крайних точек a и b по вертикали в некотором масштабе откладываются значения температур $t_{ж1}$ и $t_{ж2}$. Полученные точки A и C соединяются прямой линией. Точки пересечения этой прямой с поверхностями

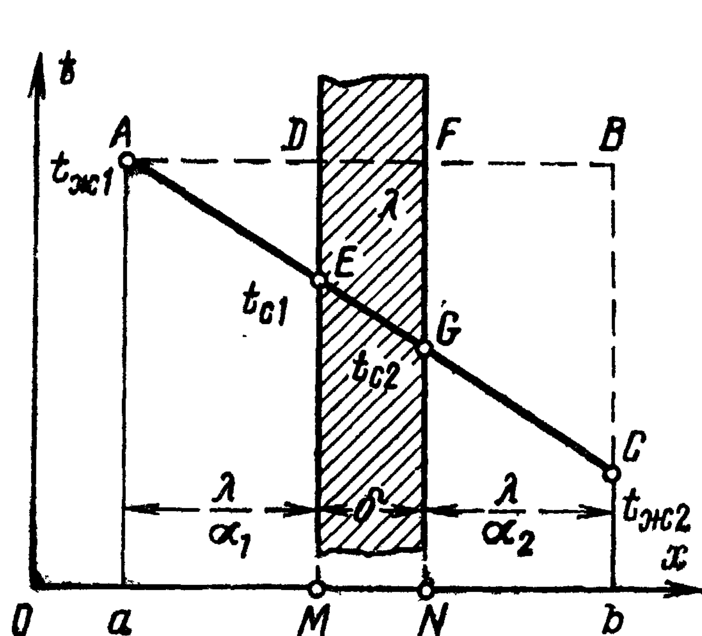


Рис. 6-4. Графический способ определения температур на поверхности стенки.

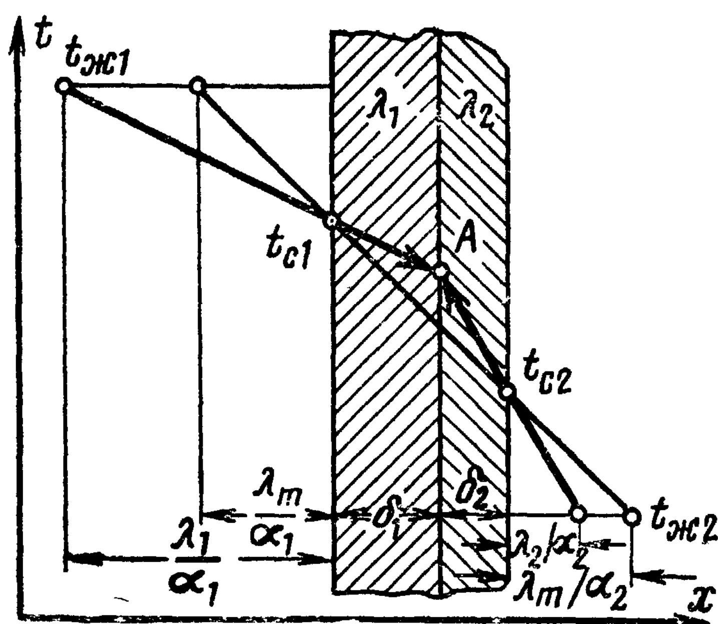


Рис. 6-5. Графическое определение температуры на поверхности и в плоскости соприкосновения слоев двухслойной стенки.

действительной стенки дают значения искомых температур t_{c1} и t_{c2}.

Действительно, из подобия треугольников ABC и ADE имеем, что $DE/BC = AD/AB$, откуда

$$DE = BC \frac{AD}{AB} = (t_{ж1} - t_{ж2}) \frac{\frac{\lambda}{\alpha_1}}{\frac{\lambda}{\alpha_1} + \delta + \frac{\lambda}{\alpha_2}} = k \frac{t_{ж1} - t_{ж2}}{\alpha_1} = q \frac{1}{\alpha_1}.$$

Согласно уравнению (б) $q \frac{1}{\alpha_1} = t_{ж1} - t_{c1}$; следовательно, отрезок $ME = MD - ED = t_{ж1} - (t_{ж1} - t_{c1}) = t_{c1}$. Таким же путем можно показать, что отрезок NG в выбранном масштабе температуры равен t_{c2}.

Если стенка многослойная и требуется определить лишь температуру наружных поверхностей, то построение производят точно

таким же образом, как и для однослойной стенки, имея дело лишь со средним коэффициентом теплопроводности $\lambda_m = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} \delta_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} \dfrac{\delta_i}{\lambda_i}}$ многослойной стенки (рис. 6-5). Температура же между слоями в точке A определяется по пересечению двух лучей (способ построения виден из рис. 6-5).

Пример 6-1. Определить потерю теплоты через 1 м² кирпичной обмуровки котла толщиной $\delta = 250$ мм и температуры стенки t_{c1} и t_{c2}, если температура газов $t_{ж1} = 600°$ С, температура воздуха $t_{ж2} = 30°$ С, коэффициент теплоотдачи со стороны газов $\alpha_1 = 20$ Вт/(м²·°С), коэффициент теплоотдачи со стороны воздуха $\alpha_2 = 8$ Вт/(м²·°С) и коэффициент теплопроводности обмуровки $\lambda = 0,7$ Вт/(м·°С).

Согласно уравнению (6-5)

$$k = \frac{1}{1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2} = \frac{1}{1/20 + 0,25/0,7 + 1/8} = \frac{1}{0,05 + 0,36 + 0,125} =$$

$$= \frac{1}{0,535} = 1,87 \text{ Вт/(м}^2\cdot{}^\circ\text{С)}.$$

Подставляя это значение в уравнение (6-4), имеем:

$$q = k\,(t_{ж1} - t_{ж2}) = 1,87\,(600 - 30) = 1065 \text{ Вт/м}^2.$$

Наконец, из уравнения (б)

$$t_{c1} = t_{ж1} - q\frac{1}{\alpha_1} = 600 - \frac{1065}{20} = 546\,{}^\circ\text{C};$$

$$t_{c2} = t_{ж2} + q\frac{1}{\alpha_2} = 30 + \frac{1065}{8} = 163\,{}^\circ\text{C}.$$

3. **Однородная цилиндрическая стенка.** Пусть имеется цилиндрическая стенка (труба) с внутренним диаметром d_1, внешним d_2 и длиной l. Стенка трубы однородна; ее коэффициент теплопроводности λ. Внутри трубы горячая среда с температурой $t_{ж1}$, а снаружи — холодная с температурой $t_{ж2}$. Температуры поверхностей стенки неизвестны, обозначим их через t_{c1} и t_{c2} (рис. 6-6). Со стороны горячей среды суммарный коэффициент теплоотдачи α_1, а со стороны холодной α_2.

При установившемся тепловом состоянии системы количество теплоты, отданное горячей и воспринятое холодной средой, одно и то же. Следовательно, можно написать:

$$\left.\begin{aligned} q_l &= \frac{Q}{l} = \alpha_1 \pi d_1 (t_{ж1} - t_{c1}); \\ q_l &= \frac{2\pi\lambda\,(t_{c1} - t_{c2})}{\ln\dfrac{d_2}{d_1}}; \\ q_l &= \alpha_2 \pi d_2 (t_{c2} - t_{ж2}). \end{aligned}\right\} \quad (и)$$

Из этих соотношений определяем частные температурные напоры:

$$\left.\begin{aligned} t_{ж1}-t_{с1}&=\frac{q_l}{\pi}\frac{1}{\alpha_1 d_1};\\ t_{с1}-t_{с2}&=\frac{q_l}{\pi}\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1};\\ t_{с2}-t_{ж2}&=\frac{q_l}{\pi}\frac{1}{\alpha_2 d_2}.\end{aligned}\right\} \qquad (к)$$

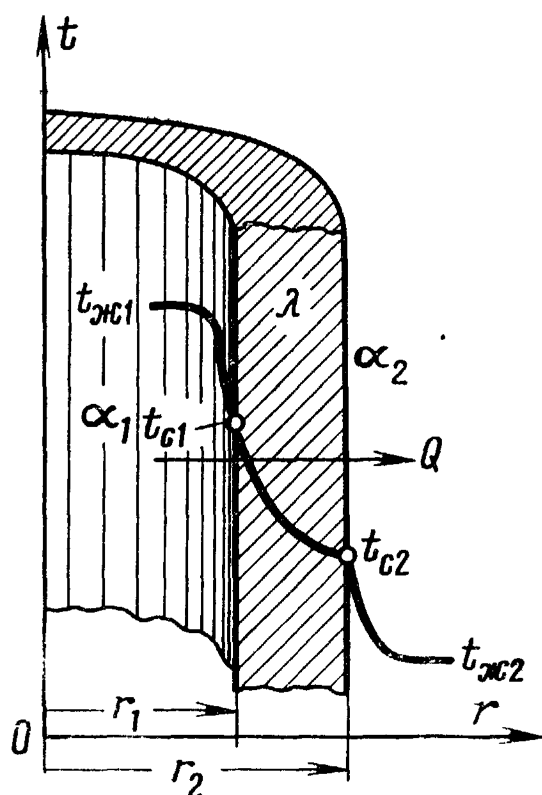


Рис. 6-6. Теплопередача через однослойную цилиндрическую стенку.

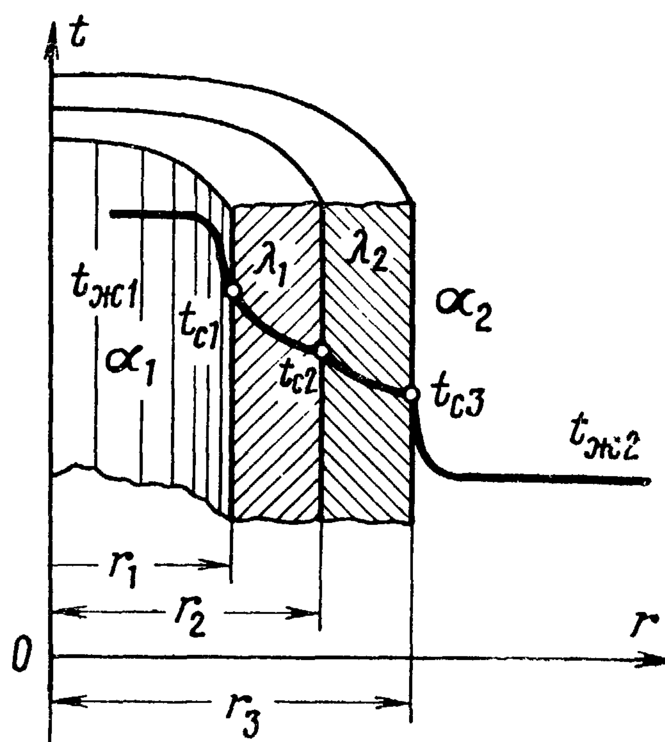


Рис. 6-7. Теплопередача через многослойную цилиндрическую стенку.

Складывая уравнения системы (к), получаем полный температурный напор

$$t_{ж1}-t_{ж2}=\frac{q_l}{\pi}\left(\frac{1}{\alpha_1 d_1}+\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1}+\frac{1}{\alpha_2 d_2}\right). \qquad (л)$$

Из уравнения (л) определяется значение линейной плотности теплового потока q_l:

$$q_l=\frac{\pi(t_{ж1}-t_{ж2})}{\dfrac{1}{\alpha_1 d_1}+\dfrac{1}{2\lambda}\ln\dfrac{d_2}{d_1}+\dfrac{1}{\alpha_2 d_2}}=k_l\pi(t_{ж1}-t_{ж2}), \qquad (6\text{-}8)$$

откуда линейный коэффициент теплопередачи (на 1 м длины трубы)

$$k_l=\frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1 d_1}+\dfrac{1}{2\lambda}\ln\dfrac{d_2}{d_1}+\dfrac{1}{\alpha_2 d_2}}. \qquad (6\text{-}9)$$

Величина, обратная линейному коэффициенту теплопередачи, $1/k_l$ называется линейным термическим сопротивлением теплопередачи.

Из уравнения (6-9) имеем:

$$R_l = \frac{1}{k_l} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}.$$

Последнее означает, что общее термическое сопротивление равно сумме частных — термического сопротивления теплопроводности стенки $\frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}$ и термических сопротивлений теплоотдачи $1/\alpha_1 d_1$ и $1/\alpha_2 d_2$. Значения t_{c1} и t_{c2} определяются из уравнений (к).

4. **Многослойная цилиндрическая стенка.** В этом случае рассматривается передача теплоты через многослойную, например двухслойную, цилиндрическую стенку. Диаметры и коэффициенты теплопроводности отдельных слоев известны (рис. 6-7). Температура горячей среды $t_{ж1}$, холодной $t_{ж2}$. Коэффициент теплоотдачи со стороны горячей среды α_1, а со стороны холодной α_2. Температуры поверхностей t_{c1} и t_{c3} а также температура в месте соприкосновения разнородных цилиндрических слоев t_{c2} неизвестны.

При установившемся тепловом состоянии системы можно записать:

$$\left.\begin{aligned} q_l &= \alpha_1 \pi d_1 (t_{ж1} - t_{c1}); \\ q_l &= \frac{\pi (t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1}}; \\ q_l &= \frac{\pi (t_{c2} - t_{c3})}{\frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2}}; \\ q_l &= \alpha_2 \pi d_3 (t_{c3} - t_{ж2}). \end{aligned}\right\} \quad (м)$$

Определяем частные температурные напоры:

$$\left.\begin{aligned} t_{ж1} - t_{c1} &= \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{\alpha_1 d_1}; \\ t_{c1} - t_{c2} &= \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1}; \\ t_{c2} - t_{c3} &= \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2}; \\ t_{c3} - t_{ж2} &= \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{\alpha_2 d_3}. \end{aligned}\right\} \quad (н)$$

Складывая левые и правые части уравнений (н), получаем полный температурный напор

$$t_{ж1} - t_{ж2} = \frac{q_l}{\pi} \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3} \right)$$

и значение линейной плотности теплового потока

$$q_l = \frac{\pi (t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3}}. \quad (6\text{-}10)$$

Распределение температур при теплопередаче через однослойную и многослойную цилиндрические стенки показано на рис. 6-6 и 6-7 соответственно.

Линейный коэффициент теплопередачи для двухслойной стенки

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3}}, \quad (о)$$

а общее термическое сопротивление $R_l = 1/k_l$.

Для многослойной стенки трубы

$$R_l = \frac{1}{k_l} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}} \quad (п)$$

и

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}}}. \quad (6\text{-}11)$$

Чтобы определить неизвестные температуры стенки $t_{с1}$, $t_{с2}$, $t_{с3}$, надо значение q_l из уравнения (6-10) подставить в уравнения (н). Решая их, получаем:

$$t_{с1} = t_{ж1} - \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{\alpha_1 d_1};$$

$$t_{с2} = t_{ж1} - \frac{q_l}{\pi} \left(\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1} \right); \quad t_{с3} = t_{ж2} + \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{\alpha_2 d_3}. \quad (р)$$

Способ определения температуры между слоями описан в гл. 1.

Расчетные формулы теплопередачи для труб довольно громоздки, поэтому при практических расчетах применяются некоторые упрощения. Если толщина стенки не очень велика, то вместо формулы (6-8) в расчетах применяется формула для плоской стенки (6-4), которая в этом случае (в применении к трубе длиной 1 м) принимает вид:

$$q_l = k\pi d_x (t_{ж1} - t_{ж2}) = \frac{\pi d_x (t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}, \quad (6\text{-}12)$$

где k — коэффициент теплопередачи для плоской стенки, рассчитанный по формуле (6-5), d_x — средний диаметр стенки; δ — ее толщина, равная полуразности диаметров.

При этом если $d_1/d_2 > 0,5$, то погрешность расчета не превышает 4%. Эта погрешность снижается, если при выборе d_x соблюдать следующее правило:

1) если $\alpha_1 \gg \alpha_2$, то $d_x = d_2$;
2) если $\alpha_1 \approx \alpha_2$, то $d_x = 0,5(d_1 + d_2)$;
3) если $\alpha_1 \ll \alpha_2$, то $d_x = d_1$,

т. е. при расчете теплопередачи по формуле (6-12) вместо d_x берется тот диаметр, со стороны которого коэффициент теплоотдачи имеет меньшее значение. Если же значения коэффициентов теплоотдачи α_1 и α_2 одного порядка, то d_x равно среднеарифметическому между внутренним (d_1) и внешним (d_2) диаметрами трубы. При проведении расчетов как по формуле (6-8), так и по формуле (6-12) всегда следует иметь в виду, что в целях упрощения расчета относительно малыми сопротивлениями можно и следует пренебрегать.

Пример 6-2. Паропровод диаметром 200/216 мм покрыт слоем совелитовой изоляции толщиной 120 мм, коэффициент теплопроводности которой $\lambda_2 = 0,1$ Вт/(м·°С). Температура пара $t_{ж1} = 300$°С и окружающего воздуха $t_{ж2} = 25$°С. Кроме того, заданы коэффициент теплопроводности стенки $\lambda_1 = 40$ Вт/(м·°С), $\alpha_1 = 100$ и $\alpha_2 = 8,5$ Вт/(м²·°С). Требуется определить линейный коэффициент теплопередачи, линейную плотность теплового потока и температуру в месте соприкосновения паропровода с изоляцией.

Согласно условию задачи $d_1 = 0,2$ м, $d_2 = 0,216$ м и $d_3 = (0,216 + 2 \cdot 0,120) = 0,456$ м. Далее на основании формулы (6-9) имеем:

$$k_l = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1 d_1} + \dfrac{1}{2\lambda_1} \ln \dfrac{d_2}{d_1} + \dfrac{1}{2\lambda_2} \ln \dfrac{d_3}{d_2} + \dfrac{1}{\alpha_2 d_3}} =$$

$$= \frac{4}{\dfrac{1}{100 \cdot 0,2} + \dfrac{2,3}{2.40} \lg \dfrac{0,216}{0,200} + \dfrac{2,3}{2 \cdot 0,1} \lg \dfrac{0,456}{0,216} + \dfrac{1}{8,5 \cdot 0,456}} =$$

$$= \frac{1}{0,05 + 0,0009 + 3,73 + 0,258} = 0,248 \text{ Вт/(м·°С)}.$$

Первые два члена общего термического сопротивления по сравнению с остальными малы, при расчетах ими можно было бы пренебречь. На основании формулы (5-8)

$$q_l = k_l \pi (t_{ж1} - t_{ж2}) = 0,248 \cdot 3,14 (300 - 25) = 214 \text{ Вт/м}.$$

И, наконец, согласно формуле (н):

$$t_{с3} = t_{ж2} + \frac{q_l}{\pi} \frac{1}{\alpha_2 d_3} = 25 + \frac{214}{3,14} \cdot 0,258 = 25 + 17,5 = 42,5 \text{ °С}.$$

5. **Шар.** Пусть внутренний диаметр шара равен d_1, внешний d_2 и коэффициент теплопроводности стенки λ. Внутри шара находится горячая жидкость с температурой $t_{ж1}$, снаружи — холодная с температурой $t_{ж2}$. Значения коэффициентов теплоотдачи соответственно α_1 и α_2. Температуры поверхностей стенки неизвестны, обозначим их через $t_{с1}$ и $t_{с2}$ (рис. 6-8).

При стационарном тепловом состоянии системы количество теплоты, переданное от горячей жидкости к холодной, можно выразить тремя уравнениями:

$$\left.\begin{aligned} Q &= \alpha_1 \pi d_1^2 (t_{ж1} - t_{с1}); \\ Q &= \frac{2\pi\lambda}{\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}} (t_{с1} - t_{с2}); \\ Q &= \alpha_2 \pi d_2^2 (t_{с2} - t_{ж2}). \end{aligned}\right\} \quad (c)$$

Из этих уравнений определяется значение Q:

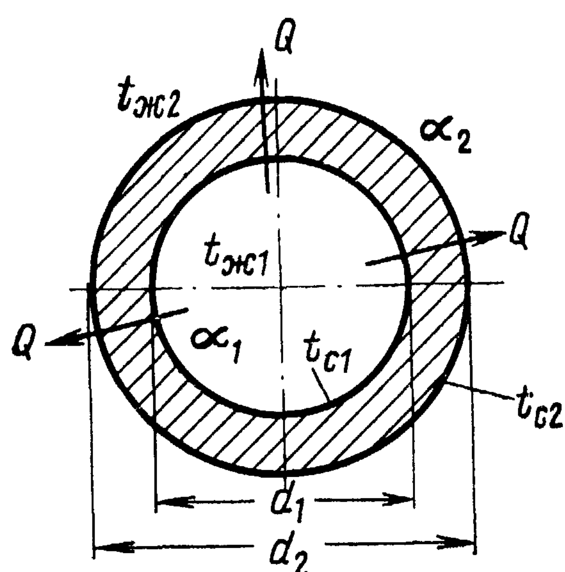


Рис. 6-8. Теплопередача через шаровую стенку.

$$Q = \frac{\pi (t_{ж1} - t_{ж2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2\lambda}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2 d_2^2}} = k_ш \pi (t_{ж1} - t_{ж2}). \quad (6\text{-}13)$$

Следовательно, коэффициент теплопередачи для шаровой стенки определяется соотношением

$$k_ш = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2\lambda}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2 d_2^2}}. \quad (6\text{-}14)$$

Обратная величина $1/k_ш$ называется общим термическим сопротивлением теплопередачи шаровой стенки:

$$R_ш = \frac{1}{k_ш} = \frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2\lambda}\left(\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}\right) + \frac{1}{\alpha_2 d_2^2}.$$

При практических расчетах надо проверять соотношение термических сопротивлений; относительно малыми из них всегда можно пренебречь.

6-3. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ЧЕРЕЗ СЛОЖНЫЕ СТЕНКИ

1. **Ребристые поверхности.** При теплопередаче через плоскую стенку термические сопротивления теплоотдачи определяются через $1/\alpha_1$ и $1/\alpha_2$. При теплопередаче через цилиндрическую стенку термические сопротивления определяются не только значениями коэффициентов теплоотдачи, но и значениями диаметров, т. е. $1/\alpha_1 d_1$ и $1/\alpha_2 d_2$. При теплопередаче через шаровую стенку влияние диаметров сказывается еще сильнее; здесь термические сопротивления теплоотдачи соответственно $1/\alpha_1 d_1^2$ и $1/\alpha_2 d_2^2$. Это обстоятельство обусловливается тем, что внешняя поверхность трубы и шара больше внутренней. Из этого следует, что, увеличивая поверхность

путем оребрения, можно существенно уменьшить ее общее термическое сопротивление и тем самым интенсифицировать процесс теплопередачи.

Рассмотрим плоскую стенку толщиной δ, коэффициент теплопроводности которой λ. Одна сторона этой стенки снабжена ребрами из того же материала (рис. 6-9). С гладкой стороны поверхность равна F_1, а с оребренной F_2, последняя составляется из поверхности ребер и поверхности самой стенки между ребрами. Температура горячей жидкости, омывающей гладкую сторону, $t_{ж1}$, а температура этой поверхности $t_{с1}$. Температура же холодной жидкости, омывающей оребренную сторону, $t_{ж2}$, а температура этой поверхности $t_{с2}$. Значения коэффициентов теплоотдачи соответственно α_1 и α_2, причем $\alpha_2 \ll \alpha_1$.

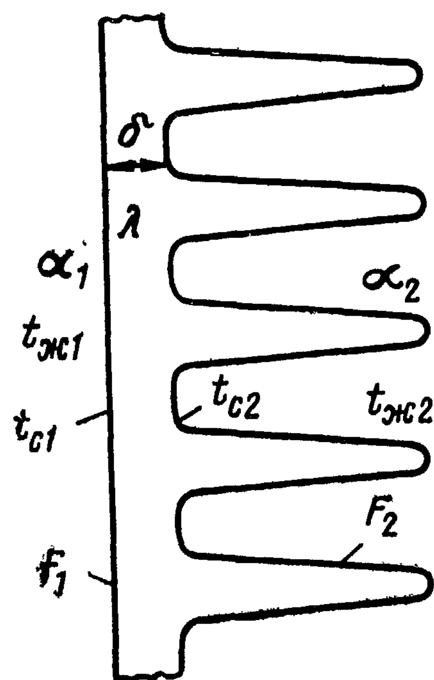


Рис. 6-9. Теплопередача через ребристую стенку.

При установившемся тепловом состоянии системы количество переданной теплоты Q может быть выражено тремя уравнениями:

$$\left.\begin{aligned} Q &= \alpha_1 F_1 (t_{ж1} - t_{с1}); \\ Q &= \frac{\lambda}{\delta} F_1 (t_{с1} - t_{с2}); \\ Q &= \alpha_2 F_2 (t_{с2} - t_{ж2}). \end{aligned}\right\} \qquad (а)$$

Определяя отсюда частные температурные напоры, получаем:

$$\left.\begin{aligned} t_{ж1} - t_{с1} &= Q \frac{1}{\alpha_1 F_1}; \\ t_{с1} - t_{с2} &= Q \frac{\delta}{\lambda} \frac{1}{F_1}; \\ t_{с2} - t_{ж2} &= Q \frac{1}{\alpha_2 F_2}. \end{aligned}\right\} \qquad (б)$$

Складывая уравнения системы (б), получаем полный температурный напор

$$t_{ж1} - t_{ж2} = Q \left(\frac{1}{\alpha_1 F_1} + \frac{\delta}{\lambda} \frac{1}{F_1} + \frac{1}{\alpha_2 F_2} \right). \qquad (в)$$

Из уравнения (в) определяется значение Q:

$$Q = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1 F_1} + \dfrac{\delta}{\lambda} \dfrac{1}{F_1} + \dfrac{1}{\alpha_2 F_2}} (t_{ж1} - t_{ж2}) = k_р (t_{ж1} - t_{ж2}), \qquad (6\text{-}15)$$

а также значение коэффициента теплопередачи $k_р$:

$$k_р = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_1 F_1} + \dfrac{\delta}{\lambda} \dfrac{1}{F_1} + \dfrac{1}{\alpha_2 F_2}}. \qquad (6\text{-}16)$$

Если расчет вести на единицу гладкой поверхности, получим:

$$q_1 = \frac{Q}{F_1} = k_1 (t_{ж1} - t_{ж2}) \qquad (г)$$

и

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \frac{F_1}{F_2}}. \qquad (д)$$

Если же расчет вести на единицу оребренной поверхности, то расчетное уравнение принимает вид:

$$q_2 = \frac{Q}{F_2} = k_2 (t_{ж1} - t_{ж2}) \qquad (е)$$

и

$$k_2 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} \frac{F_2}{F_1} + \frac{\delta}{\lambda} \frac{F_2}{F_1} + \frac{1}{\alpha_2}}. \qquad (ж)$$

Таким образом, если ребристая поверхность задана и значения коэффициентов теплоотдачи α_1 и α_2 известны, то расчет теплопередачи через такую стенку трудностей не представляет. При этом необходимо следить лишь за тем, по какой поверхности ведется расчет, ибо в зависимости от этого численные значения коэффициента теплопередачи будут различны. Отношение площадей оребренной поверхности F_2 и гладкой F_1 называется *коэффициентом оребрения.*

Приведенный здесь расчет теплопередачи через оребренную поверхность относится к случаю, когда оребрение задано. Но наряду с такими расчетами довольно часто требуется сначала рассчитать само оребрение, т. е. установить размеры, количество и способ размещения ребер. В зависимости от их назначения тут могут быть поставлены различные требования: в одних случаях требуется эффективное использование материала, в других — максимальная теплопередача, в третьих — минимальная масса или минимальные размеры, т. е. компактные теплообменники.

При расчете теплопередачи мы полагали, что температура t_{c2} одинакова для всей оребренной поверхности. В действительности же вследствие термического сопротивления температура ребра у вершины ниже, чем у основания. Кроме того, при оребрении поверхности меняются также и общие условия теплообмена как вследствие изменения характера движения жидкости, так и изменения взаимной облученности частей поверхности нагрева. Правильное значение коэффициента теплоотдачи α_2 и распределение темпера-

туры по всей оребренной поверхности могут быть установлены на основе эксперимента.

Оребрение поверхностей нагрева применяется как для выравнивания термических сопротивлений, так и для интенсификации процессов теплопередачи в целом. Имеются теплообменные устройства, например отопительные радиаторы, которые нагреваются водой $[\alpha_1 = (2 \div 5) \cdot 10^3]$, а охлаждаются воздухом $[\alpha_2 = 10 \div 50$ Вт/(м$^2 \cdot$С)]. В таких случаях для интенсификации теплопередачи со стороны меньшего коэффициента теплоотдачи, т. е. воздушной стороны, путем оребрения увеличивается поверхность нагрева. Иногда оребрение производится с обеих сторон, так делают в тех случаях, когда требуется уменьшить размеры теплообменника, а значения α_1 и α_2 малы.

Изготовляются ребристые поверхности по-разному. В одних случаях они являются сплошной отливкой из чугуна, в других ребра изготовляются отдельно и затем прикрепляются к соответствующей поверхности. В последнем случае имеется то преимущество, что ребра можно изготовлять из другого, более теплопроводного материала, чем сама стенка, и вся конструкция может быть выполнена более легкой. Плотный контакт между стенкой и ребрами осуществляется путем насадки ребер в горячем состоянии и последующей пропайки мест соединения. Как правило, плоскость ребра должна быть направлена по движению рабочей жидкости, а при свободном движении — вертикально. Однако иногда с целью искусственной турбулизации потока жидкости и разрушения вязкого подслоя низкие и широко расставленные ребра устанавливаются и поперек потока.

2. **Газовые и жидкостные прослойки.** Имея в виду плохую теплопроводность воздуха, часто с целью снижения тепловых потерь в стенах жилых помещений и в обмуровках тепловых установок оставляют воздушные прослойки. Однако этому назначению воздушные прослойки удовлетворяют лишь при правильном их устройстве и расчете. Прежде всего такие прослойки должны быть герметичными. В противном случае в них возникает проток воздуха и создаются благоприятные условия для интенсификации процесса переноса теплоты.

Перенос теплоты через две твердые стенки и прослойку между ними можно рассматривать как перенос теплоты через сложную трехслойную стенку. Вся задача при этом сводится к правильному выбору значения эффективного коэффициента теплопроводности прослойки. Поэтому условия переноса теплоты через прослойки следует рассмотреть подробнее.

Пусть между плоскими стенками, температуры которых t_{c1} и t_{c2}, имеется газовая прослойка. Толщина этой прослойки δ, а коэффициент теплопроводности заполняющей среды λ (рис. 6-10). Так как через прослойку теплота передается не только путем теплопроводности, но также конвекцией и излучением, то количество теплоты, переданное в единицу времени от горячей поверхности

к холодной через прослойку, равно:

$$Q=k_п(t_{с1}-t_{с2})F+cF\left[\left(\frac{T_{с1}}{100}\right)^4-\left(\frac{T_{с2}}{100}\right)^4\right]$$

или

$$Q=(k_п+\alpha_л)F(t_{с1}-t_{с2}), \qquad (6\text{-}17)$$

где F — площадь поверхности теплообмена; $\alpha_л$ — коэффициент теплоотдачи излучением [см. (6-1)]; $k_п$ — коэффициент теплопередачи через прослойку путем соприкосновения.

При отсутствии конвекции $k_п=\lambda/\delta$; при наличии же конвекции $k_п>\lambda/\delta$.

Для облегчения расчета и упрощения обработки опытных данных сложный процесс передачи теплоты через газовую или жидкостную прослойку путем соприкосновения принято рассматривать как элементарный процесс передачи теплоты путем теплопроводности, вводя при этом некоторый эквивалентный коэффициент теплопроводности $\lambda_{эк}$. В этом случае количество теплоты, переданное путем соприкосновения $Q_с$, должно определяться следующим выражением:

$$Q_с=k_пF(t_{с1}-t_{с2})=\frac{\lambda_{эк}}{\delta}F(t_{с1}-t_{с2}), \qquad (6\text{-}18)$$

откуда $\lambda_{эк}=k_п\delta$.

Следовательно, $\lambda_{эк}$ является таким значением коэффициента теплопроводности среды, при котором через прослойку передавалось бы такое же количество теплоты путем теплопроводности, что и при сложном процессе передачи теплоты. Значение $\lambda_{эк}$ определяется непосредственно по данным, приведенным в гл. 3.

Обозначая отношение $\lambda_{эк}/\lambda$ через $\varepsilon_к$, можно привести следующие расчетные формулы:

а) для плоских прослоек

$$\frac{Q}{F}=q=\left(\varepsilon_к\frac{\lambda}{\delta}+\alpha_л\right)(t_{с1}-t_{с2})=\varepsilon_к\frac{\lambda}{\delta}(t_{с1}-t_{с2})+$$
$$+c_п\left[\left(\frac{T_{с1}}{100}\right)^4-\left(\frac{T_{с2}}{100}\right)^4\right]; \qquad (6\text{-}19)$$

б) для цилиндрических прослоек

$$\frac{Q}{l}=q_l=\frac{2\pi\varepsilon_к\lambda}{\ln\frac{d_2}{d_1}}(t_{с1}-t_{с2})+c_п\pi d_1\left[\left(\frac{T_{с1}}{100}\right)^4-\left(\frac{T_{с2}}{100}\right)^4\right]. \qquad (6\text{-}20)$$

Значение $\varepsilon_к$ берется из графика рис. 3-31 или вычисляется по формулам (3-44) и (3-45).

Если требуется определить перенос теплоты только через прослойку, то расчет по формулам (6-19) и (6-20) дает конечный результат. Но если прослойка является лишь частью сложной стенки, то,

чтобы иметь возможность произвести расчет по формулам для многослойной стенки, необходимо определить эффективный коэффициент теплопроводности $\lambda_{эфф}$ прослойки с учетом передачи теплоты путем излучения. Для плоских прослоек он определяется по формуле

$$\lambda_{эфф} = \frac{Q\delta}{F\,(t_{c1} - t_{c2})} = \left(\varepsilon_к \frac{\lambda}{\delta} + \alpha_л\right)\delta = \varepsilon_к\lambda + \alpha_л\delta, \qquad (6\text{-}21)$$

а для цилиндрических

$$\lambda_{эфф} = \varepsilon_к\lambda + \frac{\alpha_л d_1}{2}\ln\frac{d_2}{d_1}. \qquad (6\text{-}22)$$

Если прослойки заполнены капельной жидкостью, то вторые члены в формулах (6-21) и (6-22), учитывающие влияние теплового излучения, отпадают; в этом случае $\lambda_{эфф} = \varepsilon_к\lambda$. В воздушных же прослойках относительное влияние теплового излучения может быть существенным. Поэтому если они предназначаются для уменьшения тепловых потерь, необходимо, чтобы тепловое излучение было минимальным. Этого можно добиться снижением излучения стенок. Однако наиболее эффективным средством в этом случае являются экраны из какого-либо тонкого материала (жести или фольги). При этом обычно уменьшается также конвективный перенос теплоты, так как экраны снижают интенсивность конвективного движения газа. Такой способ нашел широкое применение для изоляции вагонов-холодильников, самолетов, пароходов и др. В качестве экранов берется обычно тонкая алюминиевая фольга, которая накладывается рядами или в скомканном виде (рис. 6-11). Преимущества такой тепловой изоляции — высокая эффективность и малая масса.

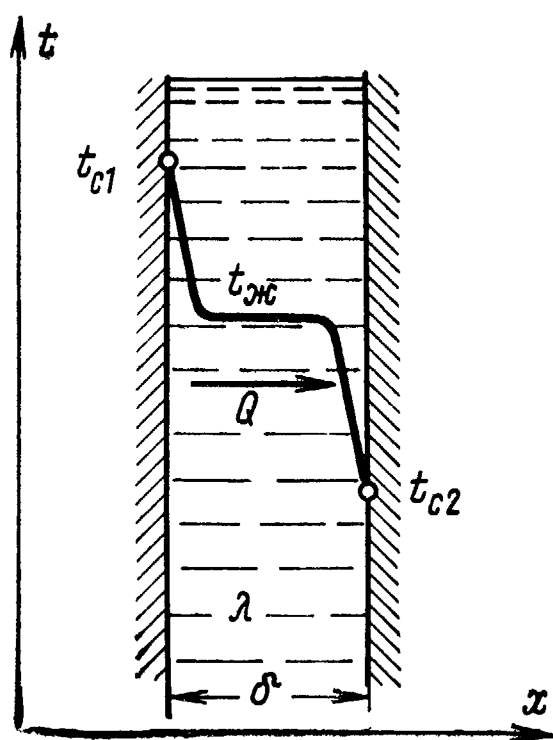


Рис. 6-10. Перенос теплоты через жидкостную прослойку.

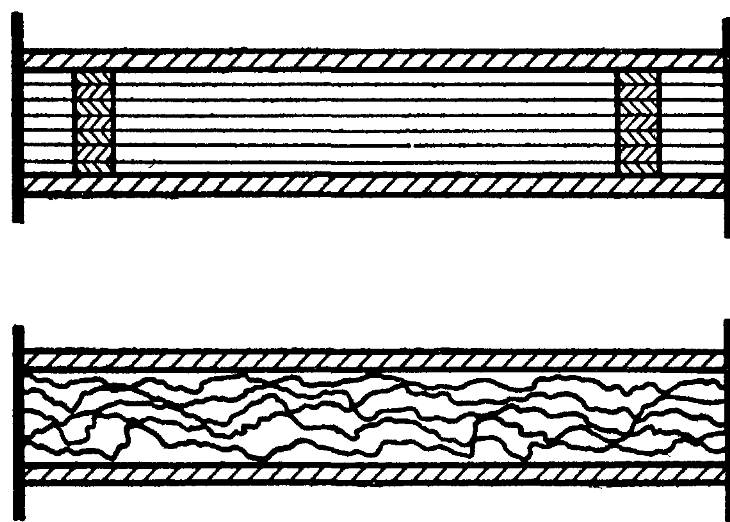


Рис. 6-11. Способы укладки альфоля в воздушных прослойках с целью снижения теплопередачи.

Пример 6-3. Определить плотность теплового потока через стенку, холодная сторона которой оребрена и коэффициент оребрения $F_2/F_1 = 13$. Толщина стенки $\delta = 10$ мм и коэффициент теплопроводности материала $\lambda = 40$ Вт/(м·°С). Коэффициенты теплоотдачи соответственно $\alpha_1 = 200$ и $\alpha_2 = 10$ Вт/(м²·°С) и температуры $t_{ж1} = 75$°С и $t_{ж2} = 15$°С.

Определим коэффициент теплопередачи по формуле (д)

$$k_1 = \frac{1}{\frac{1}{200} + \frac{0,01}{40} + \frac{1}{10 \cdot 13}} = \frac{1}{0,002 + 0,00025 + 0,0077} =$$

$$= \frac{1}{0,013} = 77 \text{ Вт/(м}^2 \cdot {}^\circ\text{C)};$$

и плотность теплового потока по формуле (г):

$$q_1 = k_1 (t_{ж1} - t_{ж2}) = 77 (75 - 15) = 4620 \text{ Вт/м}^2.$$

При отсутствии ребер имели бы

$$k = \frac{1}{1/200 + 0,01/40 + 1/10} = \frac{1}{0,005 + 0,00025 + 0,1} =$$

$$= \frac{1}{0,10525} = 9,5 \text{ Вт/(м}^2 \cdot {}^\circ\text{C)}.$$

Таким образом, оребрение поверхности позволяет увеличить теплопередачу более чем в 8 раз.

6-4. ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

При решении практических задач теплопередачи в одних случаях требуется интенсифицировать процесс, в других, наоборот, всячески тормозить. Возможности осуществления этих требований вытекают из закономерностей протекания основных способов передачи теплоты, рассмотренных в предыдущих главах.

Термическое сопротивление стенки можно уменьшить путем уменьшения толщины стенки и увеличения коэффициента теплопроводности материала; теплоотдача соприкосновением может быть интенсифицирована путем перемешивания жидкости и увеличения скорости движения; при тепловом излучении — путем повышения степени черноты и температуры излучающей поверхности.

Вопрос о путях интенсификации процесса теплопередачи более сложный; правильное его решение может быть получено лишь на основе тщательного анализа частных условий теплопередачи.

В качестве примера рассмотрим формулу коэффициента теплопередачи для плоской стенки. Если термическим сопротивлением стенки пренебречь, т. е. положить $\delta/\lambda = 0$, то формула (6-5) принимает вид:

$$k_0 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}, \qquad (а)$$

откуда следует, что коэффициент теплопередачи всегда меньше самого малого из коэффициентов теплоотдачи.

В самом деле, пусть $\alpha_1 = 40$ и $\alpha_2 = 5000$ Вт/(м$^2 \cdot$°C), тогда $k_0 = 39,7$ Вт/(м$^2 \cdot$°C). Увеличение α_2 на величине k_0 практически никак не от-

разится; при $\alpha_1 = 40$ и $\alpha_2 = 10\,000$ Вт/(м²·°С) $k_0 = 39{,}8$ Вт/(м²·°С). Значительное изменение k_0 можно получить только путем изменения значения меньшего из α, в данном случае α_1. Если, например, $\alpha_2 = 5000$ и $\alpha_1 = 80$ Вт/(м²·°С), то $k_0 = 78{,}8$ Вт/(м²·°С); если же положить $\alpha_1 = 200$ Вт/(м²·°С), то $k_0 = 192$ Вт/(м²·°С).

Зависимость $k_0 = f(\alpha_1, \alpha_2)$ приведена на рис. 6-12, из которого следует, что при увеличении α_1 относительно быстрый рост k_0 происходит лишь до тех пор, пока α_1 и α_2 не сравняются между собой. При дальнейшем увеличении α_1 рост k_0 замедляется и затем практически совсем прекращается. Следовательно, если $\alpha_1 \approx \alpha_2$, то интенсифицировать теплопередачу можно путем увеличения каждого из α. Если же $\alpha_1 \ll \alpha_2$, то интенсификация может быть достигнута только путем увеличения меньшего из них, в данном случае α_1.

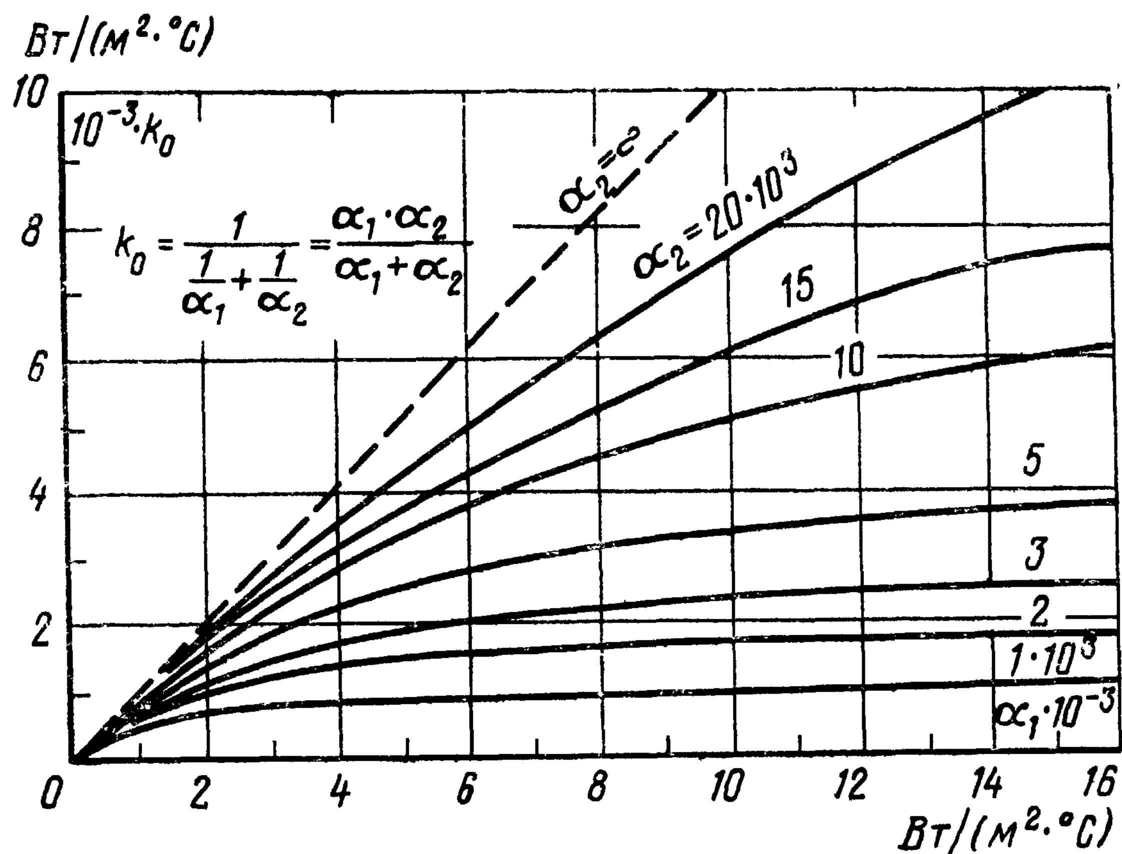


Рис. 6-12. Зависимость $k_0 = f(\alpha_1, \alpha_2)$.

В проведенном анализе ради упрощения выкладок термическое сопротивление стенки было принято равным нулю. В ряде случаев это допустимо делать и в технических расчетах, однако всегда надо знать допускаемую при этом погрешность. Пусть для какого-то конкретного случая $k_0 = \dfrac{1}{1/\alpha_1 + 1/\alpha_2}$. Если учесть термическое сопротивление стенки δ/λ, то значение коэффициента теплопередачи изменится:

$$k = \frac{1}{1/\alpha_1 + 1/\alpha_2 + \delta/\lambda} = \frac{1}{1/k_0 + \delta/\lambda}. \tag{б}$$

Разделив левую и правую части этого равенства на k_0, получим:

$$\frac{k}{k_0} = \frac{1}{1 + \dfrac{\delta}{\lambda}k_0}. \tag{6-23}$$

Последняя зависимость в виде кривых представлена на рис. 6-13, где по оси абсцисс отложено значение δ/λ, по оси ординат k/k_0, а значение k_0 выбрано в качестве параметра. Из рисунка видно, что с возрастанием термического сопротивления стенки значение k снижается тем сильнее, чем больше начальное значение k_0. В качестве иллюстрации этого вывода рассмотрим несколько числовых примеров. Имеется теплообменник, в котором подогре-

вается вода; со стороны воды $\alpha_2 = 5000$ Вт/(м²·°С). Толщина стальной стенки $\delta = 3$ мм и $\lambda = 30$ Вт/(м·°С); следовательно, $\delta/\lambda = 1\cdot10^{-4}$ м²·°С/Вт.

а) Если обогрев производится газом и $\alpha_1 = 40$ Вт/(м²·°С), то

$$k_0 = \frac{1}{1/\alpha_1 + 1/\alpha_2} = \frac{1}{1/40 + 1/5000} = 39{,}7 \text{ Вт/(м}^2\cdot{}^\circ\text{С)}$$

и по формуле (6-23)

$$k = \frac{39{,}7}{1 + 1\cdot10^{-4}\cdot39{,}7} = \frac{39{,}7}{1{,}004} \approx 39{,}7 \text{ Вт/(м}^2\cdot{}^\circ\text{С)},$$

т. е. $k \approx k_0$.

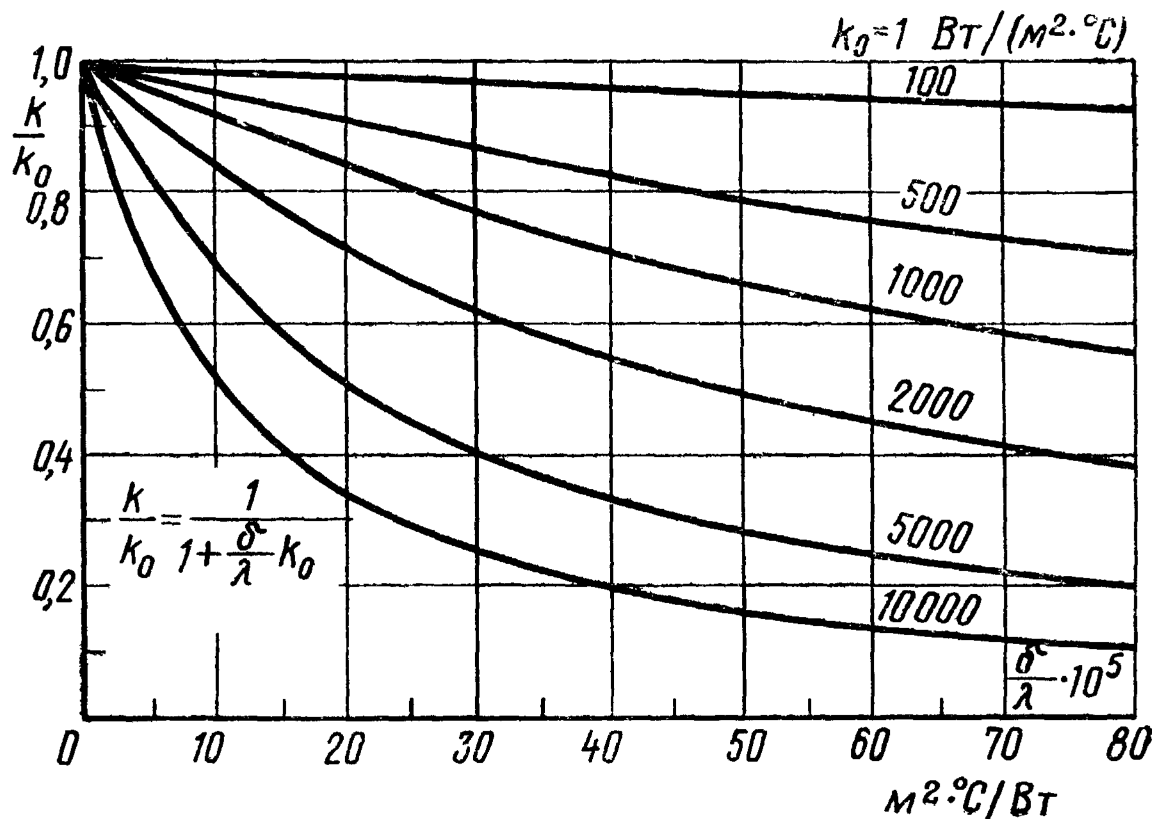


Рис. 6-13. Зависимость $k = f\,(k_0,\ \delta/\lambda)$.

б) Если обогрев производится конденсирующимся паром и $\alpha_1 = 10\,000$ Вт/(м²·°С), то

$$k_0 = \frac{1}{1/10\,000 + 1/5000} = 3300 \text{ Вт/(м}^2\cdot{}^\circ\text{С)}$$

и

$$k = \frac{3300}{1 + 0{,}333} = 2500 \text{ Вт(м}^2\cdot{}^\circ\text{С)},$$

т. е. $k = 0{,}75\ k_0$.

в) Если обогрев производится конденсирующимся паром, но стальная стенка заменена медной [$\lambda = 300$ Вт/(м·°С)] той же толщины, то

$$\delta/\lambda = 0{,}003/300 = 1\cdot10^{-5}\ (\text{м}^2\cdot{}^\circ\text{С})/\text{Вт};$$

$$k_0 = 3300 \text{ Вт/(м}^2\cdot{}^\circ\text{С)}$$

и

$$k = \frac{3300}{1 + 1\cdot10^{-5}\cdot3300} = 3240 \text{ Вт/(м}^2\cdot{}^\circ\text{С)},$$

т. е. $k = 0{,}97\ k_0$.

Такие же результаты получим и по кривым рис. 6-13.

Из этих примеров следует, что при больших значениях k_0 термическим сопротивлением стенки пренебрегать нельзя. Поэтому в технических расчетах его влияние должно быть соответствующим образом учтено. Эти выводы применимы для оценки влияния как термического сопротивления самой стенки, так и термического сопротивления отложений сажи и накипи. Так как коэффициенты теплопроводности накипи и в особенности сажи имеют низкие значения, то даже незначительный слой этих отложений создает большое термическое сопротивление. Слой накипи толщиной в 1 мм по термическому сопротивлению эквивалентен 40 мм, а 1 мм сажи — 400 мм стальной стенки. Помимо снижения теплопередачи, осаждение накипи на стенке вредно еще и потому, что при этом повышается температура стенки. В некоторых случаях это обстоятельство может оказаться причиной аварии. Поэтому при эксплуатации теплообменных устройств необходимо предохранение их от всякого рода отложений на поверхности нагрева.

Выявив частные термические сопротивления, легко найти и решение задачи об интенсификации теплопередачи. Если частные термические сопротивления различны, то, чтобы увеличить теплопередачу, достаточно уменьшить наибольшее из них. Если же все частные термические сопротивления одного порядка, то увеличение коэффициента теплопередачи возможно за счет уменьшения любого из сопротивлений. Изменение каждого из них вызывает тем большее изменение теплопередачи, чем больше было первоначальное отношение этого термического сопротивления к остальным. При решении поставленной задачи большое значение имеет правильная компоновка поверхности нагрева. Последняя должна быть такой, чтобы действительные условия теплопередачи соответствовали заданию и чтобы во время эксплуатации они не ухудшались.

Из вышеизложенного очевидно, что выявить узкое место теплопередачи и наметить способы его устранения возможно лишь на основе знания и анализа частных термических сопротивлений. Знание же только коэффициента теплопередачи или общего термического сопротивления в этом отношении ничего не дает. Вот почему при изложении курса мы не ограничились рассмотрением только процессов теплопередачи и рекомендацией значений k, а подробным образом рассмотрели частные условия теплообмена.

В самом деле, пусть имеются два совершенно одинаковых теплообменника. В результате их испытания оказалось, что для одного из них значение коэффициента теплопередачи k_1, а для другого k_2, причем $k_1 > k_2$. Имея только эти данные, невозможно установить причину плохой работы теплообменника. Поэтому все испытания теплообменных устройств должны проводиться таким образом, чтобы, помимо коэффициента теплопередачи k, можно было получить значения всех составляющих его величин α_1, α_2, λ_c, δ_c и др. Знание этих величин позволяет выявить причину плохой работы теплообменника, наметить пути его реконструкции, обобщить результаты опыта и распространить их на другие устройства, аналогичные испытанному.

Но для того чтобы определить значения α_1 и α_2, помимо температуры горячей и холодной жидкости необходимо знать еще тем-

пературу стенки — поверхности теплообмена. При испытании уже работающих установок в производственных условиях измерить температуру стенки не всегда возможно или сделать это очень трудно. В таких случаях из опыта определяется только коэффициент теплопередачи k, значения же α_1 и α_2 устанавливаются на основе известных уже закономерностей для элементарных явлений теплообмена.

6-5. ТЕПЛОВАЯ ИЗОЛЯЦИЯ

Если требуется снизить теплопередачу, то для этого необходимо увеличить термическое сопротивление. При этом достаточно увеличить какое-либо из частных термических сопротивлений, что может быть сделано по-разному. В большинстве случаев это достигается путем нанесения на стенку слоя тепловой изоляции.

1. Виды изоляции. Тепловой изоляцией называется всякое вспомогательное покрытие, которое способствует снижению потери теплоты в окружающую среду. Целевое назначение изоляции различно — это или экономия топлива, или создание возможности осуществления технологических процессов, или создание санитарных условий труда. Подход к выбору и расчету изоляции в каждом случае должен быть различным. В первом случае на первый план выступают соображения экономического характера, а во втором и третьем — требования технологии и санитарии.

Для тепловой изоляции могут применяться любые материалы с низкой теплопроводностью. Однако собственно изоляционными обычно называют такие материалы, коэффициент теплопроводности которых при температуре 50—100°С меньше 0,2 Вт/(м·°С). Многие изоляционные материалы берутся в их естественном состоянии, например, асбест, слюда, дерево, пробка, опилки, торф, земля и др., но большинство их получается в результате специальной обработки естественных материалов и представляет собой различные смеси. В зависимости от технологии обработки или процентного состава отдельных компонентов теплоизоляционные свойства материалов меняются. К сыпучим изоляционным материалам почти всегда добавляются связующие материалы, которые ухудшают изоляционные свойства.

Ассортимент изоляционных материалов разнообразен. Многие из них носят специальные названия, например шлаковая вата, зонолит, асбозурит, асбослюда, ньювель, совелит и др. Шлаковая вата получается из шлака, который расплавляется и затем паровой струей разбрызгивается. Зонолит получается из вермикулита (сорт слюды) путем прокаливания его при температуре 700—800°С. Асбослюда представляет собой смесь асбеста и слюдяной мелочи. Совелит является продуктом химического производства. Широкое применение получила так называемая альфолевая изоляция. В качестве изоляции здесь используется воздух, и вся забота сводитая к уменьшению коэффициента конвекции и снижению теплоотдачи

излучением путем экранирования алюминиевой фольгой (рис.6-11). Коэффициент теплопроводности материалов в сильной мере зависит от их пористости. Чем больше пористость, тем меньше значение эффективного коэффициента теплопроводности. О пористости материала можно судить по величине его плотности, с увеличением пористости плотность материала уменьшается.

При выборе материала для изоляции необходимо принимать во внимание механические свойства материалов, а также их способность поглощать влагу и выдерживать высокую температуру. Если температура изолируемого объекта высокая, то обычно применяется многослойная изоляция: сначала ставится материал, выдерживающий высокую температуру, например асбест, а затем уже более эффективный материал с точки зрения теплоизоляционных свойств, например пробка. При этом толщина асбестового слоя выбирается из тех условий, чтобы температура пробки не была выше 80°С. Серьезным делом является изоляция объектов в сырых помещениях и при низкой температуре. При насыщении материала влагой его теплоизоляционные свойства резко снижаются. Для предотвращения этого явления обычно принимаются специальные меры.

До сих пор мы говорили об изоляционных свойствах отдельных материалов. Но когда материал наносится на объект, то вследствие примесей и способа нанесения изоляционные свойства материала меняются. В этом случае правильное представление об изоляции дает не коэффициент теплопроводности материала, а коэффициент теплопроводности всей конструкции в целом, который для практики имеет большее значение. Приближенно коэффициент теплопроводности конструкции определяется расчетным путем. Однако точное его значение можно определить лишь путем опыта. Последнее можно сделать как в лаборатории, так и в промышленных условиях. Для расчета тепловой изоляции применяются обычно формулы теплопередачи, которые подробно были рассмотрены выше; все сказанное там относительно их упрощений полностью сохраняет силу и здесь. При расчете изоляции следует придерживаться следующего порядка. Сначала устанавливаются допустимые тепловые потери объекта при наличии изоляции. Затем выбирают сорт изоляции и, задавшись температурой на поверхности изоляции, определяют среднюю температуру последней $t_{из}$, по которой определяется соответствующее значение коэффициента теплопроводности $\lambda_{из}$. При расчете изоляции термическим сопротивлением теплоотдачи от горячей жидкости к стенке и самой стенки можно пренебречь. Тогда температуру изолируемой поверхности можно принять равной температуре горячей жидкости. Зная температуры на внутренней и внешней поверхностях изоляции и коэффициент теплопроводности, определяют требуемую толщину изоляции $\delta_{из}$. После этого производится поверочный расчет и определяются значения средней температуры изоляционного слоя и температуры на поверхности. Если последние от предварительно принятого значения отличаются существенно, то весь расчет повторяют снова, задавшись новым

значением температуры на поверхности изоляции. И так до тех пор, пока расхождение температур не будет в допустимых пределах.

При теплоотдаче в условиях свободной конвекции и температуре окружающей среды $t_{ж2} = 20°$ С толщину изоляции трубопроводов с точностью до 3—5% можно определить по формуле [67]

$$\delta_{из} = 2,75 \frac{d_1^{1,2} \lambda_{из}^{1,35} t_{c1}^{1,73}}{q_l^{1,5}}, \qquad (6\text{-}24)$$

где $\delta_{из}$ — толщина изоляции, мм; d_1 — диаметр трубопровода, мм; t_{c1} — его температура; $\lambda_{из}$ — коэффициент теплопроводности изоляции; q_l — линейная плотность теплового потока.

На рис. 6-14 приведен график, по которому без подсчетов можно определить значения $d^{1,2}$, $\lambda^{1,35}$, $t^{1,73}$, $q_l^{1,5}$. Если температура окружающей среды не 20°С, а выше, то тепловые потери уменьшаются: на каждые 5° С повышения температуры тепловые потери снижаются приблизительно на 1,5%.

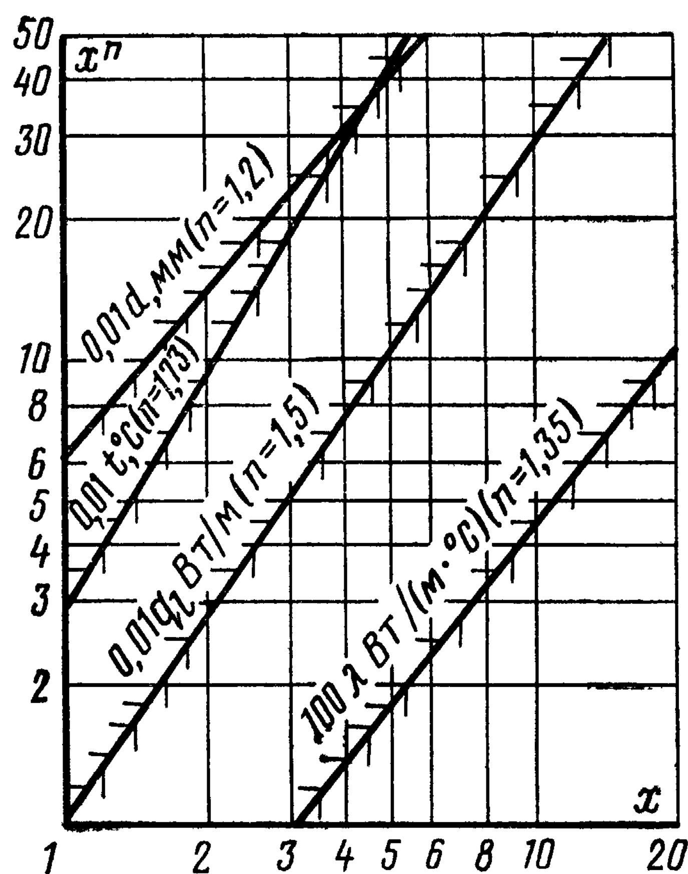


Рис. 6-14. Вспомогательный график для определения $d^{0,2}$, $t^{1,73}$, $q_l^{1,5}$ и $\lambda^{1,35}$.

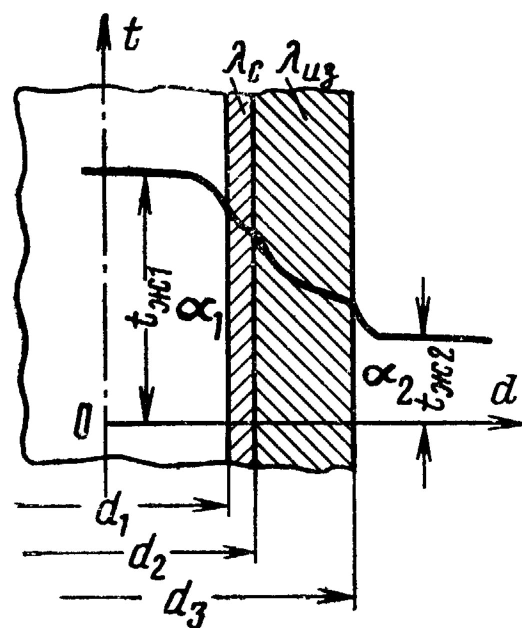


Рис. 6-15. Трубопровод с однослойной изоляцией.

2. Условия рационального выбора материала для тепловой изоляции трубопроводов. При наложении тепловой изоляции на трубопровод тепловые потери уменьшаются не пропорционально увеличению толщины изоляции, более того, при неправильном выборе материала изоляции тепловые потери возрастут. Это связано с тем, что у изолированного трубопровода внешняя поверхность увеличивается и условия теплоотвода улучшаются. Анализ показывает, что материал изоляции выбран правильно, если $\lambda_{из}$ удовлетворяет не-

равенству

$$\lambda_{из} < \alpha_2 d_2/2, \qquad (6\text{-}25)$$

где d_2 — наружный диаметр трубопровода, а α_2 — коэффициент теплоотдачи от внешней поверхности к окружающей среде.

Приведенное условие можно понять, если рассмотреть общее термическое сопротивление теплопередачи трубопровода, на который наложен слой изоляции (рис. 6-15):

$$R_l = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_{ст}} \ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_{из}} \ln\frac{d_{из}}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_{из}}.$$

До наложения слоя изоляции общее термическое сопротивление теплопередачи трубопровода составляло:

$$R_{l0} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_{ст}} \ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}.$$

Из сравнения величин R_l и R_{l0} видно, что при наложении изоляции термическое сопротивление изменилось на величину

$$\Delta R_l = R_l - R_{l0} = \frac{1}{2\lambda_{из}} \ln\frac{d_{из}}{d_2} - \frac{1}{\alpha_2}\left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_{из}}\right). \qquad (а)$$

Это соотношение показывает, что при наложении изоляции термическое сопротивление слоя изоляции $\frac{1}{2\lambda_{из}} \ln\frac{d_{из}}{d_2}$ возрастает и способствует снижению потерь теплоты, но одновременно термическое сопротивление теплоотдачи в окружающую среду уменьшается на величину $\frac{1}{\alpha_2}\left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_{из}}\right)$, что связано с увеличением внешней поверхности ($d_{из} > d_2$).

Для снижения тепловых потерь нужно, чтобы термическое сопротивление изолированного трубопровода R_l было выше, чем неизолированного R_{l0}, т. е.

$$\Delta R_l > 0. \qquad (б)$$

Подставляя в соотношение (б) значение ΔR_l из соотношения (а) и решая неравенство относительно величины $\lambda_{из}$, получаем:

$$\lambda_{из} < \frac{1}{2} \alpha_2 d_2 k,$$

где $k = \dfrac{\ln\frac{d_{из}}{d_2}}{1 - \frac{d_2}{d_{из}}}$ — безразмерный числовой коэффициент, наименьшее значение которого равно 1 при $d_{из} \to d_2$*. Изложенные сообра-

---

* При $d_{из} \to d_2$ величина $\ln\frac{d_{из}}{d_2} = \frac{d_{из} - d_2}{d_2}$, следовательно, $k = d_{из}/d_2 \to 1$.

жения определяют основное условие (6-25) рационального подбора материала для тепловой изоляции трубопроводов.

Если условие (6-25) не выполнено, т. е. выбран материал, для которого $\lambda'_{из} > \alpha_2 d_2/2$, то при его нанесении на трубопровод тепловые потери будут не снижаться, а, наоборот, расти; при некоторой толщине слоя материала потери достигнут максимума и лишь при еще более толстом слое начнут постепенно снижаться. Характер изменения тепловых потерь трубопровода q_l в зависимости от толщины слоя $\delta_{из} = 0{,}5\,(d_{из} - d_2)$ при рациональном и неверном подборе материала изоляции показан на рис. 6-16.

Наибольшие тепловые потери при неправильном выборе материала изоляции имеют место при значении диаметра

$$d'_{из} = 2\frac{\lambda'_{из}}{\alpha_2}. \qquad (в)$$

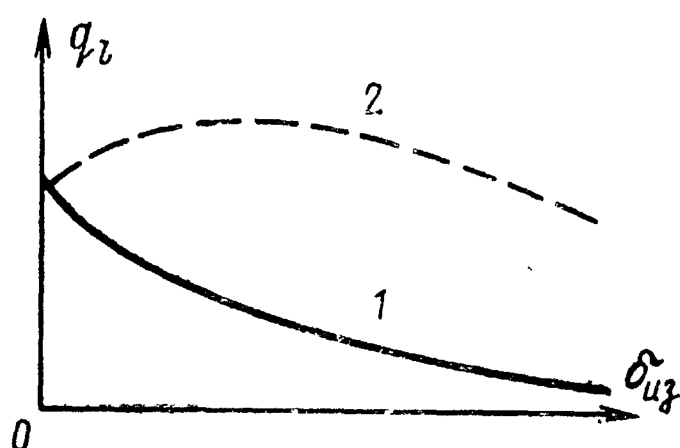


Рис. 6-16. Зависимость тепловых потерь трубопровода q_l от толщины слоя изоляции $\delta_{из} = 0{,}5\,(d_{из} - d_2)$ при рациональном (*1*) и неправильном (*2*) подборе материала изоляции.

Это соотношение получается после дифференцирования выражения (а) по $d_{из}$ и приравнивания производной нулю. Значение $d'_{из}$, определяемое соотношением (в), часто называют «критическим диаметром тепловой изоляции» (это название не очень удачно, так как в данном случае изоляция выбрана неверно).

Пример 6-4. Трубопровод с внешним диаметром $d_2 = 15$ мм необходимо покрыть тепловой изоляцией. Целесообразно ли использовать в качестве изоляции асбест, коэффициент теплопроводности которого $\lambda_{из} = 0{,}1$ Вт/(м·°С). Коэффициент теплоотдачи от внешней поверхности изоляции в окружающую среду $\alpha_2 = 8$ Вт/(м²·°С).

Используя условие (6-25), имеем:

$$\frac{\alpha_2 d_2}{2} = \frac{8 \cdot 0{,}015}{2} = 0{,}06 \text{ Вт/(м·°С)}.$$

Так как из условий задачи $\lambda_{из} = 0{,}1$ Вт/(м·°С) и, следовательно, для асбеста $\lambda_{из} > \alpha_2 d_2/2$, то в данном случае этот материал использовать для тепловой изоляции трубопровода нецелесообразно. Из основного условия (6-25) следует, что в этом случае нужно использовать материалы, для которых $\lambda_{из} < 0{,}06$ Вт/(м·°С) [например, войлок шерстяной, для которого $\lambda = 0{,}05$ Вт/(м·°С)].

ГЛАВА СЕДЬМАЯ

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

7-1. ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА

Выше были рассмотрены условия распространения теплоты при стационарном режиме, когда температурное поле во времени не менялось, оставаясь постоянным. Если же температурное поле

меняется во времени, т. е. является функцией времени, то протекающие в таких условиях тепловые процессы называются нестационарными.

Нестационарность тепловых процессов обусловливается изменением энтальпии тела и всегда связана с явлениями его прогрева или охлаждения. В качестве примера рассмотрим такой случай.

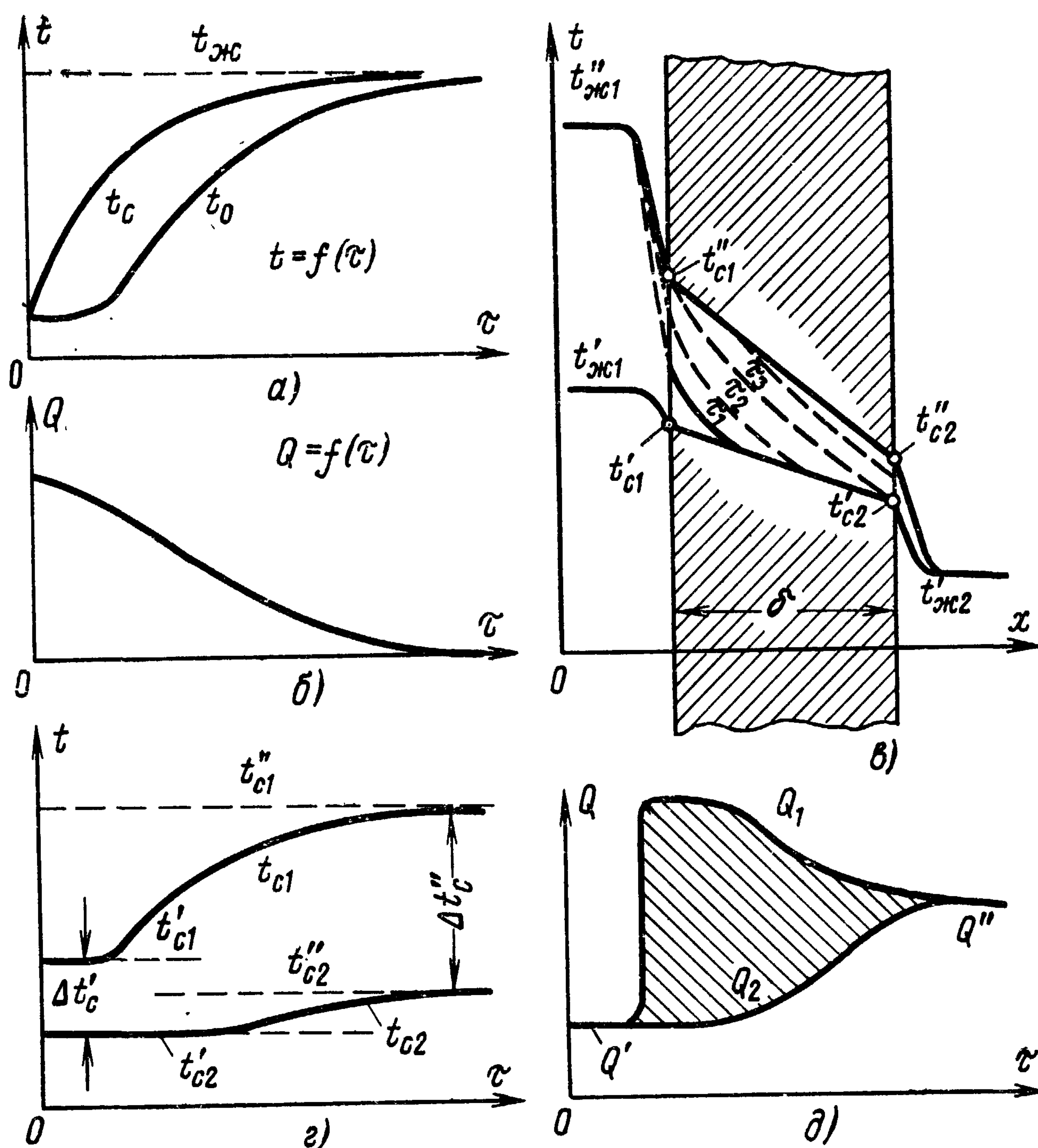


Рис. 7-1. Теплопроводность при нестационарном режиме: характер изменения температур и количества переданной теплоты во времени.

Тело внесено в среду с более высокой температурой; сразу же между средой и телом возникает процесс теплообмена, и тело начинает прогреваться. Сначала нагреваются поверхностные слои, но постепенно процесс прогрева распространяется и в глубь тела. О характере изменения температуры тела за время прогрева дают представление кривые на рис. 7-1, *а*, где t_c — температура на поверхности и t_0 — температура в центре тела. По истечении некоторого времени (теоретически бесконечно большого) температура всех частей тела выравнивается и становится равной температуре окружающей среды, т. е. наступает тепловое равновесие.

При нестационарном режиме интенсивность подвода теплоты также непостоянна во времени. О характере изменения этой ве-

личины дает представление кривая на рис. 7-1, *б*. По мере прогрева тела интенсивность передачи теплоты постепенно уменьшается и в пределе становится равной нулю. Площадь, заключенная между осями и кривой, определяет собой полное количество теплоты, переданное за время τ. Эта теплота аккумулируется телом и идет на повышение его энтальпии. Аналогичным образом протекает процесс при охлаждении тела; при этом его энтальпия уменьшается, а выделенная теплота передается в окружающую среду.

В качестве второго примера рассмотрим процесс теплопередачи через стенку. Пусть вначале процесс был стационарным, температура горячей среды $t'_{ж1}$, холодной $t'_{ж2}$ и стенки t'_{c1} и t'_{c2} (рис. 7-1, *в*). Если теперь изменить режим теплопередачи, например, сразу резко повысить температуру горячей среды до $t''_{ж1}$, то на некоторое время процесс становится нестационарным. Температурная кривая $t'_{ж1} - t'_{c1} - t'_{c2} - t'_{ж2}$ будет изменяться до тех пор, пока снова не установится стационарный режим $t''_{ж1} - t''_{c1} - t''_{c2} - t''_{ж2}$. Изменение во времени t_{c1} и t_{c2} отдельно представлено на рис. 7-1, *г*. О характере изменения во времени количества передаваемой теплоты для рассматриваемого случая дают представление кривые на рис. 7-1, *д*. Здесь Q' и Q'' — тепловые потоки при стационарных режимах, Q_1 и Q_2 — тепловые потоки через горячую и холодную поверхности стенки при нестационарном режиме. Заштрихованная площадка представляет собой количество теплоты, затраченное на изменение энтальпии стенки (аккумулированная теплота).

Таким образом, нестационарный тепловой процесс всегда связан с изменением энтальпии тела и им обусловливается. Так как скорость изменения энтальпии прямо пропорциональна способности материала проводить теплоту (т. е. коэффициенту теплопроводности λ) и обратно пропорциональна его аккумулирующей способности (т. е. объемной теплоемкости $c\rho$), то в целом скорость теплового процесса при нестационарном режиме определяется значением *коэффициента температуропроводности* $a = \lambda / c\rho$, который здесь имеет такое же важное значение, как и коэффициент теплопроводности при стационарном режиме распространения теплоты.

Описанный выше характер изменения температуры и количества переданной теплоты справедлив лишь для твердых тел. При нагреве жидких или газообразных тел в общем случае неизбежно возникает конвекция, которая способствует выравниванию температуры. В этих случаях можно говорить об изменении во времени лишь средней температуры жидкости.

Решить задачу нестационарной теплопроводности — это значит найти зависимости изменения температуры и количества переданной теплоты во времени для любой точки тела. Такие зависимости могут быть получены путем решения дифференциального уравнения теплопроводности (см. § 2-2). Аналитическая теория ставит себе целью получение общего решения задачи. Такие решения получаются достаточно сложными даже для тел простой формы: пласти-

ны, цилиндра и шара. Для ряда тепловых задач такие решения имеются в [18, 59 и др.].

При решении конкретных технических задач практически приемлемым является метод конечных разностей Е. Шмидта или метод элементарных балансов А. П. Ваничева. Эти методы основаны на допущении возможности замены непрерывного процесса скачкообразным как во времени, так и в пространстве.

Любой процесс нагревания или охлаждения тела можно условно разделить на три режима. Первый из них охватывает начало процесса, когда характерной особенностью является распространение температурных возмущений в пространстве и захват все новых и новых слоев тела. Скорость изменения температуры в отдельных точках при этом различна, и поле температур сильно зависит от начального состояния, которое, вообще говоря, может быть различным. Поэтому первый режим характеризует начальную стадию развития процесса. С течением времени влияние начальных неравномерностей сглаживается и относительная скорость изменения температуры во всех точках тела становится постоянной. Это — режим упорядоченного процесса. По прошествии длительного времени — аналитически по истечении бесконечно большого времени— наступает третий, стационарный режим, характерной особенностью которого является постоянство распределения температур во времени. Если при этом во всех точках тела температура одинакова и равна температуре окружающей среды, то это — состояние теплового равновесия.

Аналитическое решение получается сложным потому, что ставит себе целью получить общую зависимость сразу для всех трех режимов. Если же отказаться от этого, то задача значительно упрощается. Именно по этому пути пошли многие исследователи.

При решении многих практических задач по охлаждению и нагреванию тел начальным или первым режимом процесса можно пренебречь. Тогда остается только второй, который подчиняется простому экспоненциальному закону. Г. М. Кондратьев назвал этот режим *регулярным*; он создал теорию регулярного режима и предложил ряд способов использования этой теории для решения практических задач [40].

Вместе с этим значительные успехи имеются в части разработки экспериментальных методов решения. Их можно применить для тел любой формы и при любом задании краевых условий (при аналитическом же решении краевые условия должны задаваться в виде аналитических зависимостей). Эти методы основаны на аналогии: между явлениями распространения теплоты и ламинарного движения жидкости — метод гидротепловой аналогии [58], между тепловыми и электрическими процессами — метод электротепловой аналогии [21].

В настоящее время многие сложные задачи нестационарной теплопроводности успешно решаются также с помощью электронно-вычислительных машин.

Необходимость расчета теплообмена при нестационарном режиме определяется его значимостью в рабочем процессе рассчитываемого агрегата. Так, например, в работе паровых котлов и большинства аппаратов электростанций нестационарный режим возникает лишь при пуске в работу, выключении и изменении режима работы. В работе же нагревательных печей нестационарный режим является основным; при расчете приходится определять время, необходимое для нагрева металла до заданной температуры, или температуру, до которой металл нагреется в течение определенного промежутка времени.

7-2. АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ

Дифференциальное уравнение теплопроводности для твердых тел имеет вид:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right). \qquad (7\text{-}1)$$

Для аналитического решения этого уравнения необходимо задание следующих краевых условий: 1) начальное распределение температуры в теле; 2) действие на поверхность окружающей среды. Последнее условие может быть задано тремя способами.

а) По первому способу задается температура поверхности $t_с$; графически это условие выражается заданием точки A (рис. 7-2, *а*). Количество теплоты dQ, проходящее через элемент поверхности dF, при этом неизвестно; графически это выражается тем, что неизвестен наклон температурной кривой в теле около поверхности, т. е. угол φ ($\operatorname{tg}\varphi = -dt/dn$), ибо согласно закону Фурье для любого момента времени количество теплоты, притекающее изнутри тела к поверхности, равно:

$$dQ = -\lambda_с \frac{\partial t}{\partial n} dF. \qquad (а)$$

б) По второму способу, наоборот, задается количество теплоты, проходящей через поверхность (т. е. в конечном счете угол φ), но неизвестна ее температура $t_с$ (рис. 7-2, *б*), т. е. положение точки A.

в) Наконец, по третьему способу задаются температура окружающей среды $t_ж$ и коэффициент теплоотдачи между средой и поверхностью α. Так как для количества теплоты dQ, притекающей изнутри и отдающейся от поверхности в окружающую среду, помимо выражения (а), может быть написано еще выражение, основанное на уравнении Ньютона—Рихмана [см. уравнение (2-1)],

$$dQ = \alpha (t_с - t_ж)\, dF, \qquad (б)$$

то из сопоставления уравнений (а) и (б) имеем:

$$-\frac{\partial t}{\partial n} = \frac{\alpha}{\lambda_с}(t_с - t_ж). \qquad (7\text{-}2)$$

Уравнение (7-2) является математической формулировкой граничного условия третьего рода. Из рис. 7-2, *в* имеем:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{AC}{CO} = -\frac{\partial t}{\partial n} = \frac{t_с - t_ж}{\frac{\lambda_с}{\alpha}} = \frac{t_с - t_ж}{s}.$$

Следовательно, граничным условием третьего рода определяется точка O, через которую должны проходить все касательные к температурной кривой в точке, лежащей на поверхности тела. Точка O называется направляющей и лежит на расстоянии $s = \lambda_с/\alpha$ от по-

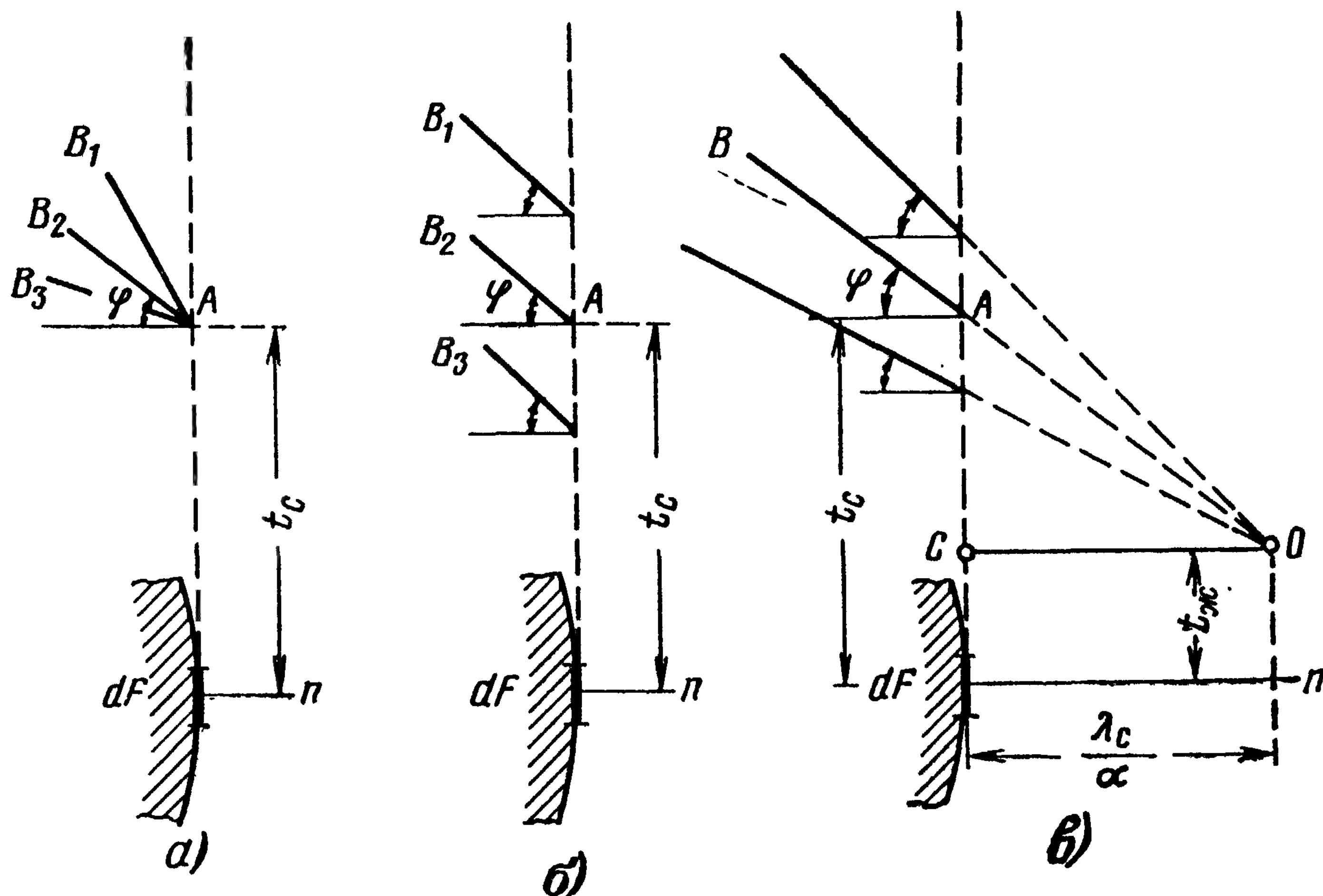


Рис. 7-2. Графическая интерпретация трех способов задания граничных условий.

верхности. Таким образом, s является подкасательной к температурной кривой; от формы поверхности она не зависит.

В результате решения уравнения (7-1) должна быть найдена такая функция, которая одновременно удовлетворяла бы этому уравнению и краевым условиям. Решение уравнения производится при помощи рядов Фурье. Для различных краевых условий результаты получаются различными, но методология решения в основном одинакова. Для технических целей в большинстве случаев можно ограничиться рассмотрением течения процесса лишь в одном каком-либо направлении x. В этом случае общее решение имеет вид:

для плоской стенки

$$t = bx + c + \sum_{n=1}^{\infty} A_n (\cos m_n x + p_n \sin m_n x)\, e^{-am_n^2\tau}; \qquad (7\text{-}3)$$

для цилиндрической стенки

$$t = b \ln r + c + \sum_{n=0}^{\infty} A_n [J_0(m_n r) + p_n Y_0(m_n r)] e^{-am_n^2 \tau}, \qquad (7\text{-}4)$$

где J_0 и Y_0 — функции Бесселя первого и второго рода нулевого порядка.

Постоянные b и c определяются из условий стационарности режима (при $\tau = \infty$); p_n и m_n — из граничных и A_n — из начальных (при $\tau = 0$) условий.

Подробное изложение решений здесь не приводится; довольно полно математические описания решений имеются в [18 и 59]. Здесь же в качестве примеров мы ограничимся рассмотрением лишь конечных результатов решения для плиты, цилиндра и шара в случае внезапного изменения температуры среды. Из уравнений (7-3) и (7-4) следует, что искомая функция зависит от большого числа параметров. Однако при более глубоком анализе решений оказывается, что эти величины можно сгруппировать в две безразмерные величины: $\alpha l/\lambda_c$; $a\tau/l^2$. Эти величины являются числами подобия, они получаются из уравнений (7-1) и (7-2):

$$\frac{\alpha l}{\lambda_c} = \text{Bi} \text{ — число Био};$$

$$\frac{a\tau}{l^2} = \text{Fo} \text{ — число Фурье}.$$

На основании второй теоремы теории подобия (см. § 2-3) искомая функция в виде безразмерной температуры ϑ/ϑ' в различных сходственных точках $x/l = L$ может быть представлена в виде зависимости

$$\frac{\vartheta}{\vartheta'} = \Phi(\text{Bi}, \text{ Fo}, L). \qquad (7\text{-}5)$$

1. **Плоская стенка.** Пусть толщина неограниченной плоской стенки составляет 2δ ($l = \delta$). Если за начало отсчета температуры принять температуру окружающей среды $t_ж$ и избыточную температуру стенки обозначить $\vartheta = t_ж - t$, то уравнение (7-1) принимает вид:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2}. \qquad (в)$$

Граничные условия: при $x = \pm \delta$

$$-\frac{\partial \vartheta}{\partial x} = \frac{\alpha}{\lambda_c} \vartheta. \qquad (г)$$

Начальное условие: при $\tau = 0$

$$\vartheta = \vartheta'. \qquad (д)$$

При решении технических задач в большинстве случаев достаточно знать температуру на поверхности ϑ_c и в средней плоскости стенки ϑ_0. В этом случае уравнение (7-5) упрощается, ибо аргумент L становится постоянным числом (при $x = 0$ $L = 0$ и при $x = \delta$ $L = 1$). Следовательно,

$$\frac{\vartheta_c}{\vartheta'} = \Phi_c(\mathrm{Bi},\ \mathrm{Fo}) \qquad (е)$$

и

$$\frac{\vartheta_0}{\vartheta'} = \Phi_0(\mathrm{Bi},\ \mathrm{Fo}). \qquad (ж)$$

Кроме распределения температур, часто требуется знать количество теплоты Q_τ, переданное за время τ.

Отношение Q_τ к теплоте Q', которая может быть отдана (или воспринята) телом за время полного охлаждения (нагревания), также является функцией только двух чисел подобия Bi и Fo:

$$\frac{Q_\tau}{Q'} = \Phi_Q(\mathrm{Bi},\ \mathrm{Fo}). \qquad (з)$$

Зависимости (е) — (з) приведены на рис. 7-3 — 7-5 в виде графиков. При определении искомых величин необходимо сначала вычислить значения чисел подобия $\mathrm{Bi} = \alpha\delta/\lambda_c$ и $\mathrm{Fo} = a\tau/\delta^2$, по которым из графиков определяются ϑ/ϑ' и Q_τ/Q'. Так как ϑ' и Q' известны, то легко вычисляются и значения ϑ_c, ϑ_0 и Q. Величина $Q' = c\rho\vartheta' 2\delta F$, где F — площадь боковой поверхности пластины.

По этим данным приближенно можно построить всю кривую распределения температуры в теле, пользуясь тем, что направление касательных к этой кривой известно в трех точках (рис. 7-6). В самом деле, из точек $x = \pm\ \delta$ касательные проходят через направляющие точки O и O_1, расположенные на расстоянии $\pm\ \lambda_c/\alpha$ от стенки. В точке же $x = 0$ касательная горизонтальна в силу симметрии температурной кривой ($\partial\vartheta/\partial x = 0$). Таким образом, можно построить кривую распределения температуры в теле для любого момента времени τ.

Абсолютные значения температур тела на поверхности и в плоскости симметрии для любого момента времени определяются из следующих соотношений:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\vartheta_c}{\vartheta'} &= \frac{t_ж - t_c}{t_ж - t'} \\ \text{и} \qquad \frac{\vartheta_0}{\vartheta'} &= \frac{t_ж - t_0}{t_ж - t'}, \end{aligned}\right\} \qquad (и)$$

где $t_ж$ — температура окружающей среды; t' — начальная температура тела; t_c — температура поверхности; t_0 — температура в средней плоскости тела.

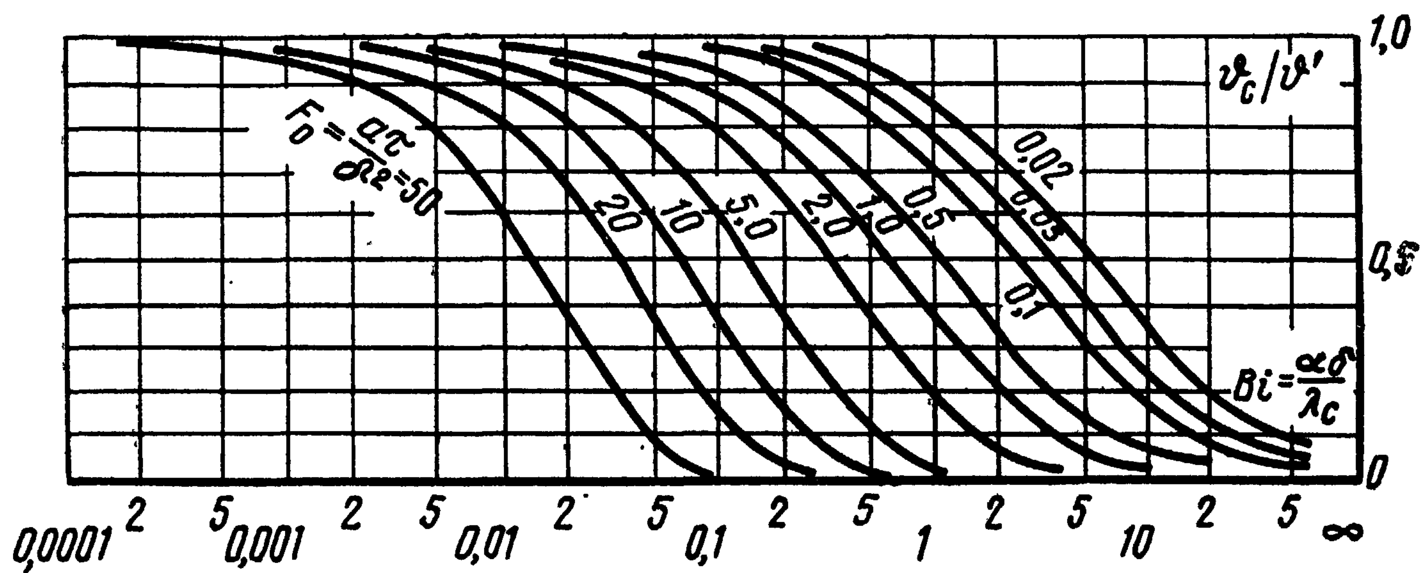


Рис. 7-3. Зависимость $\vartheta_c/\vartheta' = \Phi_c$ (Bi, Fo) для плоской неограниченной стенки.

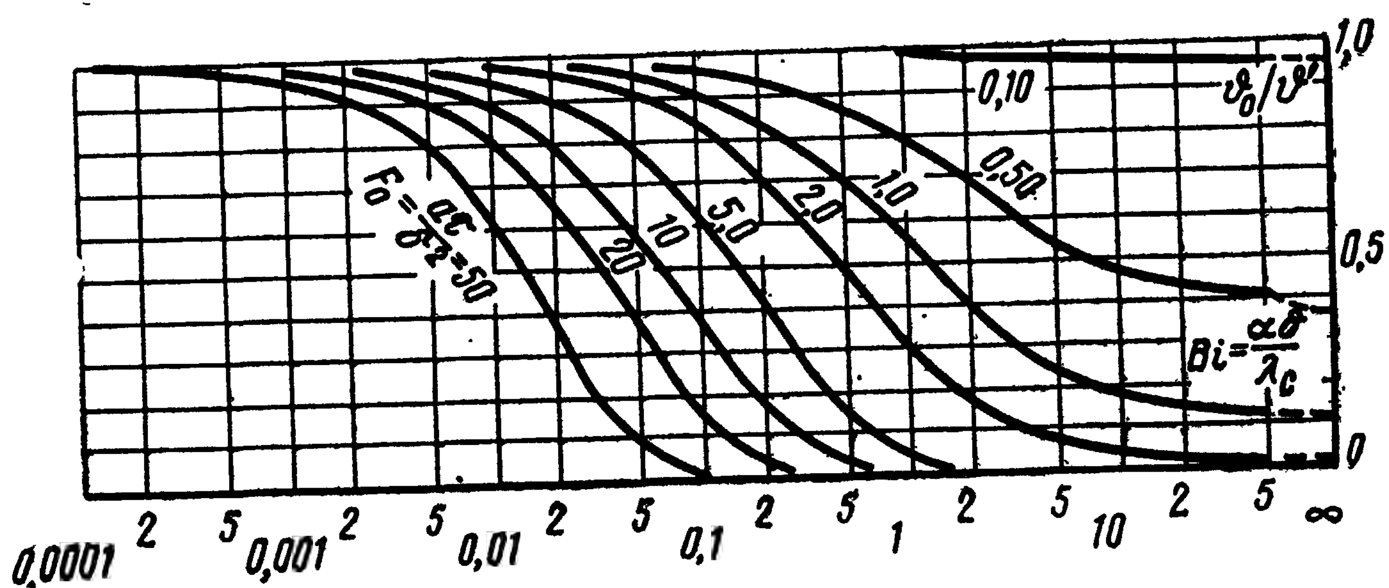


Рис. 7-4. Зависимость $\vartheta_0/\vartheta' = \Phi_0$ (Bi, Fo) для плоской неограниченной стенки.

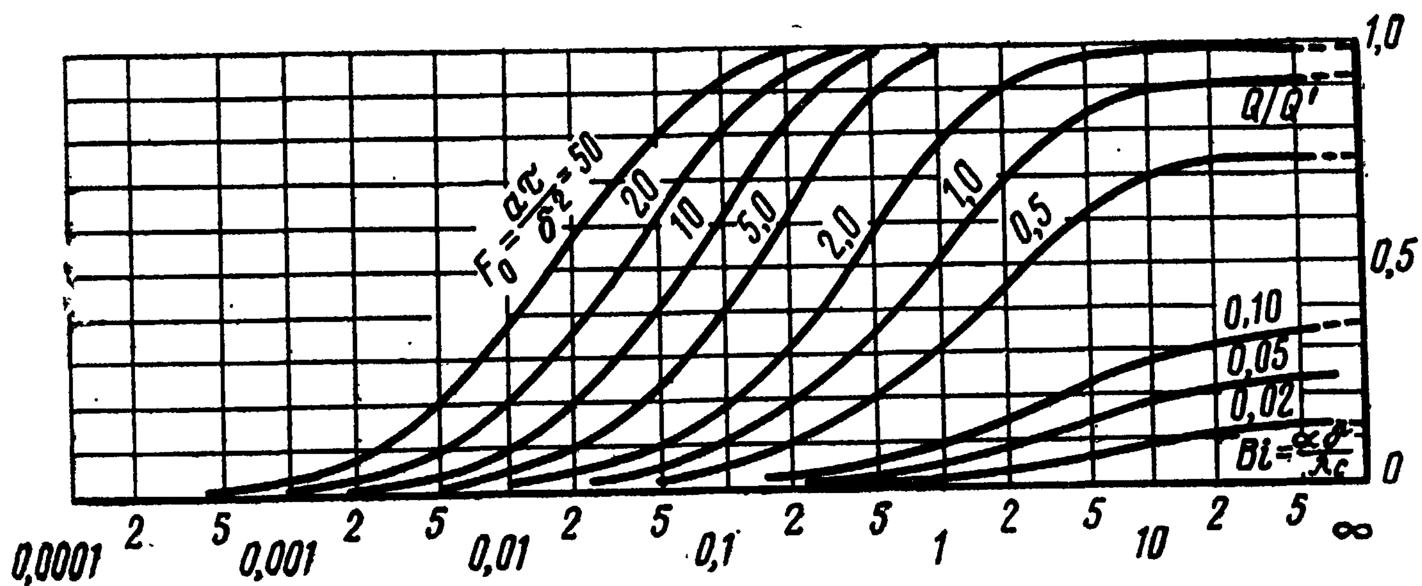


Рис. 7-5. Зависимость $Q/Q' = \Phi_Q$ (Bi, Fo) для плоской неограниченной стенки.

Приведенные данные применимы для охлаждения и нагревания, а также для двустороннего и одностороннего процессов. В последнем случае δ будет означать полную толщину стенки.

2. **Цилиндр.** Для бесконечно длинного цилиндра (стержня) с радиусом R дифференциальное уравнение теплопроводности имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \vartheta}{\partial r}\right), \tag{к}$$

граничное условие: при $r = R$

$$-\frac{\partial \vartheta}{\partial r} = \frac{\alpha}{\lambda_c}\vartheta; \tag{л}$$

начальное условие: при $\tau = 0$

$$\vartheta = \vartheta'. \tag{м}$$

Решение относительно ϑ_c/ϑ', ϑ_0/ϑ' и Q/Q' также является функцией только двух чисел подобия: $\mathrm{Bi} = \alpha R/\lambda_c$ и $\mathrm{Fo} = a\tau/R^2$. Эти зависимости в виде графиков представлены на рис. 7-7—7-9.

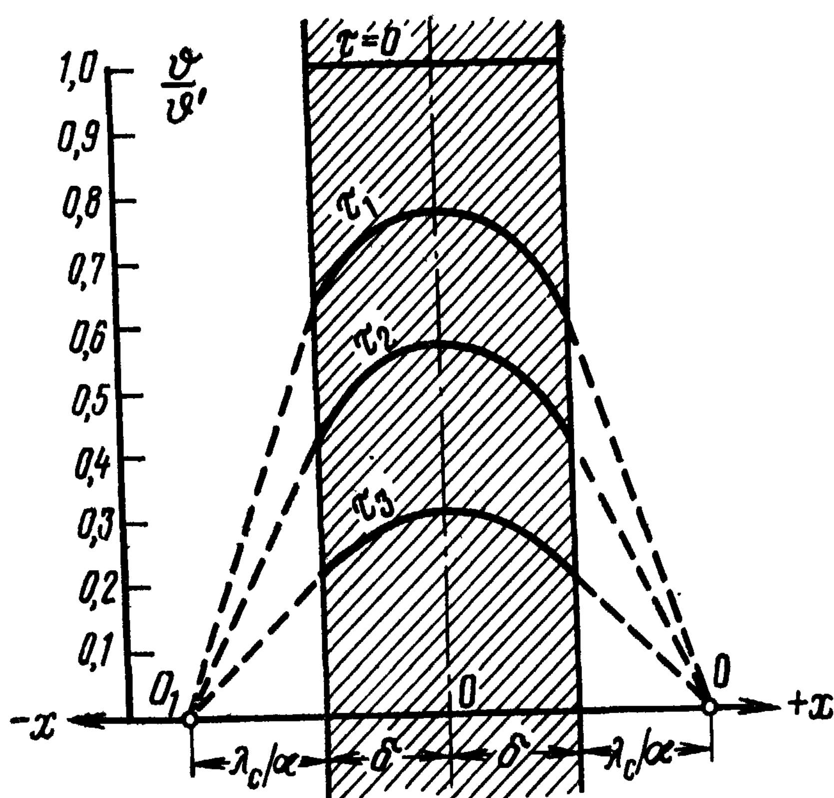


Рис. 7-6. Изменение температурного поля при охлаждении плоской неограниченной стенки.

Величина Q' для участка цилиндра длиной l равна:

$$Q' = \pi R^2 c\rho l \vartheta'. \tag{н}$$

3. **Шар.** Для шара радиусом R дифференциальное уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial \vartheta}{\partial r}\right). \tag{о}$$

Граничное условие: при $r = R$

$$-\frac{\partial \vartheta}{\partial r} = \frac{\alpha}{\lambda_c}\vartheta. \tag{п}$$

Начальное условие: при $\tau = 0$

$$\vartheta = \vartheta'. \tag{р}$$

В данном случае решение относительно ϑ_c/ϑ', ϑ_0/ϑ' и Q/Q' также является функцией только двух чисел подобия: Bi и Fo. Эти зависимости в виде графиков представлены на рис. 7-10—7-12. Величина Q' для шара равна:

$$Q' = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho c \vartheta'. \tag{с}$$

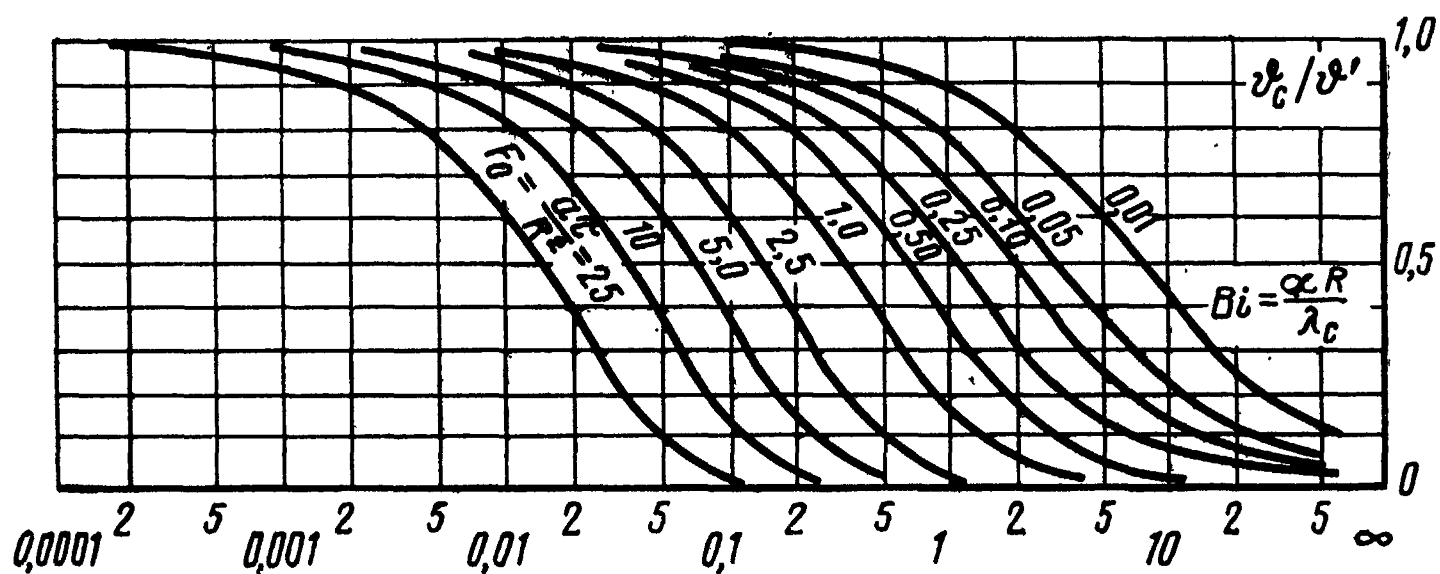


Рис. 7-7. Зависимость $\vartheta_c/\vartheta' = \Phi_c$ (Bi, Fo) для бесконечно длинного цилиндра.

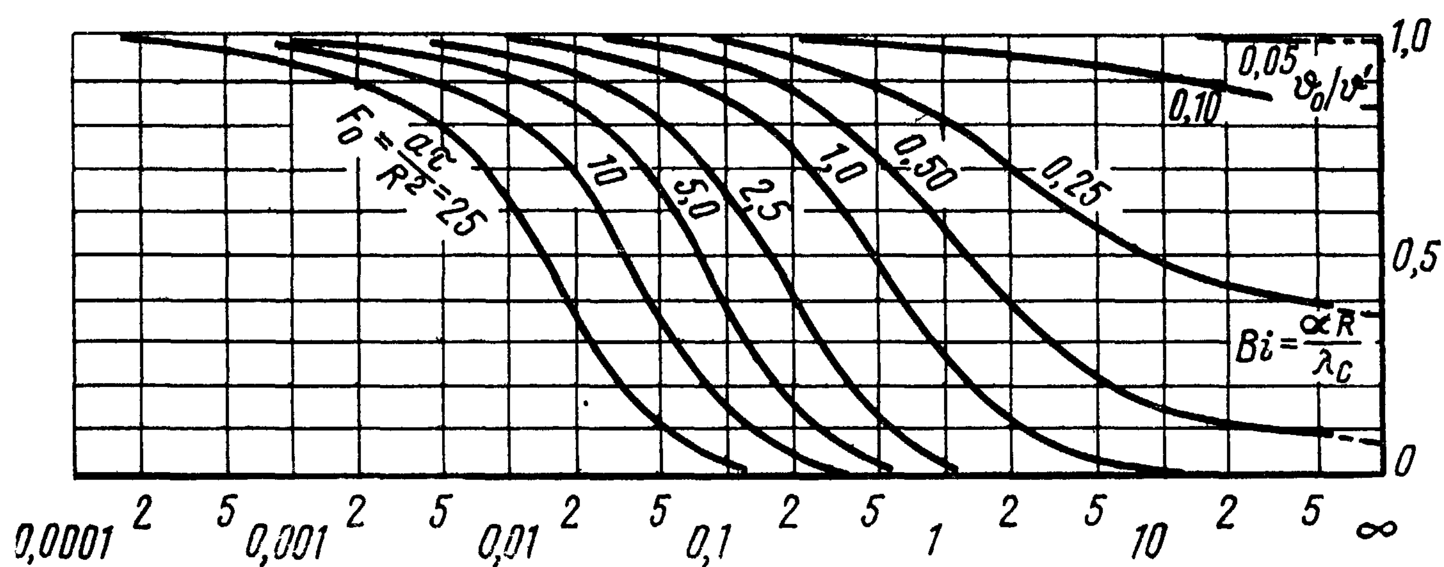


Рис. 7-8. Зависимость $\vartheta_0/\vartheta' = \Phi_0$ (Bi, Fo) для бесконечно длинного цилиндра.

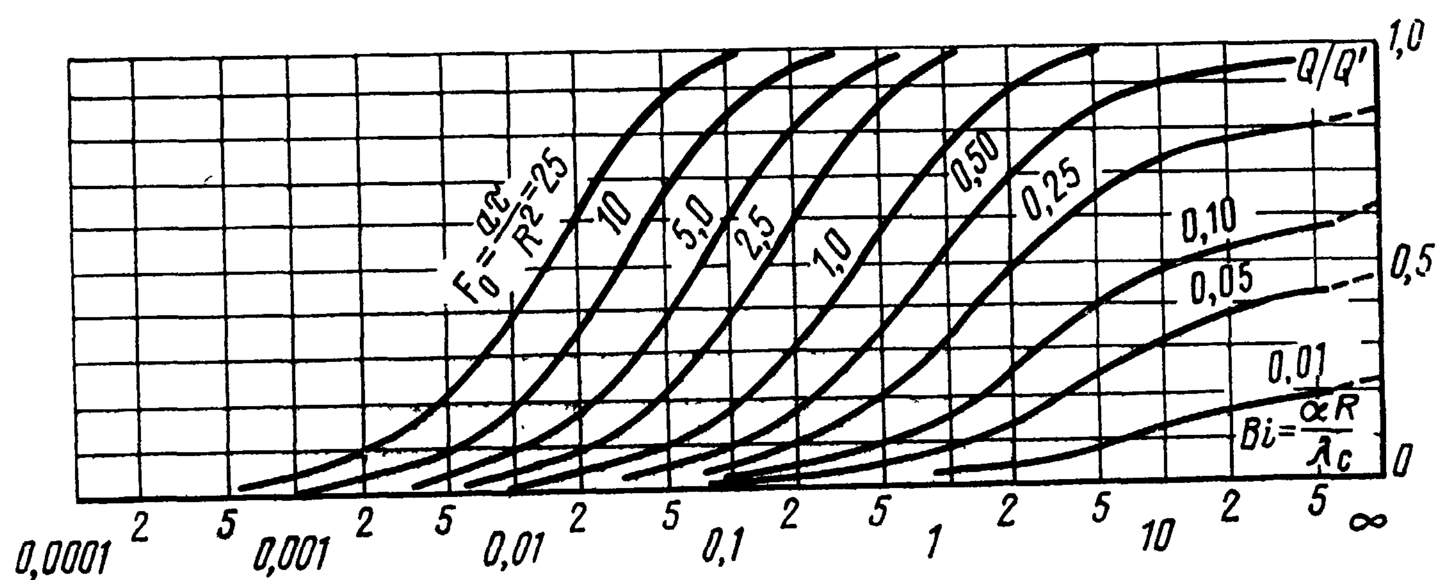


Рис. 7-9. Зависимость $Q/Q' = \Phi_Q$ (Bi, Fo) для бесконечно длинного цилиндра.

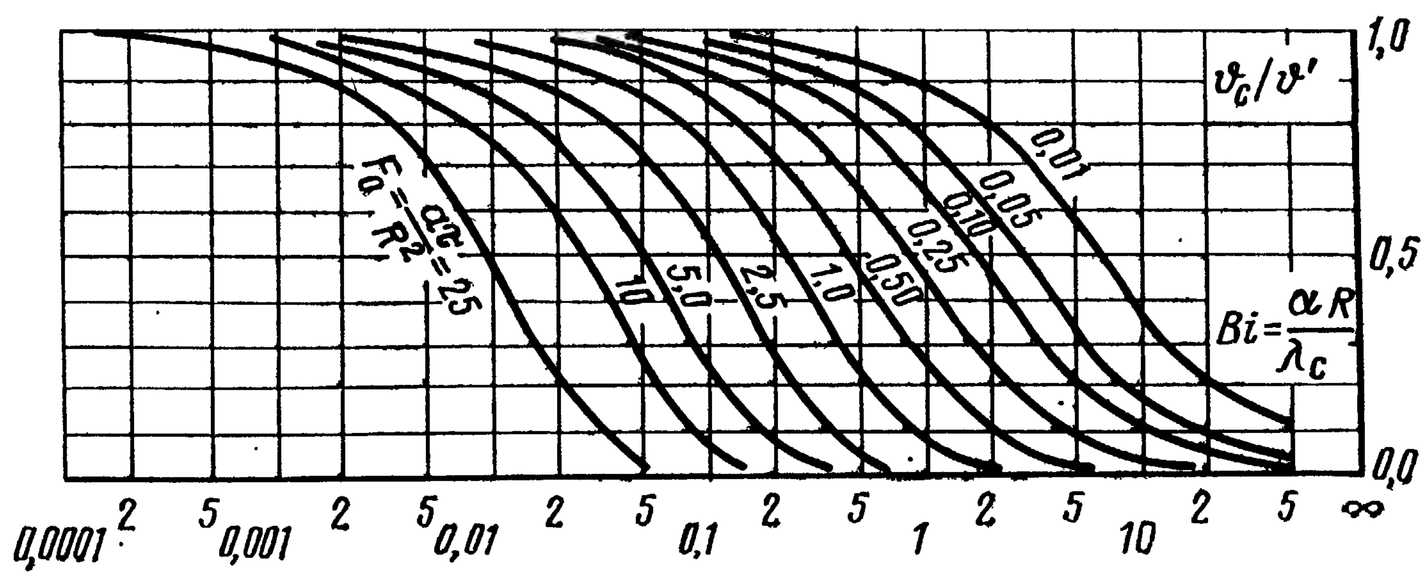


Рис. 7-10. Зависимость $\vartheta_c/\vartheta' = \Phi_c$ (Bi, Fo) для шара.

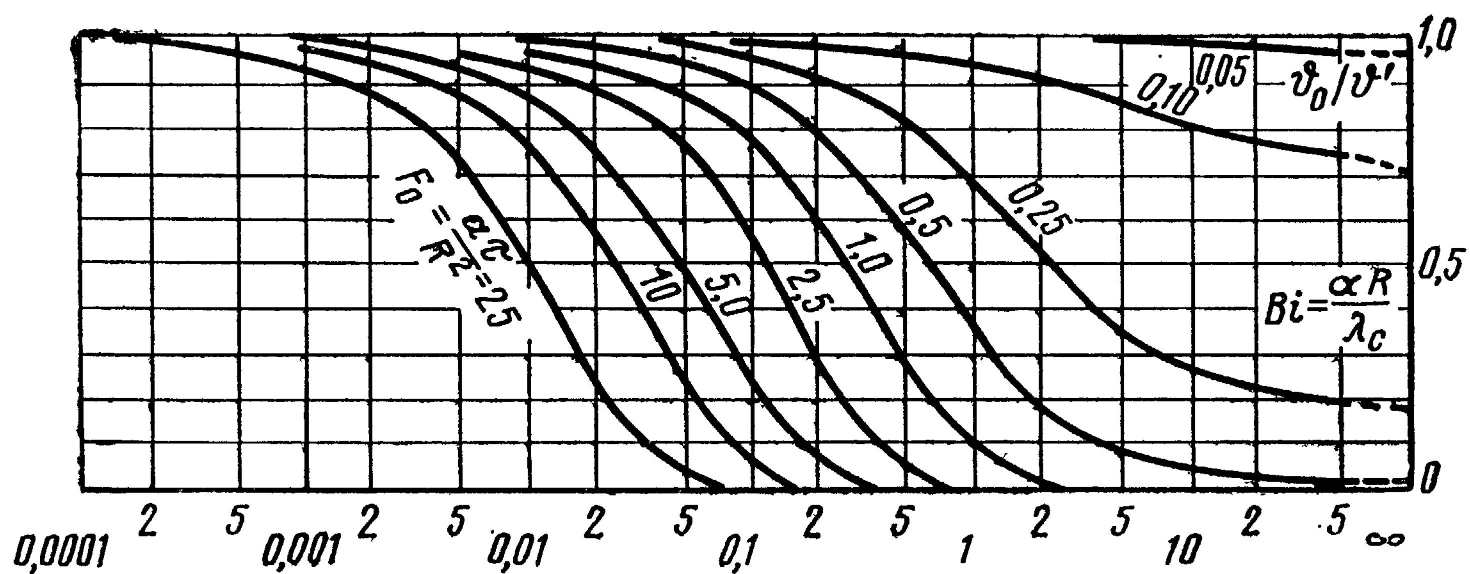


Рис. 7-11. Зависимость $\vartheta_0/\vartheta' = \Phi_0$ (Bi, Fo) для шара.

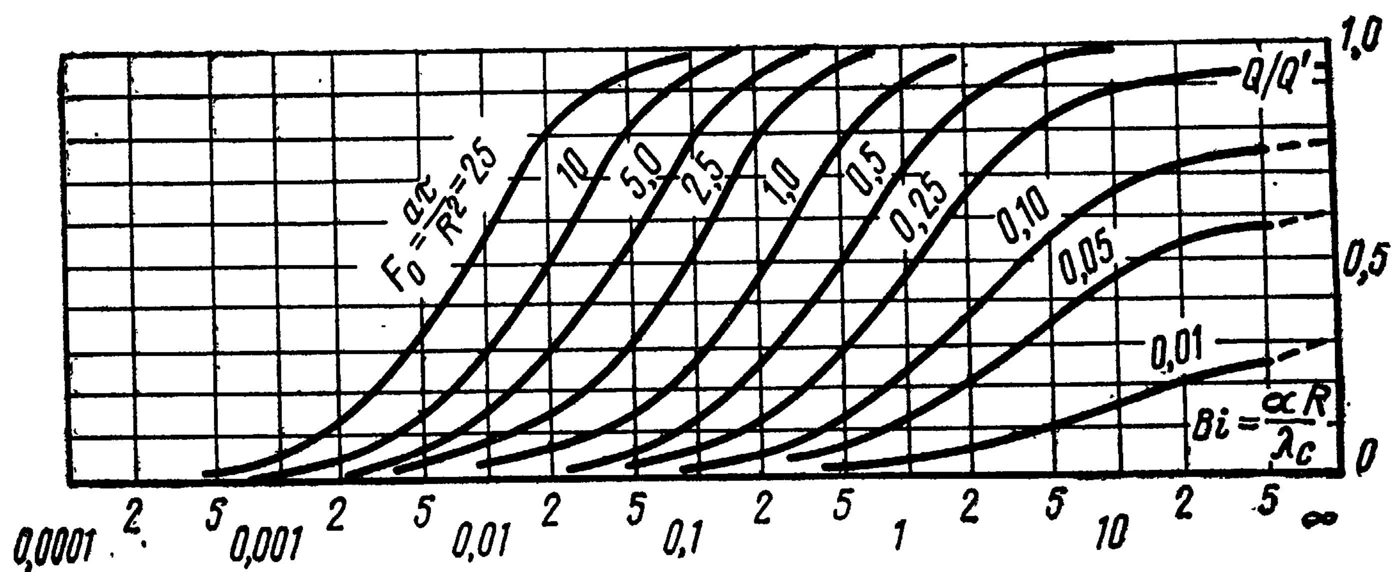


Рис. 7-12. Зависимость $Q/Q' = \Phi_Q$ (Bi, Fo) для шара.

4. **Зависимость процесса распространения теплоты от формы и размеров тела.** Скорость протекания процесса для какого-либо тела тем больше, чем больше отношение его поверхности к объему. В этом легко убедиться, если для тел различной формы сравнить значение ϑ_0 при одинаковых значениях Fo. Такое сопоставление приведено на рис. 7-13, где для различных тел даны зависимости $\vartheta_0/\vartheta' = f$ (Fo) при Bi $\to \infty$. Из рисунка видно, что для шарообразных тел скорость процесса больше, чем для любых других. Для цилиндрических и призматических тел скорость процесса в сильной мере зависит от их длины. Чем меньше длина, тем выше скорость.

Короткие цилиндры, прямоугольные призмы и параллелепипеды можно рассматривать соответственно как тела, образованные пере-

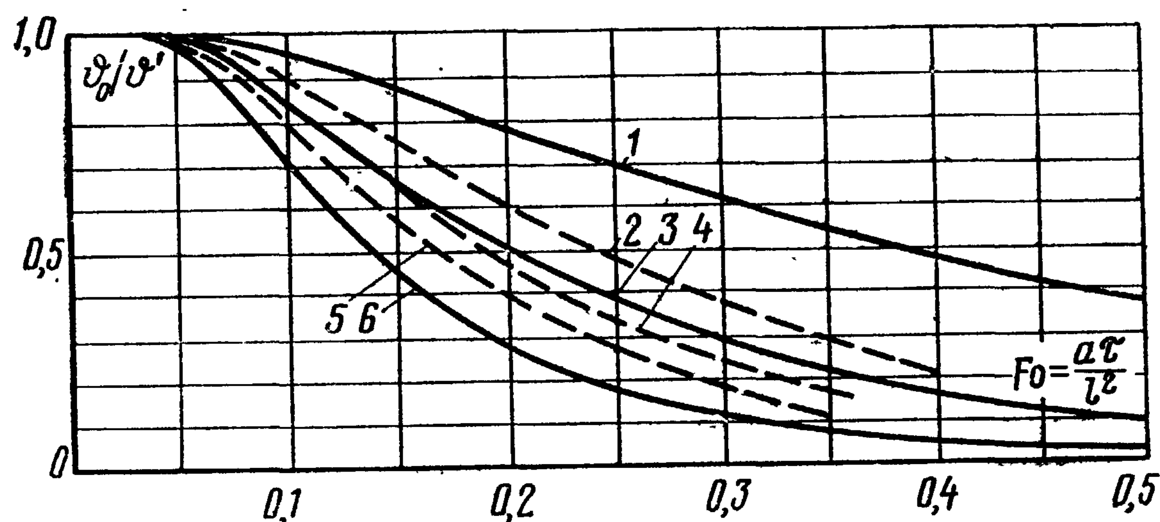


Рис. 7-13. Зависимость $\vartheta_0/\vartheta' = \Phi_0$ (Bi, Fo) для тел различной формы при Bi$\to\infty$.

1 — пластина; *2* — квадратная балка бесконечной длины; *3* — цилиндр бесконечной длины; *4* — куб; 5 — цилиндр, длина равна диаметру; *6* — шар.

сечением взаимно перпендикулярных цилиндра и пластины, двух пластин и трех пластин неограниченных размеров, но конечной толщины. Для цилиндра конечной длины толщина пластины 2δ берется равной длине цилиндра l. Относительная температура ϑ/ϑ' для какой-либо точки цилиндра равна произведению относительных температур этой точки, полученных для бесконечно длинного цилиндра и пластины бесконечной протяженности.

Этот метод перемножения относительных температур применим также для прямоугольных призм и параллелепипедов. Например, относительная температура на поверхности середины длины цилиндра равна произведению относительной температуры поверхности бесконечно длинного цилиндра ϑ_c/ϑ' на относительную температуру в середине неограниченной пластины ϑ_0/ϑ'; точно так же относительная температура на оси в середине цилиндра равна произведению относительной температуры оси ϑ_0/ϑ' бесконечного цилиндра на относительную температуру оси ϑ_0/ϑ' неограниченной пластины.

Пример 7-1. Определить температуру в центре и на поверхности стального цилиндра диаметром $d = 0{,}3$ м и длиной $l = 0{,}6$ м через час после по-

садки его в печь. Начальная температура цилиндра $t_c = 20°C$, температура внутри печи $t_ж = 1020°C$, $\alpha = 232$ Вт/(м²·°С), $\lambda_c = 35$ Вт/(м·°С), $c = 680$ Дж/(кг·°С) и $\rho = 7800$ кг/м³.

Сначала проведем расчет, предполагая цилиндр бесконечно длинным. Определяя коэффициент температуропроводности металла, имеем:

$$a = \frac{\lambda_c}{c\rho} = \frac{35}{680 \cdot 7800} = 6{,}6 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Значения чисел подобия:

$$\text{Bi} = \frac{\alpha R}{\lambda_c} = \frac{232 \cdot 0{,}150}{35} = 1;$$

$$\text{Fo} = \frac{a\tau}{R^2} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-6} \cdot 3600}{0{,}15^2} = 1{,}02.$$

По этим данным по рис. 7-7 и 7-8 находим значения

$$\vartheta_c/\vartheta' = 0{,}16 \text{ и } \vartheta_0/\vartheta' = 0{,}26.$$

Так как $\vartheta' = t_ж - t' = 1020 - 20 = 1000°C$, то $\vartheta_c = (t_ж - t_c)\ \vartheta' = 0{,}16 \cdot 1000 = 160°C$ и $t_c = 1020 - 160 = 860°C$; $\vartheta_0 = (t_ж - t_0)\ \vartheta' = 0{,}26 \cdot 1000 = 260°C$ и $t_0 = 1020 - 260 = 760°C$.

Теперь учтем влияние длины цилиндра по описанному выше правилу. Толщина плиты $2\delta = l = 0{,}6$ м и $\delta = 0{,}3$ м. Так как физические свойства плиты те же, что и для цилиндра, то

$$\text{Bi} = \frac{\alpha\delta}{\lambda_c} = \frac{232 \cdot 0{,}3}{35} = 2{,}01$$

и

$$\text{Fo} = \frac{a\tau}{\delta^2} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-6} \cdot 3600}{0{,}09} = 0{,}26.$$

По этим данным по рис. 7-3 и 7-4 находим значения

$$\vartheta_c/\vartheta' = 0{,}43 \text{ и } \vartheta_0/\vartheta' = 0{,}88.$$

Путем перемножения соответствующих значений безразмерных температур находим их значения для периметра торца ϑ_1, середины торца ϑ_2, середины боковой поверхности ϑ_3 и середины оси ϑ_4:

$$\vartheta_1/\vartheta' = (\vartheta_c/\vartheta')_ц\,(\vartheta_c/\vartheta')_п = 0{,}16 \cdot 0{,}43 = 0{,}069 \text{ и } \vartheta_1 = 69°C;$$

$$\vartheta_2/\vartheta' = (\vartheta_0/\vartheta')_ц\,(\vartheta_c/\vartheta')_п = 0{,}26 \cdot 0{,}43 = 0{,}112 \text{ и } \vartheta_2 = 112°C;$$

$$\vartheta_3/\vartheta' = (\vartheta_c/\vartheta')_ц\,(\vartheta_0/\vartheta')_п = 0{,}16 \cdot 0{,}88 = 0{,}140 \text{ и } \vartheta_3 = 140°C;$$

$$\vartheta_4/\vartheta' = (\vartheta_0/\vartheta')_ц\,(\vartheta_0/\vartheta')_п = 0{,}26 \cdot 0{,}88 = 0{,}228 \text{ и } \vartheta_4 = 228°C.$$

Так как $\vartheta_i = t_ж - t_i$, то $t_i = t_ж - \vartheta_i$; следовательно:

$t_1 = 1020 - 69 = 951°C$ (по первому расчету $t_1 = t_c = 860°C$);

$t_2 = 1020 - 112 = 908°C$ (по первому расчету $t_2 = t_0 = 760°C$);

$t_3 = 1020 - 140 = 880°C$ (по первому расчету $t_3 = t_c = 860°C$);

$t_4 = 1020 - 228 = 792°C$ (по первому расчету $t_4 = t_0 = 760°C$).

Таким образом, в случае конечной длины цилиндра процесс его нагревания протекает значительно быстрее.

7-3. ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

1. **Метод конечных разностей Шмидта.** В случае необходимости решения задач нестационарной теплопроводности в практических расчетах часто применяется метод конечных разностей. Этот метод основан на допущении возможности замены непрерывного процесса скачкообразным как в пространстве, так и во времени. При этом дифференциальное уравнение теплопроводности (7-1) заменяется уравнением в конечных разностях, которое для одномерного поля имеет вид:

$$\frac{\Delta t}{\Delta \tau} = a \frac{\Delta^2 t}{\Delta x^2}. \tag{7-6}$$

Практика применения этого метода к расчету плоских, цилиндрических и сферических тел, а также к расчету двумерного температурного поля впервые была разработана Э. Шмидтом. Рассмотрим этот метод в применении к плоской стенке. Разделим стенку на слои одинаковой толщины Δx (рис. 7-14), которые будем обозначать номерами $(n—1)$, n, $(n+1)$ . . . Время также разобьем на интервалы $\Delta\tau$, которые будем обозначать номерами k, $(k+1)$ . . . В таком случае $t_{n,k}$ обозначает температуру в середине n-го слоя в течение всего k-го промежутка времени; температурная кривая представляется ломаной линией.

Из рис. 7-14 следует, что в пределах слоя n температурная кривая имеет два наклона. Следовательно, производная от температуры по координате должна иметь два значения, а именно:

$$\left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_+ = \frac{t_{n+1,\,k} - t_{n,\,k}}{\Delta x}$$

и

$$\left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_- = \frac{t_{n,\,k} - t_{n-1,\,k}}{\Delta x}.$$

Соответственно для второй производной получим:

$$\frac{\Delta^2 t}{\Delta x^2} = \frac{1}{\Delta x}\left[\left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_+ - \left(\frac{\Delta t}{\Delta x}\right)_-\right] = \frac{1}{\Delta x^2}(t_{n+1,\,k} + t_{n-1,\,k} - 2t_{n,\,k}). \tag{а}$$

Производная от температуры по времени для слоя n имеет вид:

$$\frac{\Delta t}{\Delta \tau} = \frac{t_{n,\,k+1} - t_{n,\,k}}{\Delta \tau}. \tag{б}$$

Подставляя уравнения (а) и (б) в уравнение (7-6), имеем:

$$\frac{t_{n,\,k+1} - t_{n,\,k}}{\Delta \tau} = a\frac{t_{n+1,\,k} + t_{n-1,\,k} - 2t_{n,\,k}}{\Delta x^2}$$

или

$$t_{n,\,k+1} = 2a\frac{\Delta \tau}{\Delta x^2}\,\frac{t_{n+1,\,k} + t_{n-1,\,k}}{2} - \left(2a\frac{\Delta\tau}{\Delta x^2} - 1\right)t_{n,\,k}. \tag{в}$$

Таким образом, зная распределение температур в теле для k-го интервала времени, на основании уравнения (в) можно найти распределение температур для последующего интервала времени $(k+1)$ и т. д.

Если интервалы времени $\Delta\tau$ и размер слоев Δx выбрать так, чтобы $2a\dfrac{\Delta\tau}{\Delta x^2}=1$, то уравнение (в) принимает вид:

$$t_{n,\ k+1}=\frac{1}{2}\left(t_{n+1,\ k}+t_{n-1,\ k}\right). \qquad (г)$$

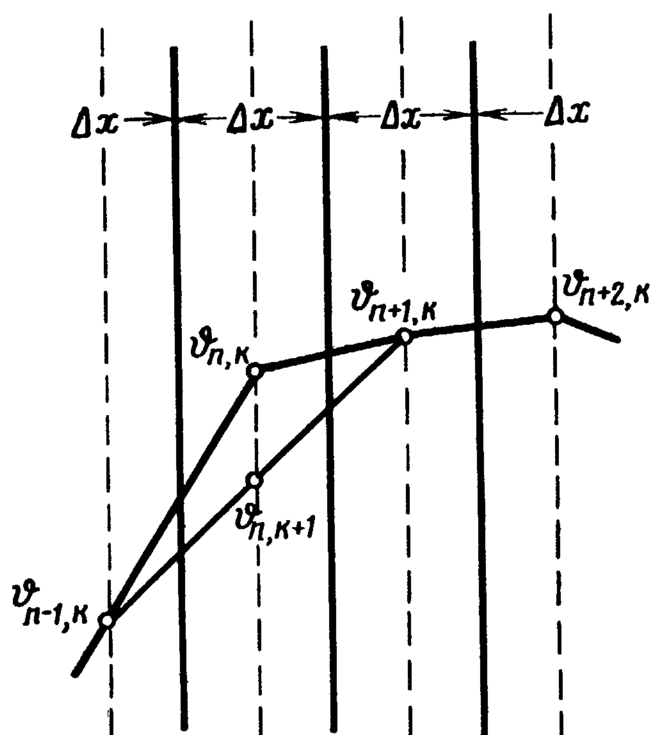


Рис. 7-14. Метод конечных разностей: условные обозначения и графическая интерпретация.

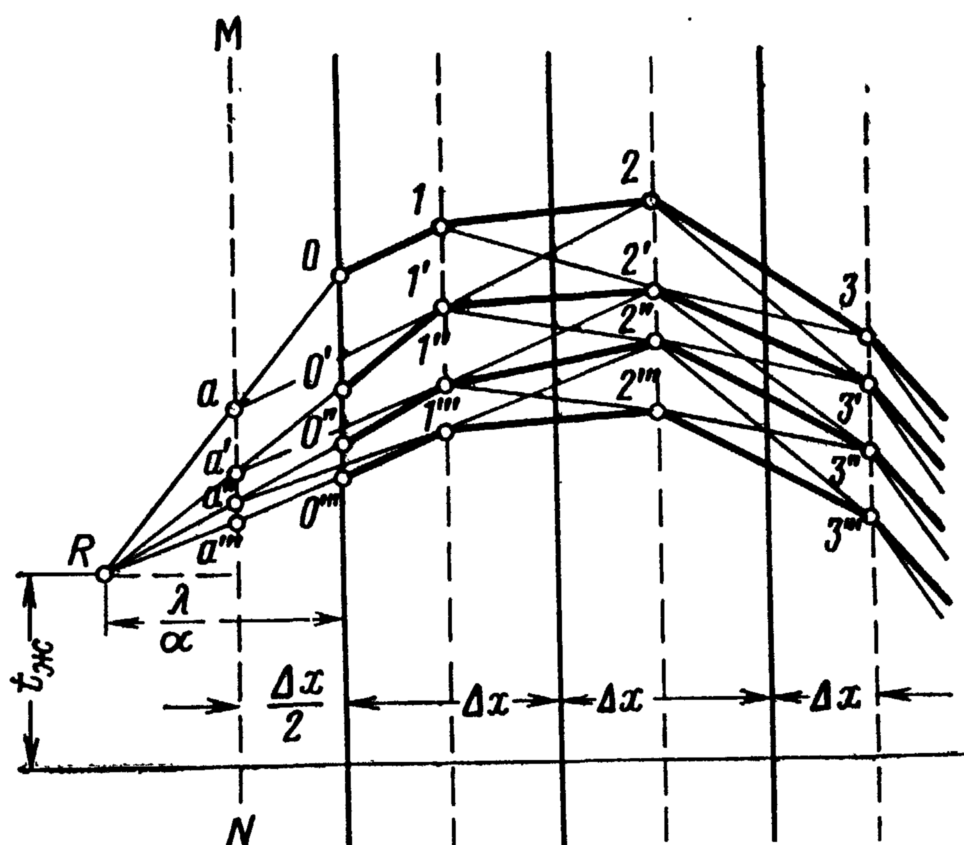


Рис. 7-15. Графический метод решения задач нестационарной теплопроводности.

Из уравнения (г) следует, что $t_{n,\ k+1}$ является среднеарифметическим значений $t_{n+1,\ k}$ и $t_{n-1,\ k}$. Поэтому техника расчета очень проста. Также просто уравнение (г) решается и графически. Значение интервала времени $\Delta\tau$ определяется из соотношения

$$\Delta\tau=\Delta x^2/2a. \qquad (д)$$

Если, например, рассматривается бетонная стенка $(a=0{,}765\cdot10^{-6}$ м^2/с$)$ и толщина слоя берется равной 50 мм, то интервал времени $\Delta\tau$ получает значение

$$\Delta\tau=\frac{\Delta x^2}{2a}=\frac{0{,}05^2}{2\cdot0{,}765\cdot10^{-6}}=2700\ \text{с}.$$

Таким образом, при решении конкретной задачи сначала надо выбрать значение Δx, удобное для графического построения, затем построить начальное распределение температур в виде, например, ломаной линии *0123 . . .* (рис. 7-15). Соединяя теперь точку *1* с точкой *3*, получают точку *2'*; соединяя точку *2* с точкой *4*, получают точку *3'* и т. д.

Для получения точек $0'$ и 1 необходимо учесть влияние внешней среды. Согласно сказанному выше (§ 7-2) конец температурной кривой (в нашем случае $1'0'$) дается соответствующей направляющей точкой R, ордината которой определяется температурой окружающей среды $t_ж$, а абсцисса — подкасательной $s = \lambda_c/\alpha$. Поэтому дополнительно наносится направляющая точка R и параллельно поверхности проводится вспомогательная линия MN*, отстоящая от нее на расстоянии $\Delta x/2$. Если теперь точку O соединить с направляющей R, то прямая, соединяющая эти точки, определит на линии MN точку a. Линия, соединяющая точку a и точку 2, дает точку $1'$ новой температурной кривой. Последний отрезок $1'0'$ температурной кривой должен быть найден также по направляющей точке R.

Выбрав распределение температур $0'1'2'3'$ за начальное, нужно повторить описанное построение. Таким образом будут найдены кривые $0''1''2''3''$ ... $0'''1'''2'''3'''$ ... и т. д. Если при этом значение α в течение процесса изменяется, то это можно учесть соответствующим изменением положения направляющей точки R.

При расчете многослойной стенки температурная кривая должна строиться в масштабе термических сопротивлений, т. е. по оси абсцисс вместо Δx должно быть отложено $\Delta x/\lambda_c$. Таким образом, при помощи описанного метода простыми средствами можно решить многие технические задачи нестационарной теплопроводности при любом задании граничных условий. Слабое место этого метода в том, что физические свойства тела принимаются постоянными.

2. **Метод элементарных балансов.** Поставив перед собой задачу найти метод расчета нестационарной теплопроводности с учетом зависимости от температуры коэффициента теплопроводности и удельной теплоемкости, А. П. Ваничев [10] разработал метод элементарных балансов, сущность которого заключается в следующем.

Рассматриваемое тело разбивается на ряд элементарных геометрических форм, в пределах которых закон изменения температуры с известной степенью точности может быть принят линейным. В качестве элементарного объема целесообразно принять параллелепипед со сторонами Δx, Δy, Δz. Серией таких параллелепипедов могут быть описаны контуры любого тела. Расчетными точками при этом являются места пересечения плоскостей разбивки, т. е. углы параллелепипедов.

Температуры в расчетных точках снабдим индексами, характеризующими время и место. Температуру расчетной точки в данный момент времени обозначим просто t. Температуры в данный момент времени в соседних точках, находящихся на расстоянии Δx, Δy, Δz, обозначаются соответственно через $t_{x+\Delta x}$, $t_{y+\Delta y}$, $t_{z+\Delta z}$. Температура расчетной точки в последующий момент времени, т. е. через промежуток времени $\Delta\tau$, обозначается $t_{\tau+\Delta\tau}$.

* Линия MN необходима для нахождения точек 1, $1'$, $1''$ ...

Пусть заданы изменения параметров c и λ в зависимости от температуры и краевые условия. Требуется определить температуру во всех расчетных точках во все последующие моменты времени. Расчетные формулы получим, применяя законы Фурье и Ньютона—Рихмана к составлению тепловых балансов группы элементарных параллелепипедов, на которые разбито тело. При этом могут встретиться разнообразные варианты расположения расчетных точек. Они могут находиться в пределах однородной среды, лежать на границе двух и более твердых тел, могут быть также расположены на границе с жидкостью или газом. При всякой конкретной задаче имеется ограниченное и обычно не очень большое число вариантов расположения точек.

Для каждого такого варианта, объединяющего одну или несколько точек, необходима своя расчетная формула.

Рассмотрим случай, когда расчетная точка окружена со всех сторон однородной твердой средой. Процесс распространения теплоты определяется численными значениями трех параметров: коэффициента теплопроводности, удельной теплоемкости и плотности. Плотность изменяется незначительно и во всех дальнейших рассуждениях считается постоянной. Коэффициент теплопроводности и удельная теплоемкость принимаются линейными функциями температуры: $\lambda = A + Bt$ и $c = C + Dt$. Схема расположения расчетной точки представлена на рис. 7-16.

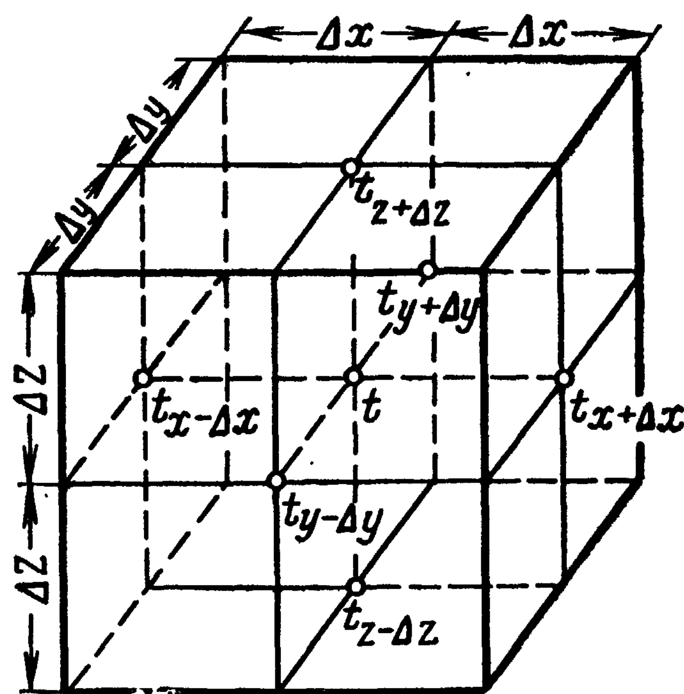


Рис. 7-16. Схема разбивки тела на элементы.

То обстоятельство, что рассматриваемые параллелепипеды невелики в сравнении с размерами всей системы, позволяет использовать в дальнейших выводах следующие допущения: а) изотермические поверхности в пределах данного элемента представляют собой параллельные плоскости, равноотстоящие одна от другой; б) средний за время $\Delta\tau$ тепловой поток ΔQ через какую-либо поверхность пропорционален начальному в пределах элемента времени $\Delta\tau$ значению температурного градиента; в) увеличение энтальпии пропорционально приращению температуры в средней точке его объема.

Для получения расчетной формулы составим тепловой баланс элемента со сторонами Δx, Δy, Δz, температура в центральной точке которого является расчетной t и $t_{\tau+\Delta\tau}$. Элемент расположен в центре группы из восьми таких же элементов. Количество теплоты, вошедшее в элемент за время $\Delta\tau$ через левую грань, параллельную плоскости YOZ, т. е. грань, лежащую в плоскости, выражаемой уравнением $x = -\Delta x/2$, на основании закона Фурье

равно:

$$\Delta Q_1 = -\lambda(t)\frac{t - t_{x-\Delta x}}{\Delta x}\Delta y\,\Delta z\,\Delta\tau =$$

$$= -(A + Bt_{x-\Delta x/2})\frac{t - t_{x-\Delta x}}{\Delta x}\Delta y\Delta z\Delta\tau.$$

За то же время через противоположную грань элемента поступает

$$\Delta Q_2 = -(A + Bt_{x+\Delta x/2})\frac{t - t_{x+\Delta x}}{\Delta x}\Delta y\,\Delta z\,\Delta\tau.$$

Количество теплоты, вошедшее в элемент через четыре другие грани, параллельные плоскости XOY и XOZ, определяется аналогично:

$$\Delta Q_3 = -(A + Bt_{y-\Delta y/2})\frac{t - t_{y-\Delta y}}{\Delta y}\Delta x\,\Delta z\,\Delta\tau;$$

$$\Delta Q_4 = -(A + Bt_{y+\Delta y/2})\frac{t - t_{y+\Delta y}}{\Delta y}\Delta x\,\Delta z\,\Delta\tau;$$

$$\Delta Q_5 = -(A + Bt_{z-\Delta z/2})\frac{t - t_{z-\Delta z}}{\Delta z}\Delta x\,\Delta y\,\Delta\tau;$$

$$\Delta Q_6 = -(A + Bt_{z+\Delta z/2})\frac{t - t_{z+\Delta z}}{\Delta z}\Delta x\,\Delta y\,\Delta\tau.$$

В силу линейного характера изменения температуры в пределах расчетных элементов справедливы равенства

$$t_{x-\Delta x/2} = \frac{t + t_{x-\Delta x}}{2};$$

$$t_{x+\Delta x/2} = \frac{t + t_{x+\Delta x}}{2};$$

$$t_{y-\Delta y/2} = \frac{t + t_{y-\Delta y}}{2} \quad \text{и т. д.}$$

С учетом этих равенств выражения для ΔQ_1, ΔQ_2, . . . , ΔQ_6 могут быть переписаны в виде

$$\Delta Q_1 = -\left(A + B\frac{t + t_{x-\Delta x}}{2}\right)\frac{t - t_{x-\Delta x}}{\Delta x}\Delta y\,\Delta z\,\Delta\tau;$$

$$\Delta Q_2 = -\left(A + B\frac{t + t_{x+\Delta x}}{2}\right)\frac{t - t_{x+\Delta x}}{\Delta x}\Delta y\,\Delta z\,\Delta\tau;$$

$$\Delta Q_3 = -\left(A + B\frac{t + t_{y-\Delta y}}{2}\right)\frac{t - t_{y-\Delta y}}{\Delta y}\Delta x\,\Delta z\,\Delta\tau;$$

$$\left.\begin{aligned}\Delta Q_4 &= -\left(A + B\,\frac{t + t_{y+\Delta y}}{2}\right)\frac{t - t_{y+\Delta y}}{\Delta y}\,\Delta x\,\Delta z\,\Delta\tau;\\ \Delta Q_5 &= -\left(A + B\,\frac{t + t_{z-\Delta z}}{2}\right)\frac{t - t_{z-\Delta z}}{\Delta z}\,\Delta x\,\Delta y\,\Delta\tau;\\ \Delta Q_6 &= -\left(A + B\,\frac{t + t_{z+\Delta z}}{2}\right)\frac{t - t_{z+\Delta z}}{\Delta z}\,\Delta x\,\Delta y\,\Delta\tau.\end{aligned}\right\} \quad \text{(e)}$$

Алгебраическая сумма количества теплоты, вошедшего за время $\Delta\tau$ через все грани в элемент, равна увеличению его энтальпии. Это может быть выражено в виде равенства

$$\Sigma\Delta Q_i = \Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \Delta Q_3 + \Delta Q_4 + \Delta Q_5 + \Delta Q_6 = c(t)\,\rho\,\Delta V\,\Delta t = (C + Dt)\,\rho\,\Delta x\,\Delta y\,\Delta z\,(t_{\tau+\Delta\tau} - t).$$

Подставляя в это равенство вместо ΔQ_1, ΔQ_2, . . . , ΔQ_6 ранее найденные для них выражения (е) и решая полученное уравнение относительно интересующего нас значения температуры в следующий момент времени $t_{\tau+\Delta\tau}$, получаем:

$$t_{\tau+\Delta\tau} = R(t)\,t + \frac{W_x\left(t_{x-\Delta x}\right)t_{x-\Delta x}}{N(t)} + \frac{W_x\left(t_{x+\Delta x}\right)t_{x+\Delta x}}{N(t)} + \frac{W_y\left(t_{y-\Delta y}\right)t_{y-\Delta y}}{N(t)} + \frac{W_y\left(t_{y+\Delta y}\right)t_{y+\Delta y}}{N(t)} + \frac{W_z\left(t_{z-\Delta z}\right)t_{z-\Delta z}}{N(t)} + \frac{W_z\left(t_{z+\Delta z}\right)t_{z+\Delta z}}{N(t)}, \quad \text{(7-7)}$$

где

$$W_x(t) = \frac{\Delta\tau}{\rho\Delta x^2}\left(A + \frac{1}{2}Bt\right);$$

$$W_y(t) = \frac{\Delta\tau}{\rho\,\Delta y^2}\left(A + \frac{1}{2}Bt\right);$$

$$W_z(t) = \frac{\Delta\tau}{\rho\,\Delta z^2}\left(A + \frac{1}{2}Bt\right);$$

$$N(t) = C + Dt;$$

$$R(t) = 1 - 2\left[\frac{W_x(t) + W_y(t) + W_z(t)}{N(t)}\right].$$

Пользуясь найденной формулой, можно по известному начальному распределению температур последовательно найти значения температур во всех расчетных точках в моменты времени $\tau + \Delta\tau$, $\tau + 2\Delta\tau$, $\tau + 3\Delta\tau$ и т. д. вплоть до интересующего нас момента.

Найденная формула справедлива лишь в том случае, если среда однородна, т. е. все рассматриваемое тело состоит из одного и того

же вещества, а граничные условия заданы в виде температуры поверхности. В случае, если отдельные участки системы состоят из различных веществ, а также в случае задания граничных условий в виде температуры окружающей среды и закона теплообмена, следует использовать иные зависимости, которые подробно изложены в [10].

Для практического применения метода должен быть рассмотрен еще вопрос о величине промежутка времени $\Delta\tau$, который до сих пор считался произвольным.

Расчетная формула (7-7) может быть представлена в виде

$$t_{\tau+\Delta\tau} = A_1 t + A_2 t_{x-\Delta x} + A_3 t_{x+\Delta x} + A_4 t_{y-\Delta y} + A_5 t_{y+\Delta y} + \\ + A_6 t_{z-\Delta z} + A_7 t_{z+\Delta z}, \qquad (\text{ж})$$

где

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= 1 - \frac{\Delta\tau(2A+Bt)}{\rho(C+Dt)}\left(\frac{1}{\Delta x^2}+\frac{1}{\Delta y^2}+\frac{1}{\Delta z^2}\right); \\ A_2 &= \frac{\Delta\tau\left(A+\frac{1}{2}Bt_{x-\Delta x}\right)}{\rho\Delta x^2(C+Dt)}; \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ A_7 &= \frac{\Delta\tau\left(A+\frac{1}{2}Bt_{z+\Delta z}\right)}{\rho\Delta z^2(C+Dt)}. \end{aligned}\right\} \qquad (\text{з})$$

Формула (ж) представляет собой полином первой степени с коэффициентами A_i, зависящими от физических свойств, координатных отрезков и $\Delta\tau$; от температуры они зависят лишь в силу изменения физических свойств. Такую структуру расчетные формулы имеют и в более сложных случаях.

На выбор $\Delta\tau$ пока никаких ограничений наложено не было. Увеличение его значения может значительно сократить объем вычислительных работ, а потому весьма заманчиво. Однако если придать $\Delta\tau$ чрезмерно большое значение, погрешность, вызываемая вторым допущением, т. е. тем, что средний тепловой поток за время $\Delta\tau$ считается пропорциональным начальному во времени градиенту температуры, может стать весьма значительной. Иначе говоря, при больших значениях $\Delta\tau$ ошибка экстраполяции резко возрастает, что немедленно сказывается на точности вычисления последующих температурных полей.

Для определения максимально допустимой величины $\Delta\tau$ обратимся к формуле (ж). При определенной разбивке системы на расчетные элементы и при заданном законе изменения физических свойств значения коэффициентов A_i зависят лишь от $\Delta\tau$ и температур. Среди температур, относящихся к данному моменту времени и входящих в состав формулы, имеются наименьшая и наибольшая температуры. Для того чтобы переход к последующему температур-

ному полю не представлял собой сомнительную экстраполяцию, необходимо, чтобы искомая температура не оказалась ниже первой или выше второй. Иными словами, необходимо, чтобы температурные изменения, происходящие за время $\Delta\tau$, определялись температурными разностями, существующими в рассматриваемом участке, и лежали бы в тех же пределах. В случае произвольного температурного поля это условие соблюдается лишь в том случае, когда все коэффициенты A_i положительны. Коэффициенты A_2, A_3, A_4, A_5, A_6 и A_7 по своей структуре могут иметь только положительное значение. Коэффициент же A_1 [уравнение (з)] в зависимости от величины $\Delta\tau$ может принимать любое значение в пределах от $+1$ до $-\infty$. Максимально допустимой величиной $\Delta\tau$, обозначаемой в дальнейшем $\Delta\tau_{макс}$, является такая, при которой A_1 обращается в нуль.

При заданных Δx, Δy, Δz, ρ, A, B, C и D величина A_1 зависит не только от $\Delta\tau$, но и от температуры, влияние которой может быть различно, в зависимости от величин и знаков B и D.

Среди температур, встречающихся при задании начальных и гра-граничных условий, имеется наименьшая и наибольшая, обозначим их $t_{мин}$ и $t_{макс}$. Температура любой точки в любой момент времени не будет выходить из границ этого интервала. Рассмотрим изменение $A_1(t)$ с температурой. Найдем производную

$$\frac{dA_1(t)}{dt} = \frac{BC - 2AD}{(C + Dt)^2}\left(\frac{1}{\Delta x_2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}\right)\frac{\Delta\tau}{\rho} = \frac{K}{(C + Dt)^2},$$

где величина K не зависит от температуры. Мы видим, что A_1 изменяется монотонно, ибо ее производная нигде не меняет свой знак. Значит, максимальное значение A_1 может соответствовать лишь одному из концов рассматриваемого температурного интервала. Поэтому практически проще всего поступать так: найти величину $\Delta\tau_{макс}$ из условия $A_1 = 0$ при $t = t_{макс}$ и при $t = t_{мин}$ и из двух найденных значений

$$\left.\begin{aligned} \Delta\tau'_{макс} &= \frac{\rho\,(C + Dt_{макс})}{(2A + Bt_{макс})(1/\Delta x^2 + 1/\Delta y^2 + 1/\Delta z^2)}; \\ \Delta\tau''_{макс} &= \frac{\rho\,(C + Dt_{мин})}{(2A + Bt_{мин})(1/\Delta x^2 + 1/\Delta y^2 + 1/\Delta z^2)} \end{aligned}\right\} \quad \text{(и)}$$

ввести в расчет наименьшее, так как при этом условие $A \geqslant 0$ будет выполнено для всех температур, возможных в системе. Даже при незначительном повышении этой величины изменения температур начинают носить беспорядочный скачкообразный характер и расчет становится неверным. Если система состоит из нескольких веществ или окружена жидкой средой, величина $\Delta\tau_{макс}$ должна быть найдена для всех случаев, встречающихся в системе, и из найденных значений в расчете должно быть принято наименьшее.

7-4. РЕГУЛЯРНЫЙ ТЕПЛОВОЙ РЕЖИМ

Рассмотрим процесс охлаждения (или нагревания) твердого тела, когда условия охлаждения, температура окружающей среды $t_ж$ и коэффициент теплоотдачи α, во времени остаются постоянными и внутренние источники теплоты в теле отсутствуют. В отношении начального распределения температур в теле не будем делать никаких ограничений, за исключением того, что примем условие: разность между температурой в любой точке и температурой окружающей среды в начальный момент имеет один и тот же знак. При этих условиях нестационарный процесс охлаждения (нагревания) тела может быть разделен на две стадии: *начальную стадию* и *стадию регулярного режима*.

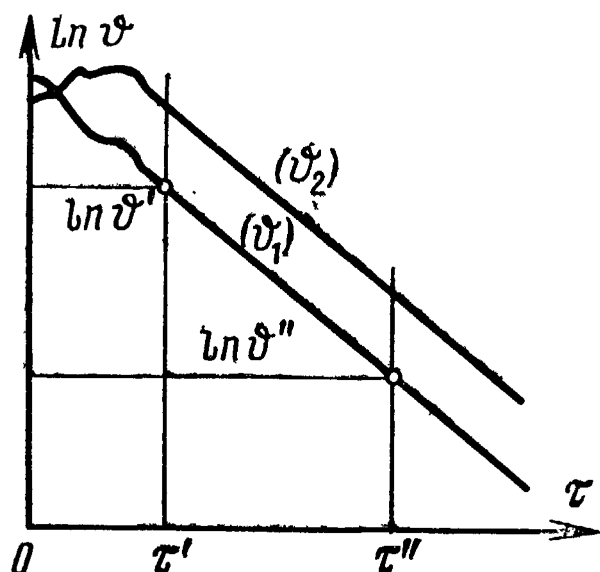


Рис. 7-17. Изменение температуры во времени при охлаждении тела.

Первая стадия характеризуется тем, что изменение температурного поля во времени существенно зависит от особенностей начального теплового состояния тела, и поэтому характер процесса не определяется однозначно условиями охлаждения и свойствами тела. Однако постепенно влияние начальных условий все более и более утрачивается; напротив, воздействие условий охлаждения и физических свойств тела становится определяющим. Наступает регулярный тепловой режим. При этом закон изменения температурного поля во времени принимает простой и универсальный вид: логарифм избыточной температуры[1] тела в любой его точке изменяется во времени по линейному закону

$$\ln\vartheta = -m\tau + C, \tag{а}$$

т. е. эта температура убывает во времени по экспоненциальному закону

$$\vartheta = Ce^{-m\tau}. \tag{б}$$

Величина m, 1/с, есть положительное число, не зависящее от координат и времени. Эта величина характеризует интенсивность охлаждения (нагревания) тела и называется *темпом охлаждения (нагревания)*.

Графическая интерпретация рассматриваемого процесса показана на рис. 7-17; здесь приведены кривые изменения величин $\ln\vartheta_1$ и $\ln\vartheta_2$ для двух фиксированных точек тела *1* и *2* во времени на протяжении всего процесса охлаждения тела. Наступление регулярного режима характеризуется тем, что соответствующие кри-

---

[1] Избыточной температурой ϑ называют модуль разности между температурой тела t и температурой окружающей среды $t_ж : \vartheta = |t - t_ж|$.

вые переходят в прямые линии, имеющие одинаковый угловой коэффициент на графике, т. е. они оказываются параллельными между собой.

Применим уравнение (а) к двум произвольным моментам времени τ' и τ'' (рис. 7-17) и, исключив постоянную C, получим:

$$m = \frac{\ln \vartheta' - \ln \vartheta''}{\tau'' - \tau'}. \qquad (7\text{-}8)$$

Формула (7-8) дает способ определения величины темпа охлаждения m из опыта; для этого необходимо измеренные в какой-нибудь точке тела температуры $\vartheta = f(\tau)$ представить в полулогарифмических координатах, на прямолинейном участке полученной зависимости выбрать две точки и соответствующие им величины $\ln \vartheta$ и τ подставить в формулу (7-8).

Основные закономерности регулярного теплового режима были подробно исследованы Г. М. Кондратьевым [40], который определил основные связи, существующие между темпом охлаждения m, с одной стороны, и физическими свойствами тела, его формой, размерами и условиями охлаждения — с другой. Это позволило разработать методы приближенного расчета нестационарных температурных полей, методы моделирования нестационарных процессов в сложных объектах, дать оценки неравномерности температурных полей в различных условиях и т. д. На основе теории регулярного режима были предложены и получили широкое распространение на практике новые методы определения теплофизических свойств веществ: a, λ, c, термических сопротивлений R, степени черноты тел ε, коэффициентов теплоотдачи α. Преимуществом таких методов является простота техники эксперимента, высокая точность получаемых результатов и малая затрата времени на проведение эксперимента.

Для регулярного теплового режима характерны следующие основные положения:

1. Основное соотношение (а), определяющее наступление регулярного режима, выполняется не только для однородных простых тел, но также для любых сложных систем из разнородных тел, т. е. явление регуляризации температурного поля имеет общий характер.

2. Темп охлаждения однородного тела m при конечном значении коэффициента теплоотдачи пропорционален коэффициенту теплоотдачи α и внешней поверхности тела F и обратно пропорционален полной теплоемкости $C_V = c\rho V$:

$$m = \Psi \frac{\alpha F}{C_V}. \qquad (в)$$

3. При $\alpha \to \infty$ значение m_∞ для любой сложной системы конечно, причем величина m_∞ для однородных тел пропорциональна коэффициенту температуропроводности a материала:

$$a = K m_\infty. \qquad (г)$$

Соотношение (в) есть выражение закона сохранения энергии для условий регулярного режима охлаждения (нагревания) тел. Величина Ψ в этом уравнении представляет собой отношение средней по поверхности избыточной температуры ϑ_F к средней по объему величине ϑ_V, т. е. $\Psi = \vartheta_F/\vartheta_V$. Это отношение в течение всего периода регулярного режима остается постоянным и называется коэффициентом неравномерности распределения температуры в теле; величина Ψ может изменяться от 0 до 1 (последний случай отвечает равномерному полю температур в теле).

Коэффициент K в соотношении (г) зависит лишь от геометрических свойств — формы и размера — тела. Его называют *коэффициентом формы*. Для тел простой формы величины K были определены аналитически:

для шара

$$K=\left(\frac{R}{\pi}\right)^2; \tag{д}$$

для цилиндра длиной l

$$K=\frac{1}{\left(\frac{2,405}{R}\right)^2+\left(\frac{\pi}{l}\right)^2}; \tag{е}$$

для параллелепипеда со сторонами l_1, l_2, l_3

$$K=\frac{1}{\left(\frac{\pi}{l_1}\right)^2+\left(\frac{\pi}{l_2}\right)^2+\left(\frac{\pi}{l_3}\right)^2}. \tag{ж}$$

При известном значении коэффициента формы K соотношение (г) является основой для экспериментального определения коэффициента температуропроводности a материалов. Для тел сложной формы на основе соотношения (г) может быть определен коэффициент формы K опытным путем. Для этого из материала с известным коэффициентом температуропроводности изготавливается модель, геометрически подобная реальному объекту сложной формы; экспериментальным путем для модели определяется темп охлаждения m_∞ в условиях высокой интенсивности теплоотдачи $\alpha \to \infty$ и из соотношения (г) определяется $K_{\text{мод}}$. Тогда коэффициент формы объекта равен $K=\frac{1}{n^2}K_{\text{мод}}$, где n — отношение линейных размеров модели и объекта.

Соотношение (г) есть предельный случай общего уравнения (в), когда $\alpha \to \infty$, $\Psi \to 0$. Качественный характер зависимости $m = f(\alpha)$ показан на рис. 7-18.

Соотношения (в) и (г) можно объединить, если их представить в безразмерном виде:

$$M=\Psi B, \tag{и}$$

где $M=\frac{m}{m_\infty}=\frac{m}{a}K$ — относительный темп охлаждения; $B=\frac{\alpha}{\lambda}\frac{KF}{V}$ — модифицированная форма записи числа Био.

Величина Ψ для тела заданной формы является однозначной — функцией числа B. Исследования [40] показали, что для тел различной конфигурации кривые $\Psi = \Psi(B)$ настолько близко располагаются друг к другу, что практически все семейство их можно заменить одной кривой. Приближенное ее аналитическое выражение имеет вид:

$$\Psi = (1 + 1{,}44\,B + B^2)^{-1/2}. \qquad (к)$$

Соотношения (и) и (к) могут быть использованы для оценки неравномерности поля температур Ψ различных объектов; на их основе разработаны экспериментальные методы определения коэффициента теплопроводности, коэффициента теплоотдачи и др.

4. Для системы, состоящей из ряда жестко связанных тел с различными свойствами, темп охлаждения m однозначно определяется совокупностью теплофизических свойств этих тел, их размерами и формой, а также условиями охлаждения. Для таких сложных систем могут быть получены уравнения, аналогичные соотношениям (в) и (г) для простых тел. Особый интерес представляет система, состоящая из ядра произвольной конфигурации и тонкой оболочки из иного материала. Для таких условий уравнение энергетического баланса системы в период регулярного режима имеет относительно простой вид [40]. На этой основе были предложены и получили распространение весьма эффективные методы определения теплофизических параметров различных веществ.

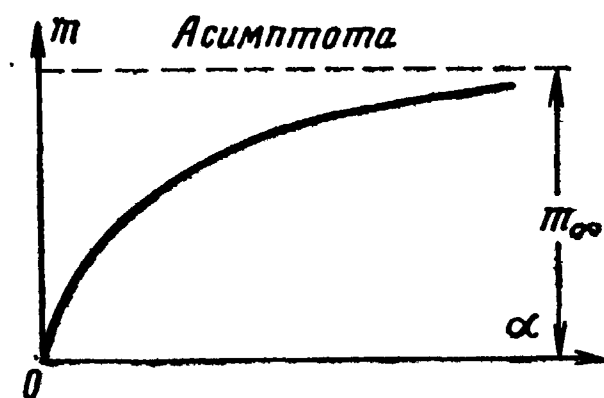


Рис. 7-18. Зависимость $m = f(\alpha)$.

5. Понятие регулярного режима применимо также к телам с внутренними источниками или стоками теплоты постоянной интенсивности. Все приведенные выше соотношения и зависимости справедливы и в этих случаях. Различие лишь в том, что при простом охлаждении закон формулируется для избыточной температуры $\vartheta = |t - t_ж|$, а при наличии источников теплоты — для разности температур $\vartheta = |t - t_0|$ при стационарном (t_0) и нестационарном (t) режимах системы в одной и той же точке.

ГЛАВА ВОСЬМАЯ

ТЕПЛООБМЕННЫЕ АППАРАТЫ

8-1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Теплообменным аппаратом называется устройство, в котором осуществляется процесс передачи теплоты от одного теплоносителя к другому. Такие аппараты многочисленны и по своему технологическому назначению и конструктивному оформлению весьма разнообразны. По принципу действия теплообменные аппараты

могут быть разделены на рекуперативные, регенеративные и смесительные.

Рекуперативными называются такие аппараты, в которых теплота от горячего теплоносителя к холодному передается через разделяющую их стенку. Примером таких аппаратов являются парогенераторы, подогреватели, конденсаторы и т. п.

Регенеративными называются такие аппараты, в которых одна и та же поверхность нагрева омывается то горячим, то холодным теплоносителем. При протекании горячей жидкости теплота воспринимается стенками аппарата и в них аккумулируется, при протекании холодной жидкости эта аккумулированная теплота ею воспринимается. Примером таких аппаратов являются регенераторы мартеновских и стеклоплавильных печей, воздухоподогреватели доменных печей и др.

В рекуперативных и регенеративных аппаратах процесс передачи теплоты неизбежно связан с поверхностью твердого тела. Поэтому такие аппараты называются также поверхностными.

В *смесительных* аппаратах процесс теплопередачи происходит путем непосредственного соприкосновения и смешения горячего и холодного теплоносителей. В этом случае теплопередача протекает одновременно с материальным обменом. Примером таких теплообменников являются башенные охладители (градирни), скрубберы и др.

Специальные названия теплообменных аппаратов обычно определяются их назначением, например, парогенераторы, печи, водоподогреватели, испарители, перегреватели, конденсаторы, деаэраторы и т. д. Однако несмотря на большое разнообразие теплообменных аппаратов по виду, устройству, принципу действия и рабочим телам, назначение их в конце концов одно и то же, это — передача теплоты от одной, горячей, жидкости к другой, холодной. Поэтому и основные положения теплового расчета для них остаются общими.

8-2. РЕКУПЕРАТИВНЫЕ АППАРАТЫ

1. **Основные положения теплового расчета.** Тепловой расчет теплообменного аппарата может быть *конструкторским*, целью которого является определение площади поверхности теплообмена, и *поверочным*, при котором устанавливается режим работы аппарата и определяются конечные температуры теплоносителей. В обоих случаях основными расчетными уравнениями являются:

уравнение теплопередачи

$$Q = kF(t_1 - t_2) \tag{8-1}$$

и уравнение теплового баланса

$$Q_1 = Q_2 + \Delta Q, \tag{8-2}$$

где

$$Q_1 = G_1 \delta i_1 = G_1 c_{p1} \delta t_1 = G_1 c_{p1} \left(t_1' - t_1''\right)$$

— количество теплоты, отданное горячим теплоносителем;

$$Q_2 = G_2\delta i_2 = G_2 c_{p2}\delta t_2 = G_2 c_{p2}\left(t_2'' - t_2'\right)$$

— количество теплоты, воспринятое холодным теплоносителем; ΔQ — потери теплоты в окружающую среду; G_1, G_2 — массовые расходы горячего и холодного теплоносителей; δi_1, δi_2 — изменение энтальпии теплоносителей; c_{p1}, c_{p1} — удельные теплоемкости теплоносителей при постоянном давлении; t_1', t_1'' — температуры горячего теплоносителя на входе и выходе из аппарата; t_2', t_1'' — температуры холодного теплоносителя на входе и выходе его из аппарата.

При выводе расчетных формул теплопередачи (см. гл. 5) было принято, что в данной точке или сечении теплообменного устройства температура рабочей жидкости постоянна. Однако это положение для всей поверхности справедливо приближенно лишь при кипении жидкости и конденсации паров. В общем случае температура рабочих жидкостей в теплообменниках изменяется: горячая охлаждается, а холодная нагревается. Вместе с этим изменяется и температурный напор между ними $\Delta t_i = (t_1 - t_2)_i$. В таких условиях уравнение теплопередачи (8-1) применимо лишь в дифференциальной форме к элементу поверхности dF, а именно:

$$dQ = k_i \Delta t_i dF_i.$$

Общее количество теплоты, переданное через всю поверхность, определяется интегралом этого выражения

$$Q = \int_0^F k_i \Delta t_i dF_i = k\Delta t F. \qquad (8\text{-}3)$$

Это и есть расчетное уравнение теплопередачи. Здесь Δt — среднее значение температурного напора по всей поверхности нагрева.

В тепловых расчетах важное значение имеет величина, называемая водяным эквивалентом, W, Дж/(с·°С), Вт/°С:

$$W = Gc_p, \qquad (8\text{-}4)$$

где $G = \rho w f$ — массовый расход теплоносителя; w — скорость теплоносителя; ρ — плотность теплоносителя; f — площадь сечения канала.

Если величину W ввести в уравнение теплового баланса (8-2), то оно принимает вид:

$$W_1\left(t_1' - t_1''\right) = W_2\left(t_2'' - t_2'\right),$$

откуда

$$\frac{t_1' - t_1''}{t_2'' - t_2'} = \frac{\delta t_1}{\delta t_2} = \frac{W_2}{W_1}. \qquad (8\text{-}5)$$

Последнее означает, что отношение изменений температур рабочих жидкостей обратно пропорционально отношению их водяных эквивалентов. Такое соотношение справедливо как для всей по-

верхности нагрева F, так и для каждого ее элемента dF, т. е.

$$\frac{dt_1}{dt_2} = \frac{W_2}{W_1}, \tag{8-6}$$

где dt_1 и dt_2 — изменения температуры рабочих жидкостей на элементе поверхности.

Характер изменения температуры рабочих жидкостей вдоль поверхности нагрева зависит от схемы их движения и соотношения величин W_1 и W_2. Если в теплообменном аппарате горячая и холодная жидкости протекают параллельно и в одном направлении, то такая схема движения называется *прямотоком* (рис. 8-1, *а*).

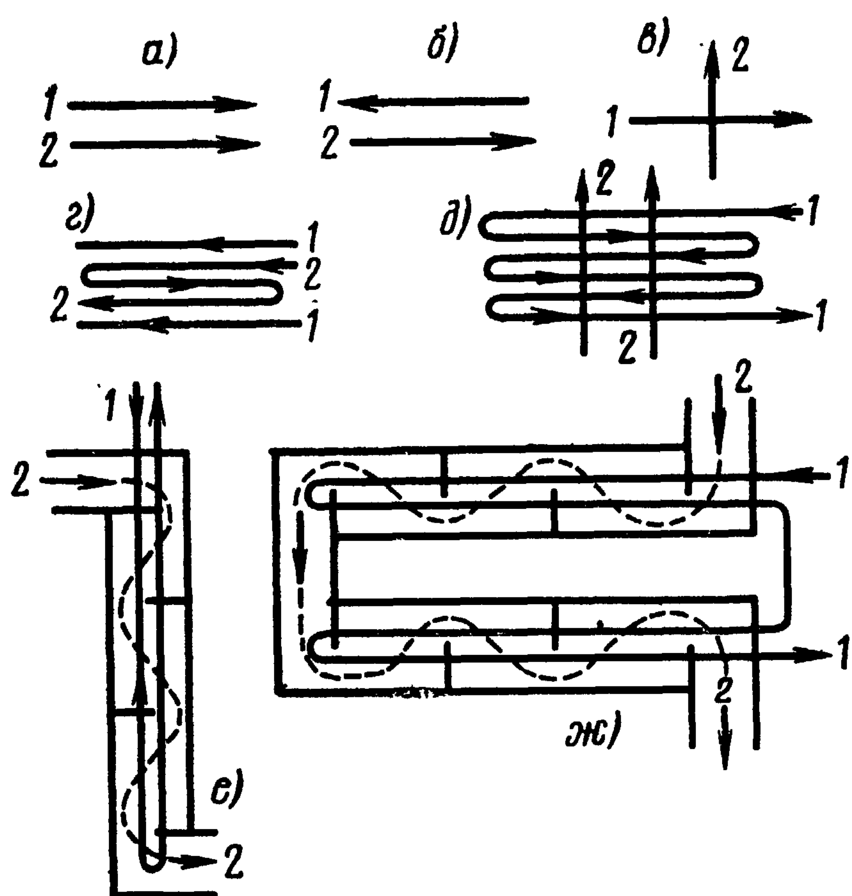


Рис. 8-1. Схемы движения рабочих жидкостей в теплообменниках.

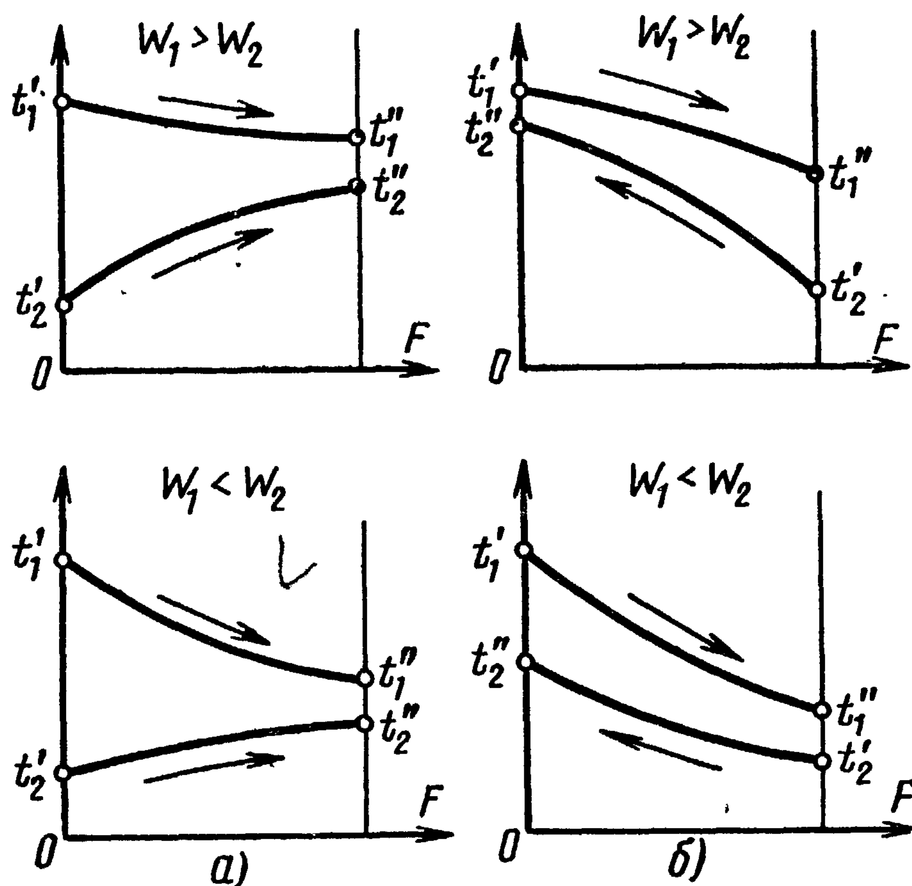


Рис. 8-2. Характер изменения температур рабочих жидкостей при прямотоке (*а*) и противотоке (*б*).

Если жидкости протекают параллельно, но в прямо противоположном направлении,— *противотоком* (рис. 8-1, *б*). Наконец, если жидкости протекают в перекрестном направлении,— *перекрестным током* (рис. 8-1, *в*). Помимо таких простых схем движения, на практике осуществляются и сложные: одновременно прямоток и противоток (рис. 8-1, *г*), многократно перекрестный ток, (рис. 8-1, *д—ж*) и т. д.

В зависимости от того, осуществляется ли прямоток или противоток и W_1 больше или меньше, чем W_2, получаются четыре характерные пары кривых изменения температуры вдоль поверхности нагрева, представленные на рис. 8-2. Здесь по осям абсцисс отложена площадь поверхности нагрева F, а по осям ординат — температура рабочих жидкостей.

В соответствии с уравнением (8-5) на графиках большее изменение температуры $t'—t'' = \delta t$ получается для той жидкости, у которой значение величины W меньше.

Из рассмотрения графиков следует, что при прямотоке конечная температура холодной жидкости t_2'' всегда ниже конечной температуры горячей жидкости t_1''. При противотоке же конечная температура холодной жидкости t_2'' может быть выше конечной температуры горячей t_1''. Следовательно, при одной и той же начальной температуре холодной жидкости при противотоке ее можно нагреть до более высокой температуры, чем при прямотоке.

Температурный напор вдоль поверхности при прямотоке изменяется сильнее, чем при противотоке. Вместе с тем среднее значение температурного напора при противотоке больше, чем при прямотоке. За счет только этого фактора при противотоке теплообменник получается компактнее [см. уравнение (8-3)]. Однако если температура хотя бы одной из рабочих жидкостей постоянна, то среднее значение температурного напора независимо от схемы движения оказывается одним и тем же. Так именно получается при кипении жидкостей и при конденсации паров, либо когда расход одной рабочей жидкости настолько велик, что ее температура изменяется очень мало.

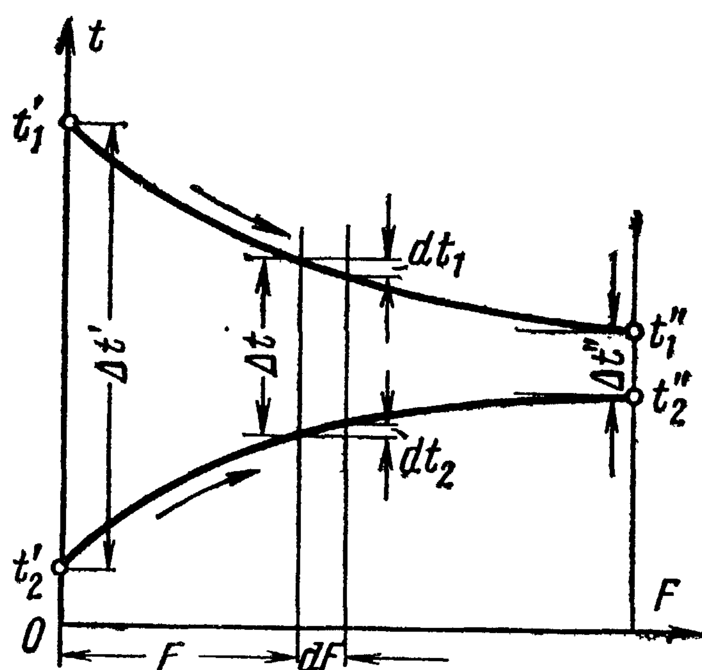


Рис. 8-3. К выводу формулы осреднения температурного напора.

Рассмотрев общие уравнения теплового расчета аппаратов и уяснив температурные условия работы теплообменников, перейдем теперь к более подробному рассмотрению величин, входящих в уравнение (8-3).

2. **Средний температурный напор.** При выводе формулы осреднения температурного напора рассмотрим простейший теплообменный аппарат, работающий по схеме прямотока. Количество теплоты, передаваемое в единицу времени от горячей жидкости к холодной через элемент поверхности dF (рис. 8-3), определяется уравнением

$$dQ = k(t_1 - t_2)\,dF. \tag{а}$$

При этом температура горячей жидкости понизится на dt_1, а холодной повысится на dt_2. Следовательно,

$$dQ = -G_1 c_{p1} dt_1 = G_2 c_{p2} dt_2, \tag{б}$$

откуда

$$dt_1 = -dQ/G_1 c_{p1} = -dQ/W_1; \tag{в}$$

$$dt_2 = dQ/G_2 c_{p2} = dQ/W_2. \tag{г}$$

Изменение температурного напора при этом

$$dt_1 - dt_2 = d(t_1 - t_2) = -(1/W_1 + 1/W_2)\,dQ = -m\,dQ, \tag{д}$$

где $m = 1/W_1 + 1/W_2$.

Подставляя в уравнение (д) значение dQ из уравнения (а), получаем:

$$d(t_1 - t_2) = -mk(t_1 - t_2)\,dF. \qquad \text{(е)}$$

Обозначим $(t_1 - t_2)$ через Δt и произведем разделение переменных:

$$d(\Delta t)/\Delta t = -mkdF. \qquad \text{(ж)}$$

Если значения m и k постоянны, то, интегрируя уравнение (ж), получаем:

$$\int\limits_{\Delta t'}^{\Delta t} \frac{d(\Delta t)}{\Delta t} = -mk \int\limits_0^F dF$$

или

$$\ln \frac{\Delta t}{\Delta t'} = -mkF, \qquad \text{(з)}$$

откуда

$$\Delta t = \Delta t' e^{-mkF}, \qquad \text{(и)}$$

где Δt — местное значение температурного напора $(t_1 - t_2)$, относящееся к элементу поверхности теплообмена.

Из уравнения (и) видно, что вдоль поверхности нагрева температурный напор изменяется по экспоненциальному закону. Зная этот закон, легко установить и среднее значение температурного напора $\overline{\Delta t}$. На основании теоремы о среднем (при $k = \text{const}$) имеем:

$$\overline{\Delta t} = \frac{1}{F}\int\limits_0^F \Delta t\,dF = \frac{\Delta t'}{F}\int\limits_0^F e^{-mkF} dF = \frac{\Delta t'}{-mkF}\left(e^{-mkF} - 1\right). \qquad \text{(к)}$$

Подставляя в уравнение (к) значение mkF и e^{-mkF} из уравнений (з) и (и) и имея в виду, что согласно рис. 8-3 в конце поверхности нагрева $\Delta t = \Delta t''$, окончательно имеем:

$$\overline{\Delta t} = \frac{\Delta t'' - \Delta t'}{\ln \dfrac{\Delta t''}{\Delta t'}} = \frac{\Delta t' - \Delta t''}{\ln \dfrac{\Delta t'}{\Delta t''}} \qquad \text{(8-7)}$$

или

$$\overline{\Delta t} = \frac{(t_1' - t_2') - (t_1'' - t_2'')}{\ln \dfrac{t_1' - t_2'}{t_1'' - t_2''}}. \qquad \text{(8-7а)}$$

Такое значение температурного напора называется *среднелогарифмическим* и часто в литературе обозначается $\Delta t_{\text{лог}}$.

Точно таким же образом выводится формула осреднения температурного напора и для противотока. Отличие лишь в том, что

в правой части уравнения (г) следует поставить знак минус, и поэтому здесь $m = 1/W_1 - 1/W_2$. Окончательная формула для среднего логарифмического температурного напора при противотоке имеет вид:

$$\overline{\Delta t} = \frac{(t_1' - t_2'') - (t_1'' - t_2')}{\ln \frac{t_1' - t_2''}{t_1'' - t_2'}}. \tag{8-8}$$

При равенстве величин W_1 и W_2 в случае противотока ($m = 0$) из уравнения (и) имеем: $\Delta t = \Delta t'$. В этом случае температурный напор по всей поверхности постоянен:

$$\Delta t = \Delta t' = t_1' - t_2'' = \Delta t'' = t_1'' - t_2'. \tag{л}$$

Формулы (8-7) и (8-8) можно свести в одну, если независимо от начала и конца поверхности через $\Delta t_б$ обозначить больший, а через $\Delta t_м$ меньший температурные напоры между рабочими жидкостями. Тогда окончательная формула среднелогарифмического температурного напора для прямотока и противотока принимает вид:

$$\overline{\Delta t} = \frac{\Delta t_б - \Delta t_м}{\ln \frac{\Delta t_б}{\Delta t_м}} = \frac{\Delta t_б - \Delta t_м}{2{,}3 \lg \frac{\Delta t_б}{\Delta t_м}}. \tag{8-9}$$

Вывод формул для среднелогарифмического температурного напора сделан в предположении, что расход и теплоемкость рабочих жидкостей, а также коэффициент теплопередачи вдоль поверхности нагрева остаются постоянными. Так как в действительности эти условия выполняются лишь приближенно, то и вычисленное по формулам (8-7), (8-8) или (8-9) значение $\overline{\Delta t}$ также приближенно.

В тех случаях, когда температура рабочих жидкостей вдоль поверхности нагрева изменяется незначительно, средний температурный напор можно вычислить как среднеарифметическое из крайних напоров $\Delta t'$ и $\Delta t''$:

$$\overline{\Delta t} = \frac{1}{2}(\Delta t' + \Delta t'') = \frac{\Delta t'}{2}\left(1 + \frac{\Delta t''}{\Delta t'}\right). \tag{8-10}$$

Среднеарифметическое значение температурного напора всегда больше среднелогарифмического. Но при $\Delta t''/\Delta t' > 0{,}6$ они отличаются друг от друга меньше чем на 3%. Такая погрешность в технических расчетах вполне допустима.

Для аппаратов с перекрестным и смешанным током рабочих жидкостей задача об усреднении температурного напора отличается сложностью математических выкладок. Поэтому для наиболее часто встречающихся случаев результаты решения обычно представляются в виде графиков. Для ряда схем такие графики приведены в приложении. При помощи их расчет среднего температурного

напора производится следующим образом. Сначала по формуле (8-8) определяется среднелогарифмический температурный напор как для чисто противоточных аппаратов. Затем вычисляются вспомогательные величины P и R:

$$P = \frac{t_2'' - t_2'}{t_1' - t_2'} = \frac{\delta t_2}{\Delta t'}; \qquad (8\text{-}11)$$

$$R = \frac{t_1' - t_1''}{t_2'' - t_2'} = \frac{\delta t_1}{\delta t_2}. \qquad (8\text{-}12)$$

По этим данным из соответствующего вспомогательного графика (см. рис. П-5—П-15) находится поправка $\varepsilon_{\Delta t}$. Итак, в общем случае средний температурный напор определяется формулой

$$\overline{\Delta t} = \varepsilon_{\Delta t} \frac{(t_1' - t_2'') - (t_1'' - t_2')}{\ln \dfrac{t_1' - t_2''}{t_1'' - t_2'}}. \qquad (8\text{-}13)$$

Пример 8-1. В холодильной установке необходимо охладить жидкость, расход которой $G_1 = 275$ кг/ч, от $t_1' = 120°C$ до $t_1'' = 50°C$. Теплоемкость жидкости $c_{p1} = 3{,}05$ кДж/(кг·°C). Для охлаждения используется вода с $t_2' = 10°C$. Расход охлаждающей воды $G_2 = 1100$ кг/ч. Теплоемкость воды $c_{p2} = 4{,}19$ кДж/(кг·°C). Определить площадь поверхности нагрева при прямотоке и противотоке, если коэффициент теплопередачи $k = 1000$ Вт/(м²·°C),

Рассчитываем величины W_1 и W_2:

$$W_1 = \frac{275}{3600} \cdot 3{,}05 = 0{,}23 \text{ кВт/°C};$$

$$W_2 = \frac{1100}{3600} \cdot 4{,}19 = 1{,}28 \text{ кВт/°C}.$$

Подставляя их в уравнение (8-5), получаем конечную температуру воды

$$\frac{120 - 50}{t_2'' - 10} = \frac{1{,}28}{0{,}23}; \quad t_2'' = 10 + \frac{70}{5{,}56} = 22{,}6°C.$$

По формуле (8-7а) определим среднюю разность температур при прямотоке

$$\overline{\Delta t}_{\rightrightarrows} = \frac{(120 - 10) - (50 - 22{,}6)}{2{,}3 \lg \dfrac{120 - 10}{50 - 22{,}6}} = 59°C.$$

При противотоке по формуле (8-8) получим:

$$\overline{\Delta t}_{\rightleftarrows} = \frac{(120 - 22{,}6) - (50 - 10)}{2{,}3 \lg \dfrac{120 - 22{,}6}{50 - 10}} = 64{,}7°C.$$

Количество переданной теплоты определяется по уравнению (8-2):

$$Q = G_1 c_{p1} (t_1' - t_1'') = W_1 (t_1' - t_1'') = 0{,}23 \cdot 70 = 16{,}1 \text{ кВт}.$$

Имея значения Q и $\overline{\Delta t}$, по формуле (8-1) можно определить искомые площади поверхности нагрева:

$$F_{\rightrightarrows} = \frac{Q}{k\,\overline{\Delta t}_{\rightrightarrows}} = \frac{16,1\cdot 10^3}{1000\cdot 59} = 0,273 \text{ м}^2;$$

$$F_{\rightleftarrows} = \frac{Q}{k\,\overline{\Delta t}_{\rightleftarrows}} = \frac{16,1\cdot 10^3}{1000\cdot 64,7} = 0,249 \text{ м}^2.$$

3. **Коэффициент теплопередачи.** При расчете теплообменных аппаратов возникают трудности с определением значения коэффициента теплопередачи k. Эти затруднения в основном определяются изменением температуры рабочих жидкостей и сложностью геометрической конфигурации поверхности теплообмена. Точно учесть влияние этих факторов очень трудно, поэтому практически определение значения коэффициента теплопередачи производится по формулам, приведенным в гл. 6. Специфические же особенности процесса теплообмена в рассчитываемых аппаратах учитываются при выборе значений коэффициентов теплоотдачи α, которые входят в формулу для коэффициента теплопередачи.

При расчете k в первую очередь необходимо произвести анализ частных термических сопротивлений, и если возможно, то следует произвести упрощение расчетной формулы. Приемы и правила упрощения также изложены в гл. 6.

Далее необходимо учитывать влияние на коэффициент теплопередачи изменения температуры рабочих жидкостей. Большей частью такой учет сводится к отнесению коэффициентов теплоотдачи к средним температурам рабочих жидкостей. Для жидкости с большим водяным эквивалентом средняя температура берется как среднеарифметическое из крайних значений, например, $t_б = 0,5\left(t'_б + t''_б\right)$. При этом для другой жидкости, с меньшим водяным эквивалентом, средняя температура определяется из соотношения $t_м = t_б \pm \overline{\Delta t}$. Здесь $\overline{\Delta t}$ является среднелогарифмическим температурным напором; знак «—» применяется в тех случаях, когда $t_б$ означает температуру горячей жидкости, а знак «+» в тех случаях, когда $t_б$ означает температуру холодной жидкости.

Иногда вычисление коэффициента теплопередачи производят по температурам рабочих жидкостей в начале и в конце поверхности нагрева. Если полученные значения k' и k'' друг от друга отличаются не очень сильно, то среднеарифметическое из них принимается за среднее значение k, а именно:

$$k = \frac{k' + k''}{2}. \qquad (8\text{-}14)$$

В большинстве практических случаев такое осреднение является достаточным. В случае же сильного расхождения между собой значений k' и k'' необходимо разделить поверхность нагрева на отдельные участки, в пределах которых коэффициент теплопередачи

изменяется незначительно, и для каждого такого участка расчет теплопередачи производить раздельно.

Так же поступают и в тех случаях, когда резко меняются условия омывания поверхности нагрева рабочей жидкостью, например, в нижней части поверхности нагрева поперечное омывание, в средней — продольное и в верхней — снова поперечное. Если при этом температура рабочей жидкости изменяется незначительно, то применяется осреднение:

$$k = \frac{k_1F_1 + k_2F_2 + k_3F_3}{F_1 + F_2 + F_3}, \tag{8-15}$$

где F_1, F_2 и F_3 — отдельные участки площади поверхности нагрева; k_1, k_2 и k_3 — средние значения коэффициента теплопередачи на этих участках.

4. **Расчет конечной температуры рабочих жидкостей.** Выше конечной целью теплового расчета являлось определение площади поверхности нагрева и основных размеров теплообменника для его дальнейшего конструирования. Предположим теперь, что теплообменник уже имеется или по крайней мере спроектирован. В этом случае целью теплового расчета является определение конечных температур рабочих жидкостей. Это — так называемый поверочный расчет.

При решении такой задачи известными являются следующие величины: площадь поверхности нагрева F, коэффициент теплопередачи k, величины W_1 и W_2 и начальные температуры t_1' и t_2', а искомыми: конечные температуры t_1'' и t_2'' и количество переданной теплоты Q.

В приближенных расчетах можно исходить из следующих представлений. Количество теплоты, отдаваемое горячей жидкостью, равно:

$$Q = W_1(t_1' - t_1''), \tag{8-16}$$

откуда конечная температура ее t_1'' определяется соотношением

$$t_1'' = t_1' - Q/W_1. \tag{а}$$

Соответственно для холодной жидкости имеем:

$$Q = W_2(t_2'' - t_2') \tag{8-17}$$

и

$$t_2'' = t_2' + Q/W_2. \tag{б}$$

Если принять, что температуры рабочих жидкостей меняются по линейному закону, то

$$Q = kF\left(\frac{t_1' + t_1''}{2} - \frac{t_2' + t_2''}{2}\right). \tag{в}$$

Вместо неизвестных t_1'' и t_2'' подставим их значения из уравнений (а) и (б), тогда получим:

$$Q = kF\left(t_1' - Q/2W_1 - t_2' - Q/2W_2\right). \qquad (г)$$

Произведя дальнейшее преобразование, получим:

$$\frac{Q}{kF} + \frac{Q}{2W_1} + \frac{Q}{2W_2} = Q\left(\frac{1}{kF} + \frac{1}{2W_1} + \frac{1}{2W_2}\right) = t_1' - t_2', \qquad (д)$$

откуда окончательно получаем:

$$Q = \frac{t_1' - t_2'}{\dfrac{1}{kF} + \dfrac{1}{2W_1} + \dfrac{1}{2W_2}}. \qquad (8\text{-}18)$$

Зная количество переданной теплоты Q, очень просто по формулам (а) и (б) определить и конечные температуры рабочих жидкостей t_1'' и t_2''.

Приведенная схема расчета хотя и проста, однако применима лишь для ориентировочных расчетов и в случае небольших изменений температур жидкостей. В общем же случае конечная температура зависит от схемы движения рабочих жидкостей. Поэтому для прямотока и противотока приводится вывод более точных формул.

а) Прямоток. Выше было показано, что температурный напор изменяется по экспоненциальному закону

$$\Delta t'' = \Delta t' e^{-mkF}. \qquad (8\text{-}19)$$

Имея в виду, что

$$m = 1/W_1 + 1/W_2; \quad \Delta t' = t_1' - t_2'$$

и что в конце поверхности нагрева $\Delta t'' = t_1'' - t_2''$, подставим эти значения в уравнение (8-19)

$$\frac{t_1'' - t_2''}{t_1' - t_2'} = e^{-(1/W_1 + 1/W_2)kF}. \qquad (8\text{-}20)$$

Однако это уравнение дает лишь разности температур. Чтобы отсюда получить конечные температуры в отдельности, необходимо обе части равенства вычесть из единицы:

$$1 - \frac{t_1'' - t_2''}{t_1' - t_2'} = 1 - e^{-(1/W_1 + 1/W_2)kF} \qquad (8\text{-}21)$$

или

$$\left(t_1' - t_1''\right) + \left(t_2'' - t_2'\right) = \left(t_1' - t_2'\right)\left[1 - e^{-(1/W_1 + 1/W_2)kF}\right]. \qquad (8\text{-}22)$$

Так как [см. уравнение (8-5)]

$$t_2'' - t_2' = \left(t_1' - t_1''\right)\frac{W_1}{W_2},$$

то, подставляя это значение в левую часть уравнения (8-22), получаем:

$$\delta t_1 = t_1' - t_1'' =$$

$$= \left(t_1' - t_2'\right) \frac{1 - e^{-(1+W_1/W_2)(kF/W_1)}}{1 + W_1/W_2} = \left(t_1' - t_2'\right) \Pi. \qquad (8\text{-}23)$$

Последнее уравнение показывает, что изменение температуры горячей жидкости δt_1 равно некоторой доле **П** располагаемого начального температурного напора $t_1' - t_2'$; эта доля зависит только от двух безразмерных параметров W_1/W_2 и kF/W_1.

Аналогичным образом из уравнения (8-22) можно получить выражение и для изменения температуры холодной жидкости

$$\delta t_2 = t_2'' - t_2' =$$

$$= \left(t_1' - t_2'\right) \frac{W_1}{W_2} \frac{1 - e^{-(1+W_1/W_2)(kF/W_1)}}{1 + W_1/W_2} = \left(t_1' - t_2'\right) \frac{W_1}{W_2} \Pi. \quad (8\text{-}24)$$

Определив изменения температур рабочих жидкостей и зная их начальные температуры, легко определить конечные:

$$t_1'' = t_1' - \delta t_1 \text{ и } t_2'' = t_2' + \delta t_2. \qquad (8\text{-}25)$$

Количество теплоты, передаваемой через поверхность теплообмена, определяется:

$$Q_\text{П} = W_1 \delta t_1 = W_1 \left(t_1' - t_2'\right) \Pi. \qquad (8\text{-}26)$$

Значение функции $\Pi = f(W_1/W_2, kF/W_1)$ приведено на рис. 8-4. Формулы (8-24) — (8-26) могут быть применены и для расчета промежуточных значений температуры рабочих жидкостей и количества теплоты. В этом случае в расчетные формулы вместо F надо подставить значение F_x.

Пример 8-2. Имеется водяной холодильник с площадью поверхности нагрева $F = 8$ м². Определить конечные температуры жидкостей и количество передаваемой теплоты Q, если заданы следующие величины: $G_1 = 225$ кг/ч; $c_{p1} = 3{,}03$ кДж/(кг·°С) и $t_1' = 120$°С. Для охлаждения в распоряжении имеется вода с расходом $G_2 = 1000$ кг/ч при температуре $t_2' = 10$°С. Теплоемкость воды $c_{p2} = 4{,}19$ кДж/(кг°·С). Коэффициент теплопередачи $k = 35$ Вт/(м²·°С).

$$W_1 = \frac{225}{3600} \cdot 3{,}03 = 0{,}19 \text{ кВт/°С};$$

$$W_2 = \frac{1000}{3600} \cdot 4{,}19 = 1{,}16 \text{ кВт/°С};$$

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{0{,}19}{1{,}16} = 0{,}16; \quad \frac{kF}{W_1} = \frac{35 \cdot 8}{0{,}19 \cdot 10^3} = 1{,}5.$$

Соответствующее значение функции П находим из рис. 8-4: П (0,16; 1,5) = 0,72.

Изменение (понижение) температуры горячей жидкости согласно уравнению (8-23) равно:

$$\delta t_1 = t_1' - t_1'' = \left(t_1' - t_2'\right) \Pi = (120 - 10) \cdot 0{,}72 = 79°C.$$

Следовательно, конечная температура ее равна:

$$t_1'' = 120 - 79 = 41°C.$$

Количество переданной теплоты определится по уравнению (8-26):

$$Q_\Pi = W_1 \cdot \delta t_1 = 190 \cdot 79 = 15\,000 \text{ Вт}.$$

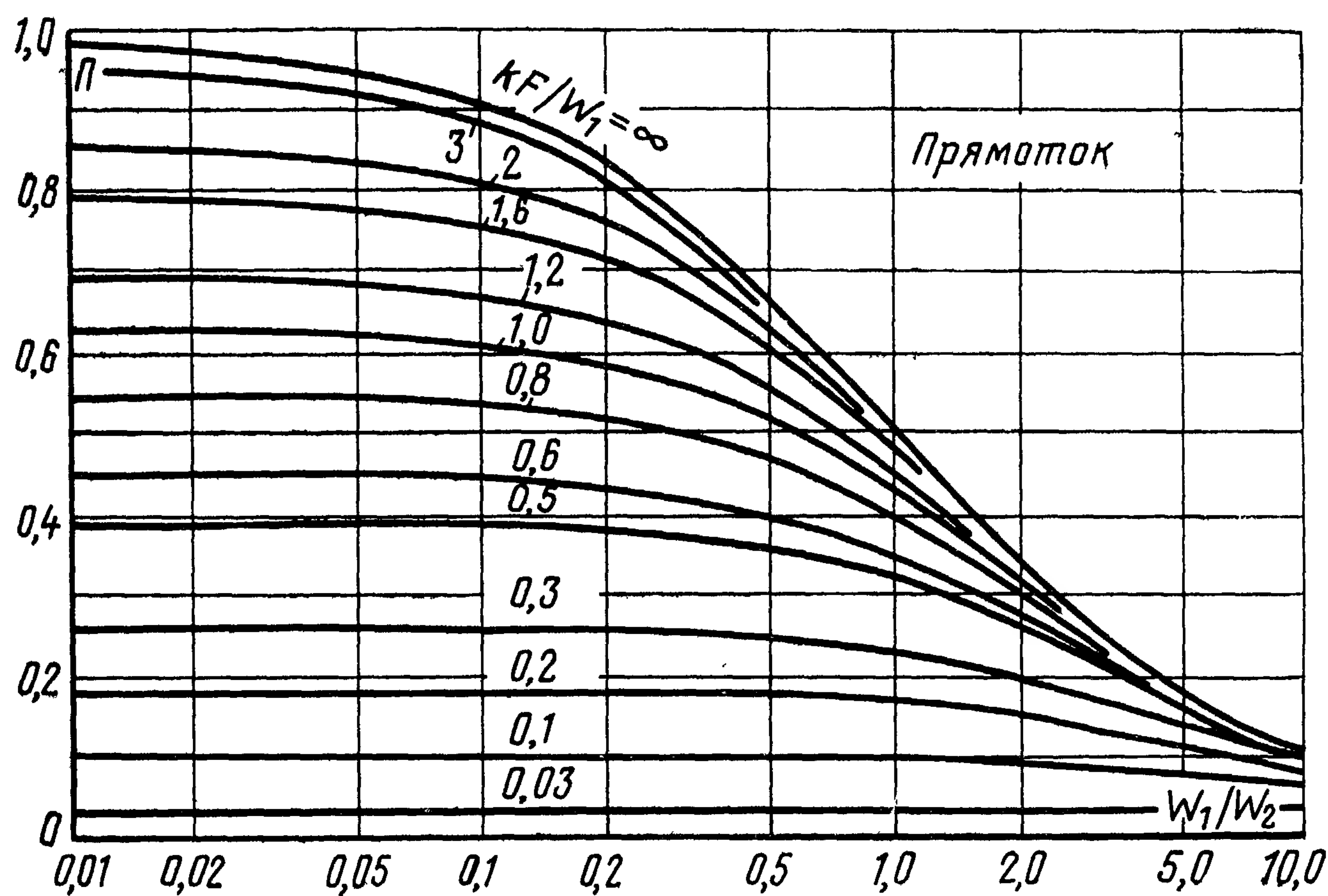


Рис. 8-4. $\Pi = f\,(W_1/W_2;\ kF/W_1)$ — вспомогательная функция для расчета конечной температуры при прямотоке.

Изменение температуры холодной жидкости определяется по уравнению (8-24). Но это изменение можно также определить и из соотношения $Q = W_2\left(t_2''-t_2'\right)$, откуда $t_2''-t_2' = Q_\Pi/W_2 = 15\,000/1160 = 13{,}9°C$ и $t_2'' = 10 + 13{,}9 = 23{,}9°C$.

б) Противоток. Для противотока расчетные формулы выводятся так же, как и для прямотока. Окончательно они имеют вид:

$$\delta t_1 = t_1' - t_1'' =$$

$$= \left(t_1' - t_2'\right) \frac{1 - e^{-(1-W_1/W_2)(kF/W_1)}}{1 - (W_1/W_2)\, e^{-(1-W_1/W_2)(kF/W_1)}} = \left(t_1' - t_2'\right) \mathbf{Z}; \quad (8\text{-}27)$$

$$\delta t_2 = t_2'' - t_2' =$$

$$= \left(t_1' - t_2'\right) \frac{W_1}{W_2} \frac{1 - e^{-(1-W_1/W_2)(kF/W_1)}}{1 - (W_1/W_2)\, e^{-(1-W_1/W_2)(kF/W_1)}} = \left(t_1' - t_2'\right) \frac{W_1}{W_2} \mathbf{Z}; \quad (8\text{-}28)$$

$$Q_Z = W_1 \delta t_1 = W_1 \left(t_1' - t_2'\right) \mathbf{Z}. \quad (8\text{-}29)$$

В частном случае, когда $W_1/W_2 = 1$, т. е. $W_1 = W_2 = W$, формулы (8-27) — (8-29) принимают вид:

$$\delta t_1 = t_1' - t_1'' = (t_1' - t_2') \frac{1}{1 + W/(kF)}; \quad (8\text{-}30)$$

$$\delta t_2 = t_2'' - t_2' = (t_1' - t_2') \frac{1}{1 + W/(kF)}; \quad (8\text{-}31)$$

$$Q_Z = (t_1' - t_2') \frac{W}{1 + W/(kF)}. \quad (8\text{-}32)$$

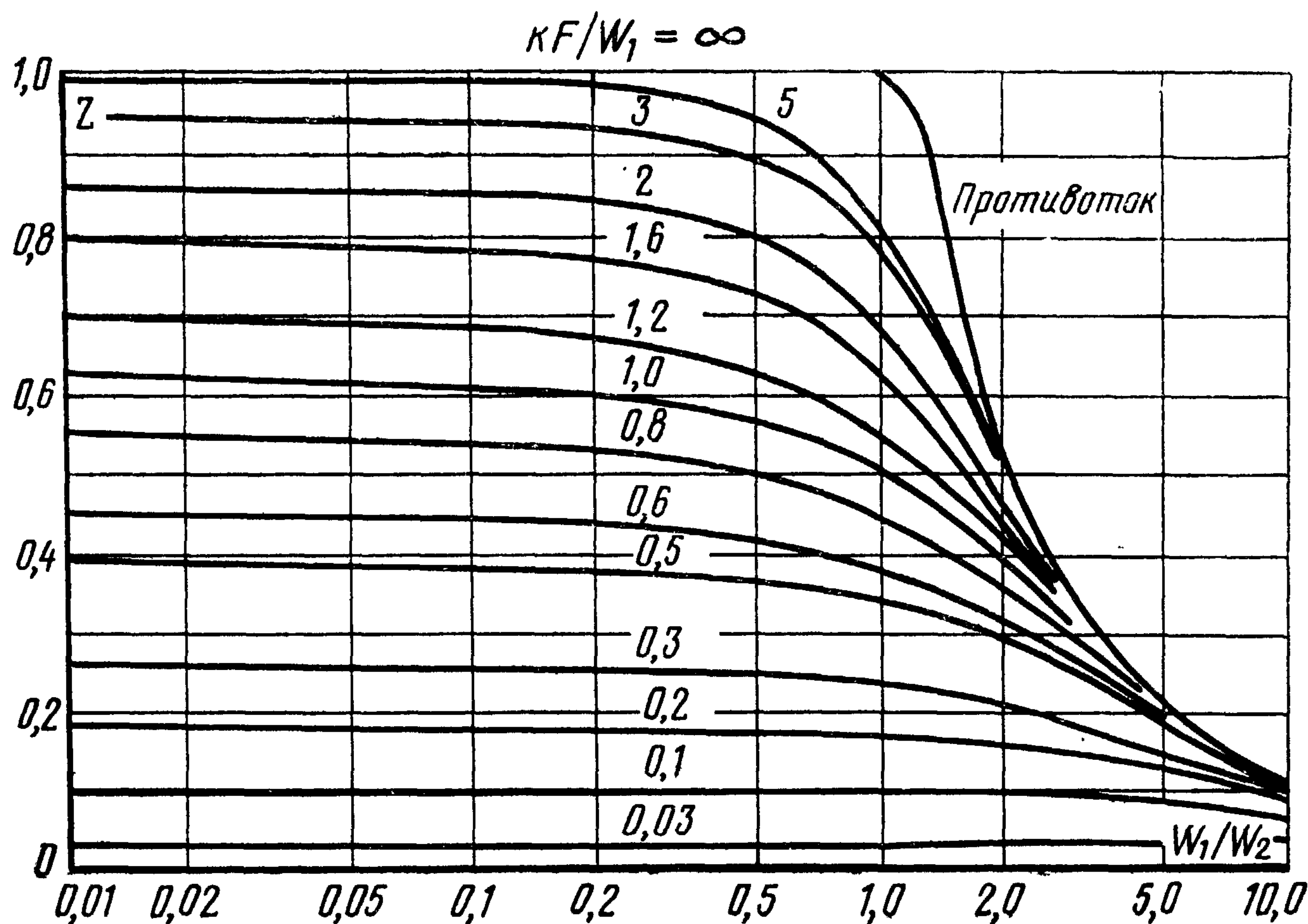


Рис. 8-5. $\mathbf{Z} = f(W_1/W_2;\ kF/W_1)$ — **вспомогательная** функция для расчета конечной температуры при противотоке.

Значение функции $\mathbf{Z} = f\,(W_1/W_2,\ kF/W_1)$ приведено на рис. 8-5. Для расчета промежуточных значений температуры рабочих жидкостей и количества переданной теплоты в формулах (8-30) — (8-32) значение F заменяется на F_x; в формулах же (8-27) — (8-29) такая замена производится в числителе, а в знаменателе остается значение полной поверхности F.

Пример 8-3. Если взять тот же теплообменник, который был рассмотрен в условиях прямотока, и допустить, что условия теплопередачи остаются без изменения [$k = 35$ Вт/(м²·°С)], то получим соотношения: $W_1 = 190$ Вт/°С; $W_2 = 1160$ Вт/°С; $W_1/W_2 = 0{,}16$; $kF/W_1 = 1{,}5$.

Из рис. 8-5 находим значение функции $\mathbf{Z}$:

$$\mathbf{Z}\,(0{,}16;\ 1{,}5) = 0{,}75.$$

Изменение температуры горячей жидкости по уравнению (8-27) равно:

$$\delta t_1 = (t_1' - t_2')\,\mathbf{Z} = (120 - 10)\cdot 0{,}75 = 82{,}5°\text{C}.$$

Конечная температура ее

$$t_1'' = 120 - 82{,}5 = 37{,}5°\text{C}.$$

Изменение температуры холодной жидкости по уравнению (8-28):

$$\delta t_2 = \left(t_1' - t_2'\right) \frac{W_1}{W_2} Z = 110 \cdot 0{,}16 \cdot 0{,}75 = 13{,}2^\circ C.$$

Конечная температура ее

$$t_2'' = 10 + 13{,}2 = 23{,}2^\circ C.$$

Количество переданной теплоты определяется по уравнению (8-29):

$$Q_Z = W_1 \delta t_1 = 190 \cdot 82{,}5 = 15\,680 \text{ Вт}.$$

Таким образом, в случае противотока в теплообменнике происходит более глубокое охлаждение горячей жидкости.

в) Сравнение прямотока с противотоком. Чтобы выявить преимущество одной схемы перед другой, достаточно сравнить количество передаваемой теплоты при прямотоке и противотоке при равенстве прочих условий. Для этого необходимо уравнение (8-26) разделить на уравнение (8-29). В результате этого действия мы получаем новую функцию тех же двух безразмерных аргументов

$$W_1/W_2 \text{ и } kF/W_1,$$

характер изменения которой показан на рис. 8-6. Из рисунка следует, что схемы можно считать равноценными в том случае, если величины W_1 и W_2 обеих жидкостей значительно отличаются друг от друга (при $W_1/W_2 < 0{,}05$ и при $W_1/W_2 > 10$) или если значение параметра kF/W_1 (либо kF/W_2) мало. Первое условие равнозначно тому, что изменение температуры одной жидкости незначительно по сравнению с изменением температуры другой. Далее, поскольку $kF/W_2 = \delta t_2/\Delta t$, второе условие соответствует случаю, когда средний температурный напор значительно превышает изменение температуры рабочей жидкости. Во всех остальных случаях при одной и той же поверхности нагрева и одинаковых крайних температурах теплоносителей при прямотоке передается меньше теплоты, чем при противотоке. Поэтому с теплотехнической точки зрения всегда следует отдавать предпочтение противотоку, если какие-либо другие причины (например, конструктивные) не заставляют применять прямоток. При этом следует иметь в виду, что при противотоке создаются более тяжелые температурные условия для металла, ибо одни и те же участки стенок теплообменника с обеих сторон омываются рабочими жидкостями с наиболее высокой температурой.

При конденсации и кипении температура жидкости постоянна. Это означает, что водяной эквивалент такой жидкости бесконечно велик. В этом случае прямоток и противоток равнозначны, и уравнения (8-26) и (8-29) становятся тождественными. Конечная температура той жидкости, для которой водяной эквивалент имеет конечное значение, определяется следующим образом.

При конденсации пара

$$W_1 = \infty; \; t_1' = t_1'' = t_1;$$

и

$$t_2'' = t_1 - (t_1 - t_2')\left(1 - e^{-kF/W_2}\right) \tag{8-33}$$

$$Q = W_2(t_1 - t_2')\left(1 - e^{-kF/W_2}\right). \tag{8-34}$$

При кипении жидкости

$$W_2 = \infty;\ t_2' = t_2'' = t_2;$$

$$t_1'' = t_2 + (t_1' - t_2)\, e^{-kF/W_1} \tag{8-35}$$

и

$$Q = W_1(t_1' - t_2)\left(1 - e^{-kF/W_1}\right). \tag{8-36}$$

Вместо значений t_1 и t_2 в уравнения (8-33) — (8-36) можно подставить температуру стенки, значение которой при этом также постоянно. Значения функции $e^{-kF/W_1} = e^{-x}$ приведены в табл. П-13.

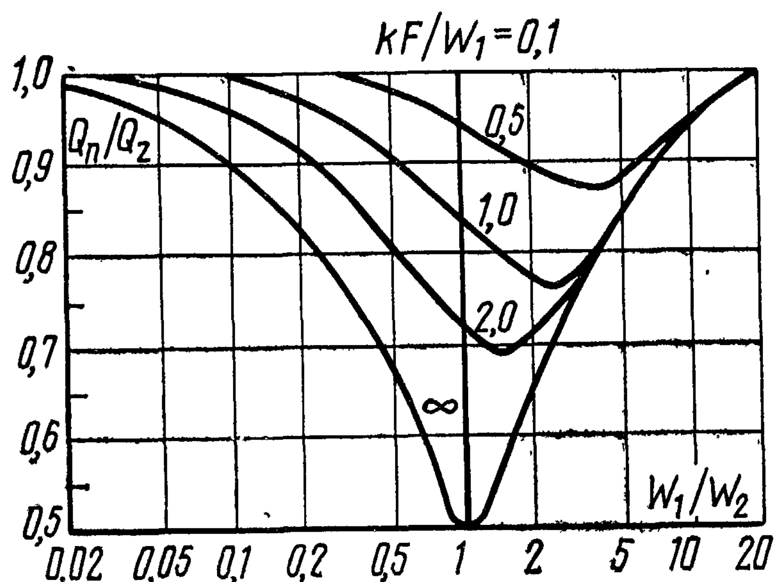


Рис. 8-6. $Q_п/Q_z = f\,(W_1/W_2;\ kF/W_1)$ — сравнение прямотока и противотока.

В случае перекрестного тока конечные температуры рабочих жидкостей находятся между конечными температурами для прямотока и противотока. Поэтому в приближенных расчетах можно пользоваться методом расчета одной из указанных схем. Если одна из жидкостей движется навстречу другой зигзагообразно (смешанный ток), то расчет может быть произведен, как для противотока.

5. **Влияние тепловых потерь и проницаемости стенок.** Все вышеприведенные формулы справедливы для случая, когда тепловые потери во внешнюю среду равны нулю. В действительности они всегда имеются. Учесть их влияние можно, однако расчетные формулы при этом становятся достаточно сложными. Поэтому для учета влияния тепловых потерь в практике обычно применяется приближенный метод, который состоит в следующем.

Тепловые потери горячей жидкости вызывают более сильное падение ее температуры. Это равносильно случаю, когда теплоотдающая жидкость в аппарате без потерь в окружающую среду имела бы меньшее значение водяного эквивалента. Поэтому влияние потерь в окружающую среду можно учесть, изменив водяной эквивалент теплоотдающей жидкости в тепловом аппарате таким образом, чтобы в последнем происходило такое же понижение температуры, как и при потоке с действительным водяным числом при наличии тепловых потерь. Тепловые потери со стороны холодной жидкости оказывают обратное влияние, они уменьшают повышение температуры жидкости, что приводит к кажущемуся увеличению ее водяного эквивалента.

Наличие присоса наружного холодного воздуха оказывает такое же влияние, как и внешняя потеря теплоты. Присосанный воз-

дух на горячей стороне понижает температуру жидкости (газа) точно так же, как если бы теплообменный аппарат был абсолютно непроницаем, но жидкость имела бы меньшее значение водяного эквивалента. Присос воздуха на холодной стороне понижает температуру холодной жидкости, что равносильно увеличению значения водяного эквивалента.

Если потеря теплоты составляет p % к общему количеству передаваемой теплоты, то вместо действительного значения W в расчетные формулы следует подставить значение W', которое определяется следующим образом:

$$W' = W(1 \pm p/100). \tag{8-37}$$

Знак «—» берется для горячей, а знак «+» для холодной жидкости.

При таком способе учета внешних тепловых потерь все приведенные выше формулы для расчета конечных температур можно принять без какого-либо изменения.

8-3. ТЕПЛООБМЕННЫЕ РЕГЕНЕРАТИВНЫЕ И СМЕСИТЕЛЬНЫЕ АППАРАТЫ

1. **Регенеративные аппараты.** Регенеративными называются такие теплообменные аппараты, в которых процесс теплопередачи от горячего теплоносителя к холодному во времени разделяется на два периода. В течение первого периода через аппарат протекает горячий теплоноситель, теплота которого передается стенкам и в них аккумулируется. При этом теплоноситель охлаждается, а стенки аппарата нагреваются — это так называемый период нагревания. В течение второго периода через аппарат протекает холодный теплоноситель, который отнимает аккумулированную в стенках теплоту. При этом теплоноситель нагревается, а стенки охлаждаются — это период охлаждения.

Таким образом, в регенеративных аппаратах горячий и холодный теплоносители протекают в одном и том же канале и попеременно омывают одну и ту же поверхность нагрева. В регенеративных аппаратах процесс теплопередачи нестационарен. По мере нагревания и охлаждения температура стенки меняется. О характере ее изменения за период охлаждения дают представление кривые на рис. 8-7. На рис. 8-8 приведены кривые изменений температуры t_c некоторого участка поверхности за периоды нагревания и охлаждения. Вместе с изменением температуры стенки, конечно, изменяется во времени и температура жидкости (за исключением температуры ее на входе в аппарат). Кроме изменения во времени все температуры в регенераторах изменяются также и вдоль поверхности нагрева.

Пусть имеется регенератор для подогрева воздуха: внутренняя насадка для аккумуляции теплоты состоит из кирпича и образует прямые каналы (рис. 8-9, *а*). Горячие газы движутся сверху вниз,

а холодный воздух — снизу вверх. Кривые изменений температур как во времени, так и вдоль поверхности приведены на рис. 8-9, *б*. Температура газов t_1 в начале периода нагревания представляется кривой *3*, в конце периода — кривой *1* и средняя за период нагревания — кривой *2*. Температура поверхности t_c в конце периода нагревания и начале периода охлаждения представляется кривой *4*, в начале периода нагревания и конце периода охлаждения — кривой *7*, средняя за период нагревания t_{c1} — кривой *5*, средняя за период охлаждения t_{c2} — кривой *6*. Температура воздуха t_2 в начале периода охлаждения представляется кривой *8*, в конце периода — кривой *10*, средняя за период охлаждения — кривой *9*.

При таком сложном распределении температур и изменении температурного напора во времени и пространстве точный тепловой расчет регенеративных аппаратов весьма затруднителен. Однако если пользоваться средними температурами за цикл (рис. 8-10), то тепловой расчет регенеративных аппаратов можно свести к расчету рекуперативных, основы которого были рассмотрены выше. При этом в качестве расчетного интервала времени берется длительность цикла $\tau_0 = \tau_1 + \tau_2$ и уравнение теплопередачи принимает вид:

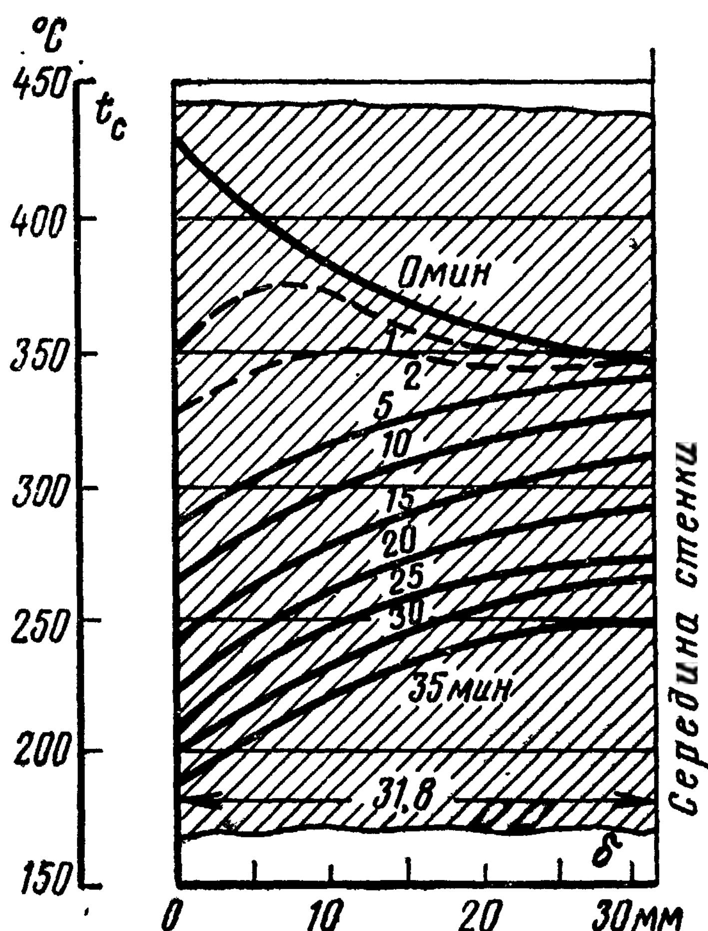


Рис. 8-7. Изменение распределения температуры в стенке регенератора за период охлаждения.

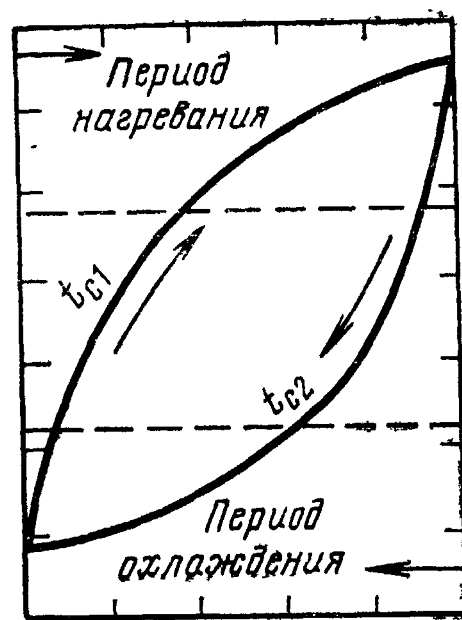


Рис. 8-8. Характер изменения температуры поверхности насадки регенератора (температурное кольцо) за период нагревания t_{c1} и период охлаждения t_{c2}.

$$Q_ц = k_ц (t_1 - t_2), \tag{8-38}$$

где $k_ц$ — коэффициент теплопередачи цикла, значение которого определяется выражением

$$k_ц = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 \tau_1} + \frac{1}{\alpha_2 \tau_2}} \varepsilon_k, \tag{8-39}$$

где α_1 — суммарный коэффициент теплоотдачи за период нагревания (с учетом излучения газов); α_2 — суммарный коэффициент теплоотдачи за период охлаждения; τ_1 и τ_2 — период нагревания и охлаждения; ε_k — поправочный коэффициент, учитывающий то обстоятельство, что средние температуры поверхности за период нагревания t_{c1} и период охлаждения t_{c2} не равны между собой, $\varepsilon_k = 1 - (t_{c1}-t_{c2})/(t_1-t_2)$; обычно значение $\varepsilon_k \approx 0{,}8$. Регенераторы, для которых $\varepsilon_k = 1$, называются идеальными.

Дальнейший расчет регенераторов может быть произведен по формулам, выведенным выше для рекуперативных теплообменных аппаратов.

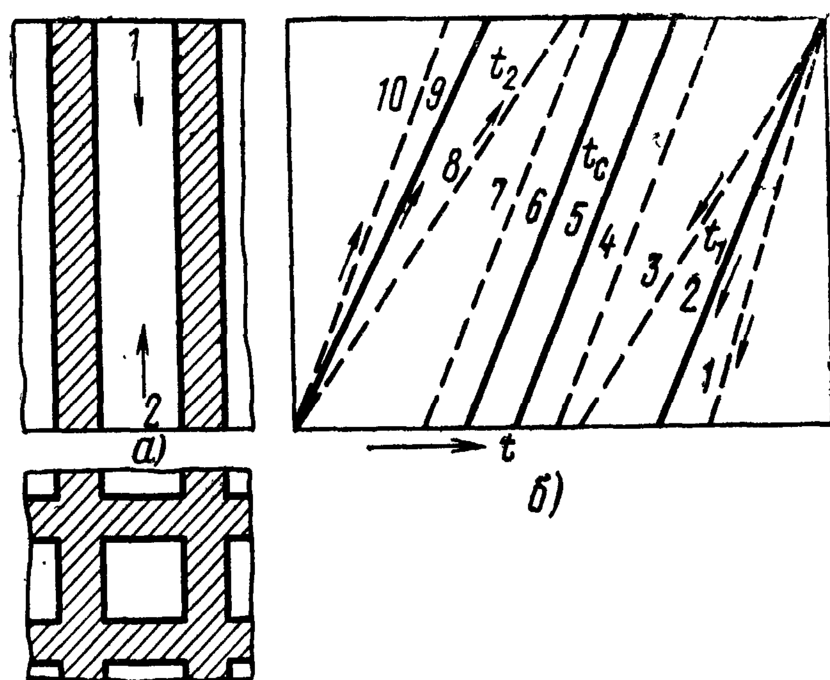


Рис. 8-9. Характер изменения в регенераторах температур рабочих жидкостей t_1 и t_2 и поверхности нагрева t_c в пространстве и во времени.

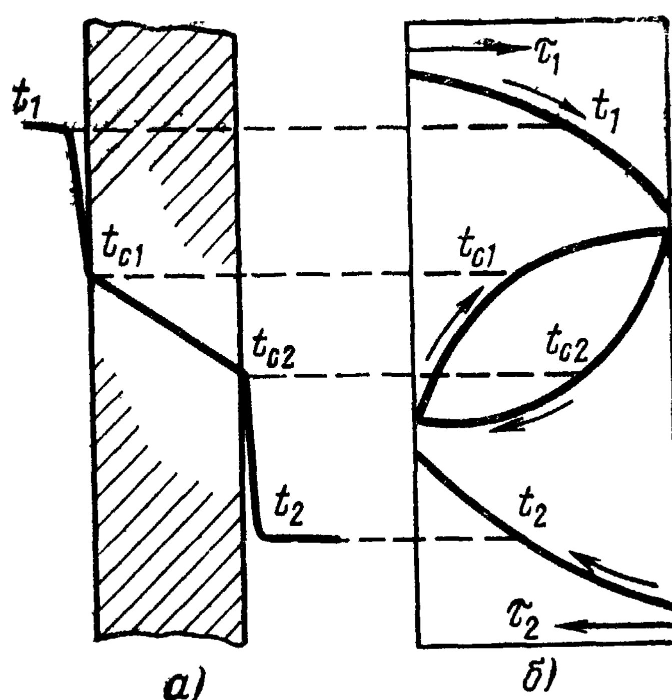


Рис. 8-10. Сопоставление процессов теплопередачи в рекуперативных (а) и регенеративных (б) теплообменниках.

Регенеративные аппараты применяются главным образом в таких отраслях промышленности, где температура уходящих газов высока и требуется высокий подогрев воздуха (например, доменное, мартеновское, коксовальное, стеклоплавильное и другие производства). В качестве аккумулирующей насадки обычно берется шамотный или силикатный кирпич, который укладывается или в виде сплошных каналов, или с промежутками в коридорном порядке, или с промежутками в шахматном порядке, кроме того, в качестве насадки применяются металлические листы, алюминиевая фольга и пр.

Работа регенераторов зависит от многих факторов, в частности, от толщины насадки, ее теплопроводности и аккумулирующей способности, от длительности периодов, температуры жидкостей, степени засорения и др. Длительность периодов бывает различной — от нескольких минут до нескольких часов. Наиболее часто $\tau_1 = \tau_2 = 0{,}5$ ч ($\tau_0 = 1$ ч). Для выбора толщины насадки также имеются широкие возможности, но для каждого аппарата имеется своя наивыгоднейшая толщина; для обыкновенных силикатных ре-

генераторов с получасовым переключением наиболее благоприятной является толщина кладки 40—50 мм.

В практических расчетах коэффициент теплопередачи цикла иногда определяется из соотношения

$$\frac{1}{k_{ц}}=\frac{1}{\alpha_1\tau_1}+\frac{1}{\alpha_2\tau_2}+0{,}4\left(\frac{2}{c\delta\rho}+\frac{\delta}{2\lambda\tau_0}\right), \qquad (8\text{-}40)$$

где c — теплоемкость; ρ — плотность; λ — коэффициент теплопроводности; δ — толщина кирпича.

Коэффициент теплоотдачи соприкосновением для дымовых газов и воздуха при движении их в коридорной насадке может быть определен по формуле

$$\alpha=8{,}8\frac{w_0^{0,8}}{d^{0,33}}, \qquad (8\text{-}41)$$

где w_0 — скорость газа или воздуха при нормальных условиях (0°С и $\approx$ 1,01·10^5 Па); d — диаметр канала.

В случае шахматного размещения насадки коэффициент теплоотдачи на 16% выше, чем по формуле (8-41). Для суммарного коэффициента теплоотдачи необходимо еще определить значение коэффициента теплоотдачи излучением.

В действительных условиях коэффициент теплопередачи может изменяться вследствие наличия догорания газов в регенераторах, засорения их летучей золой и др. Очень большое влияние на работу аппаратов оказывает также неравномерное распределение газов и неполное омывание поверхности нагрева.

На электростанциях регенеративный принцип теплопередачи нашел применение в виде воздухоподогревателя, который одной своей половиной соединяется с газоходом, а другой — с воздухопроводом. Аккумулирующая насадка здесь собирается из профильных железных листов с узкими проходами для газов и воздуха и монтируется так, что может вращаться. Через одну часть насадки протекают горячие газы (период нагревания), через другую — холодный воздух (период охлаждения). Вследствие вращения насадка непрерывно перемещается; та часть, которая в настоящий момент нагревается газом, в следующий момент передвигается в воздушный поток и охлаждается. Таким образом, устройством вращающейся насадки в воздухонагревателе оригинально разрешен вопрос одновременного и непрерывного движения воздуха и газов через один и тот же регенеративный аппарат.

2. **Смесительные аппараты.** Смесительными называются такие теплообменники, в которых теплопередача между горячей и холодной жидкостями осуществляется путем их непосредственного соприкосновения и перемешивания. Такие аппараты имеют довольно широкое распространение и применяются главным образом для охлаждения и нагревания газов при помощи воды или охлаждения воды при помощи воздуха. В частности, они применяются в газо-

вом производстве, при кондиционировании воздуха, при охлаждении воды в градирнях, при конденсации пара и т. д. (рис. 8-11).

Одним из определяющих факторов в работе смесительных теплообменников является поверхность соприкосновения. С этой целью жидкости обычно разбрызгиваются на мелкие капельки. Однако степень дробления в каждом случае должна выбираться в соответствии с конкретными условиями работы аппарата. Чем мельче капли, тем больше поверхность соприкосновения, но вместе с этим меньше и скорость падения капли. При этом и скорость газа

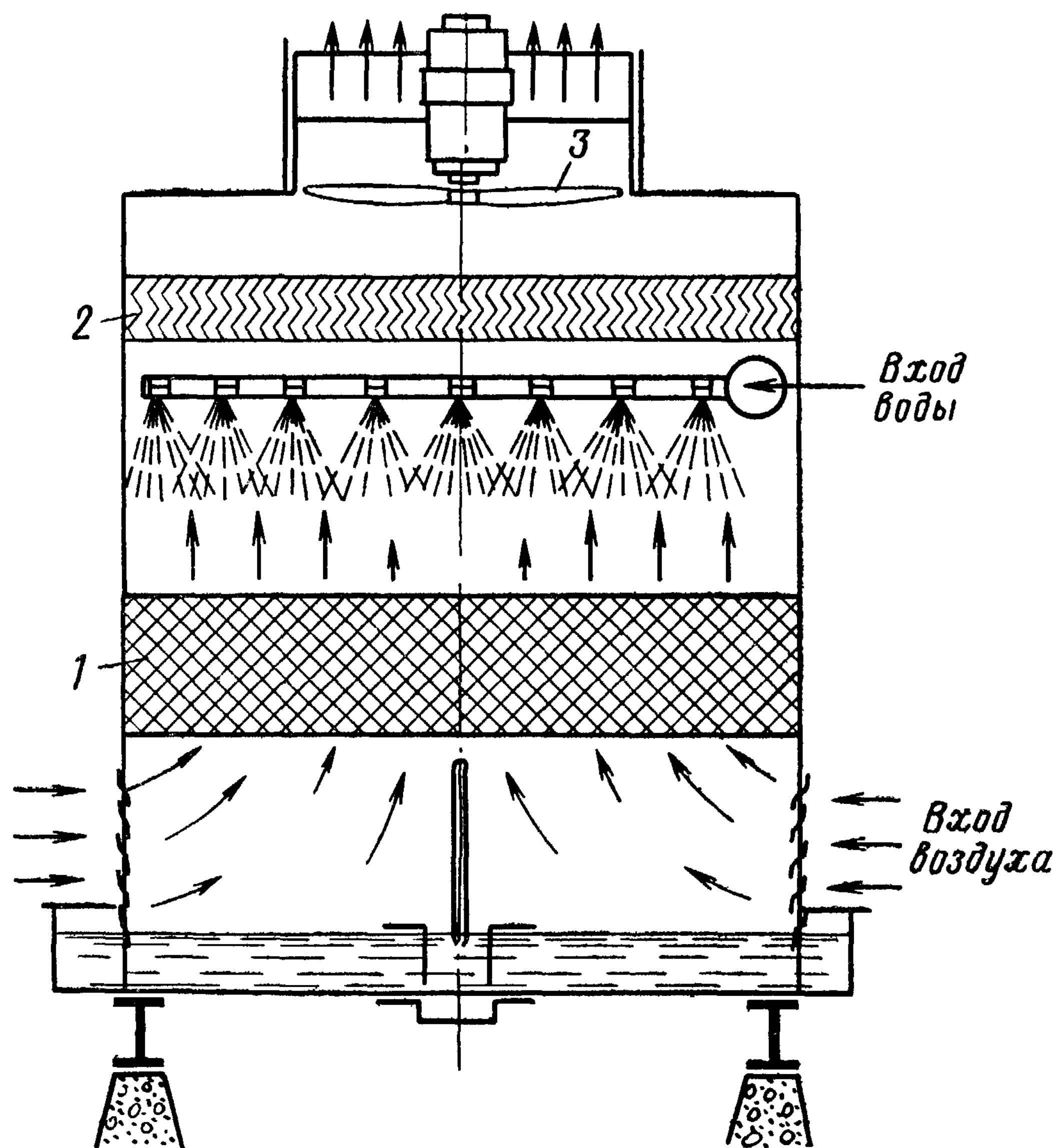


Рис. 8-11. Схема смесительного теплообменника.

1 — насадка; 2 — сепаратор влаги; 3 — вентилятор.

должна быть мала; в противном случае капли будут лишь витать или уноситься с воздухом. Поэтому степень разбрызгивания воды должна быть в соответствии со скоростью воздуха и производительностью аппарата.

В смесительных теплообменниках наряду с процессом теплообмена имеют место и процессы массообмена. Например, при соприкосновении с водой сухого газа происходит испарение воды в газ, т. е. увлажнение газа. При смешивании с водой газа с большим содержанием водяного пара происходит конденсация пара или осушка газа.

При расчете смесительных аппаратов обычно пользуются установленными из практики нормами допустимой нагрузки единицы объема. Однако опыт показывает, что работа и производительность таких аппаратов в большой мере зависят от степени использова-

ния объема. Путем равномерного распределения газа по сечению аппарата можно резко повысить его производительность или сократить размеры.

С целью обеспечения большей поверхности соприкосновения рабочих жидкостей аппараты часто загружаются кусковым материалом, например коксом, кольцами Рашига или деревянными решетками. Поверхностью теплообмена является жидкостная пленка, которая образуется на поверхности кусковой насадки. Такие аппараты называются скрубберами; они широко применяются в химической промышленности. Для случая охлаждения воздуха водой в скруббере Н. М. Жаворонков [25] получил обобщенную зависимость

$$\mathrm{Ki} = 0{,}01\,\mathrm{Re}_\text{г}^{0,7}\,\mathrm{Re}_\text{ж}^{0,7}\,\mathrm{Pr}_\text{г}^{0,3}, \tag{8-42}$$

где $\mathrm{Ki} = kd_\text{экв}/\lambda_\text{г}$ — число Кирпичева; $\mathrm{Re}_\text{г} = 4w_0V/\nu_\text{г}F$ — число Рейнольдса для газов; $\mathrm{Re}_\text{ж} = Gd_\text{экв}/\nu_\text{ж}$ — число Рейнольдса для жидкости; $\mathrm{Pr}_\text{г} = \nu_\text{г}/a_\text{г}$— число Прандтля для газов; k — коэффициент теплопередачи, численное значение которого определяет собой условия теплообмена между газом и жидкостью; w_0 — скорость воздуха по свободному сечению аппарата; G — интенсивность орошения, м^3/(м$^2\cdot$с); $d_\text{экв} = 4V/F$ — эквивалентный диаметр; V — свободный объем насадки, м^3/м^3; F — площадь поверхности насадки в единице объема, м^2/м^3.

Аналогичные зависимости могут быть получены и для других аппаратов.

Более подробные данные по смесительным теплообменным аппаратам см. в специальной литературе.

8-4. ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТОВ

1. **Гидравлическое сопротивление.** При проектировании теплообменных аппаратов большое значение имеет правильное представление о характере движения рабочих жидкостей. Некоторые сведения по этому вопросу были приведены выше при рассмотрении теплоотдачи в элементах. Но этого недостаточно; в сложных устройствах движение жидкости определяется не только рассматриваемым элементом, но также предшествующими и последующими. Так как сочетание элементов в аппаратах может быть самое разнообразное, то заранее учесть их взаимное влияние очень трудно.

На основе уже имеющегося опыта можно утверждать, что работа теплообменных аппаратов в основном определяется характером движения рабочих жидкостей. Знание условий движения дает возможность правильно выбрать расчетные формулы теплоотдачи и позволяет достаточно точно определить гидравлическое сопротивление. Последнее необходимо как для расчета мощности вентиляторов и насосов, так и для оценки рациональности конструкции аппарата и установления оптимального режима его работы.

Основной задачей гидромеханического расчета теплообменных аппаратов является определение потери давления теплоносителя при похождении его через аппарат. При течении жидкости всегда возникают сопротивления, препятствующие движению. На преодоление этих сопротивлений затрачивается механическая энергия, пропорциональная перепаду давления Δp. Сопротивления в зависимости от природы возникновения разделяются на сопротивления трения и местные сопротивления.

Гидравлическое сопротивление трения обусловливается вязкостью жидкости и проявляется лишь в местах безотрывного течения жидкости вдоль твердой стенки. При этом сила давления равна силе трения, т. е. $\Delta pf = sF$, откуда $\Delta p = s\frac{F}{f}$. Так как $s = \mu\frac{dw}{dn}$, то это означает, что чем больше вязкость протекающей жидкости, тем больше и сопротивление. Кроме того, сопротивление зависит от скорости w. Если скорость ниже критической, то сопротивление пропорционально первой степени скорости; если же скорость выше критической, то сопротивление пропорционально квадрату скорости. Потери давления на преодоление сил трения при течении несжимаемой жидкости в каналах на участке безотрывного движения в общем случае рассчитываются по формуле

$$\Delta p_т = \left(\xi\frac{l}{d} + \zeta_0\right)\frac{\rho w^2}{2}, \quad (8\text{-}43)$$

где l — полная длина канала; d — гидравлический диаметр, который в общем случае найдется как $d = 4f/U$ (f — поперечное сечение канала; U — периметр поперечного сечения); ξ — коэффициент сопротивления трения, безразмерная величина, характеризующая соотношение сил трения и инерционных сил потока; ζ_0 — поправка на гидродинамический начальный участок: при наличии перед входом в трубу успокоительного участка $\zeta_0 = 0$, при отсутствии успокоительного участка и равномерном распределении скоростей на входе $\zeta_0 = 1{,}16$ для круглой трубы и $\zeta_0 = 0{,}63$ для плоского канала; ρ и w — средняя плотность и средняя скорость жидкости или газа в канале.

В практических расчетах поправка ζ_0 обычно несущественна и сопротивление трения в трубах и в каналах определяется по формуле

$$\Delta p_т = \xi\frac{l}{d}\frac{\rho w^2}{2}. \quad (8\text{-}44)$$

Местные сопротивления обусловливаются вихреобразованием в местах изменения сечения канала и преодоления отдельных препятствий, например при входе, выходе, сужении, расширении,

повороте и т. д. Местные сопротивления определяются по формуле

$$\Delta p_{м} = \zeta \frac{\rho w^2}{2}, \qquad (8\text{-}45)$$

где ζ — коэффициент местного сопротивления.

В случае неизотермического движения жидкости до недавнего времени сопротивление подсчитывалось так же, как и при изотермическом, и по тем же самым формулам. Влияние же изменения температуры при этом учитывалось лишь тем, что все расчетные величины — скорость, плотность и вязкость — относили к средней температуре жидкости. Однако опытом установлено, что если сопротивление теплообменных аппаратов рассчитывается по величинам, отнесенным к средней температуре жидкости (что вполне целесообразно), то коэффициент сопротивления трения в этом случае является функцией не только числа Re, но также чисел Gr и Pr (см. ниже).

Кроме того, при неизотермическом движении газов движение становится неравномерным вследствие изменения их плотности, а вместе с тем и скорости. Это вызывает дополнительную потерю давления на ускорение газа $\Delta p_{н}$, которая при движении в канале постоянного сечения равна удвоенной разности скоростных напоров, а именно:

$$\Delta p_{н} = 2\left(\rho_2 w_2^2/2 - \rho_1 w_1^2/2\right) = \rho_2 w_2^2 - \rho_1 w_1^2. \qquad (8\text{-}46)$$

Здесь индексом 1 отмечены величины, отнесенные к температуре в начальном сечении, индексом 2 — в конечном. В случае нагревания газа $\Delta p_{н}$ положительно, в случае же охлаждения — $\Delta p_{н}$ отрицательно.

При неизотермическом движении должно также учитываться сопротивление самотяги, возникающее вследствие того, что вынужденному движению нагретой жидкости в нисходящих участках канала противодействует подъемная сила, направленная вверх.

Подъемная сила и равное ей по значению сопротивление самотяги определяются соотношением

$$\Delta p_{с} = \pm g(\rho - \rho_0) h_0, \qquad (8\text{-}47)$$

где ρ_0 — средняя плотность холодной жидкости, например, окружающего воздуха; ρ — средняя плотность нагретой жидкости, например, дымовых газов; h_0 — высота вертикального канала — газохода.

При нисходящем движении нагретой жидкости значение $\Delta p_{с}$ является дополнительным сопротивлением канала, при восходящем же движении нагретой жидкости сопротивление канала уменьшается на величину $\Delta p_{с}$. Общее сопротивление самотяги определяется как разность между значениями подъемной силы во всех нисходящих и восходящих каналах.

При определении полного сопротивления какого-либо устройства в технических расчетах принято суммировать отдельные со-

противления. Такой способ расчета основан на допущении, что полное сопротивление последовательно включенных элементов равно сумме их отдельных сопротивлений. В действительности это не так, сопротивление каждого элемента зависит от характера движения жидкости в предшествующих участках. В частности, например, сопротивление прямого участка за поворотом значительно выше, чем сопротивление такого же прямого участка перед поворотом. Точно влияние этих факторов может быть установлено лишь экспериментальным путем.

Таким образом, полное гидравлическое сопротивление теплообменных устройств равно:

$$\Delta p_n = \sum \Delta p_т + \sum \Delta p_м + \sum \Delta p_н + \sum \Delta p_с. \qquad (8\text{-}48)$$

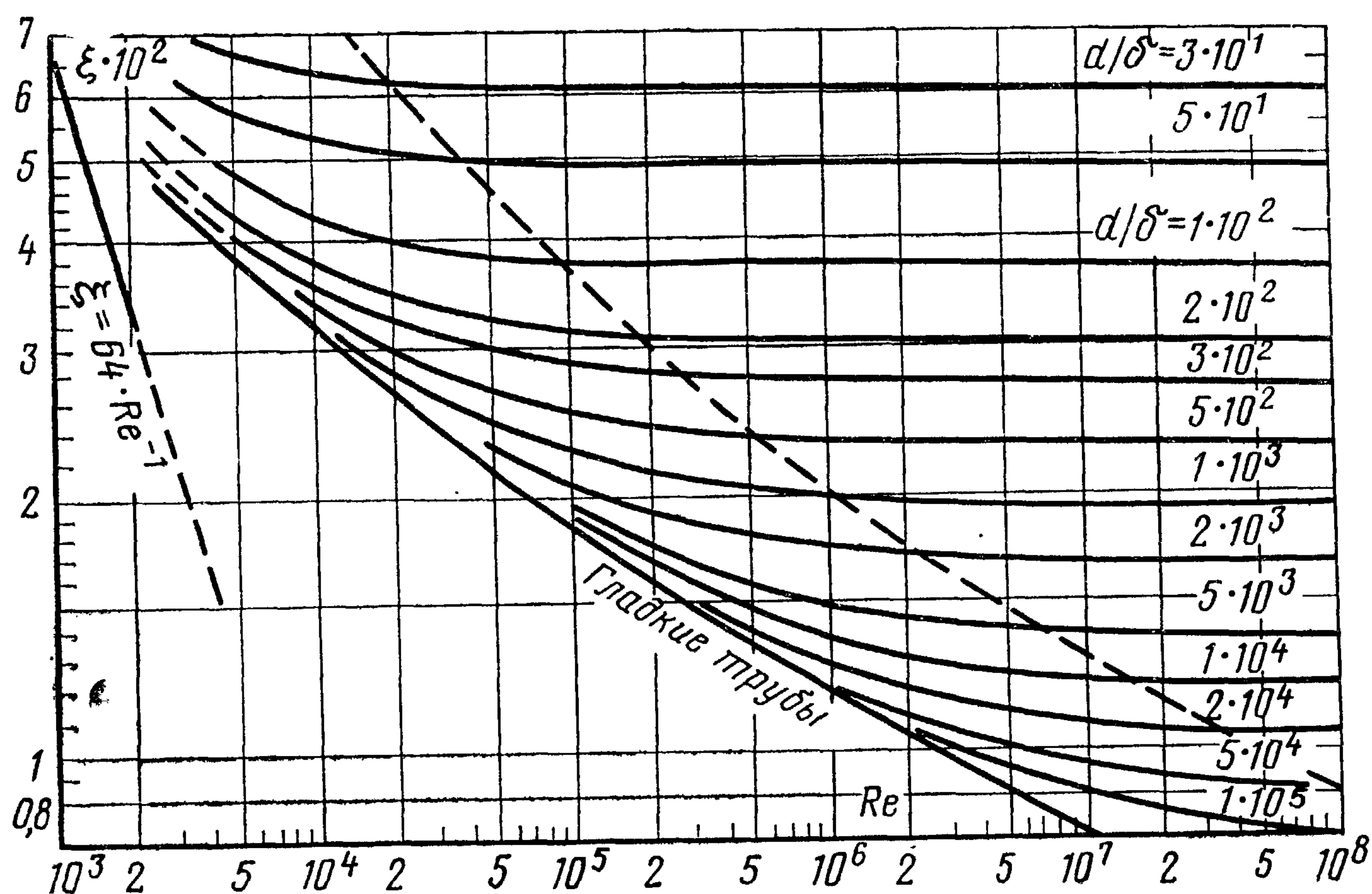


Рис. 8-12. Коэффициент сопротивления трения для гладких и шероховатых труб.

В заключение следует сказать, что все данные по гидравлическому сопротивлению, приводимые в справочниках, как правило, получены для изотермического движения жидкости. Применение их к расчету сопротивления при неизотермическом движении должно проводиться с учетом возможных изменений как отдельных величин, так и сопротивления в целом. Как уже указывалось, точный расчет сопротивления — задача практически невозможная. Поэтому в ответственных случаях сопротивление должно определяться путем эксперимента.

2. **Гидравлическое сопротивление элементов.**

а) Гладкие трубы и каналы. При движении жидкости в прямых трубах коэффициент сопротивления трения ξ является функцией числа Re (рис. 8-12).

При ламинарном режиме движения

$$\xi = A/\mathrm{Re}. \qquad (8\text{-}49)$$

Это закон Пуазейля. Постоянная A в этом выражении зависит от формы сечения; численные значения A приведены в табл. 8-1.

При турбулентном режиме движения для $Re = 3 \cdot 10^3 \div 1 \cdot 10^5$ коэффициент сопротивления трения определяется формулой Блазиуса

$$\xi = 0{,}3164/Re_ж^{0{,}25}; \tag{8-50}$$

при $Re = 1 \cdot 10^5 \div 1 \cdot 10^8$ — формулой Никурадзе

$$\xi = 0{,}0032 + 0{,}221/Re_ж^{0{,}237} \tag{8-51}$$

или по единой формуле

$$\xi = \frac{1}{(1{,}82 \lg Re_ж - 1{,}64)^2}. \tag{8-52}$$

Таблица 8-1

Значения эквивалентного диаметра и коэффициента A в формуле (8-49) для различных сечений канала

Форма сечения	$d_{экв}$	A
Круг диаметром d	d	64
Квадрат со стороной a	a	57
Равносторонний треугольник со стороной a	$0{,}58a$	53
Кольцо шириной a	$2a$	96
Прямоугольник со сторонами a и b при:		
$a/b=0$	$2a$	96
$a/b=0{,}25$	$1{,}6a$	73
$a/b=0{,}5$	$1{,}3a$	62
Эллипс, a—малая и b—большая полуось при:		
$a/b=0{,}3$	$1{,}4a$	73
$a/b=0{,}5$	$1{,}3a$	68
$a/b=0{,}7$	$1{,}17a$	65

Влияние неизотермичности на сопротивление трения можно определять по формулам [62]:

для ламинарного режима движения

$$\xi = \frac{A}{Re_ж}\left(\frac{Pr_с}{Pr_ж}\right)^{0{,}33}\left[1 + 0{,}22\left(\frac{Gr_ж\, Pr_ж}{Re_ж}\right)^{0{,}15}\right]; \tag{8-53}$$

для турбулентного режима движения

$$\xi = \frac{0{,}3164}{Re_ж^{0{,}25}}\left(\frac{Pr_с}{Pr_ж}\right)^{0{,}33}. \tag{8-53а}$$

В формулах (8-52) и (8-53) все физические свойства отнесены к средней температуре жидкости, кроме $Pr_с$, отнесенного к температуре стенки.

В качестве линейного определяющего размера выбран эквивалентный диаметр $d_{экв}$ канала.

В формулу (8-53) входят три комплекса: первым определяется коэффициент сопротивления трения при изотермическом движении, вторым — влияние изменения вязкости в пограничном слое и третьим — влияние свободного движения (турбулизация потока).

б) Шероховатые трубы. Шероховатость стенок канала является причиной образования вихрей и дополнительной потери энергии. Поэтому коэффициент сопротивления трения шероховатых труб является функцией числа Re и относительной шероховатости δ/r, где δ — средняя высота отдельных выступов на поверхности и r — радиус трубы. При ламинарном движении шероховатость совсем не сказывается, и сопротивление трения оказывается таким же, как и для гладкой трубы. При турбулентном движении шероховатость начинает сказываться, как только толщина вязкого подслоя становится сравнимой с высотой отдельных выступов δ. По мере увеличения скорости число отдельных выступов, выходящих за пределы пограничного слоя, увеличивается, и гидравлическое сопротивление возрастает (рис. 8-12). При больших числах Re и конечной шероховатости гидравлическое сопротивление определяется только шероховатостью и от Re не зависит. В этой области по данным [112] коэффициент сопротивления определяется следующим соотношением:

$$\xi = \frac{1}{\left(1{,}74 + 2\lg\frac{r}{\delta}\right)^2} \qquad (8\text{-}54)$$

или приближенно

$$\xi = \frac{0{,}1}{\left(\frac{r}{\delta}\right)^{0{,}25}}. \qquad (8\text{-}55)$$

Значение $\mathrm{Re}_{\text{пер}}$, при котором коэффициент сопротивления становится постоянной величиной, а гидравлическое сопротивление следует квадратичному закону, приближенно может быть определено из сопоставления формулы (8-55) с формулой (8-50), а именно:

$$\mathrm{Re}_{\text{пер}} \approx 100\frac{r}{\delta}. \qquad (8\text{-}56)$$

Кривые на рис. 8-12 могут быть использованы для определения «гидравлической» шероховатости действительных труб. Для этого необходимо только для испытуемой трубы снять кривую коэффициента сопротивления и сопоставить ее с кривыми на рис. 8-12. Такой способ определения шероховатости является наиболее надежным и используется довольно широко.

в) Изогнутые трубы. В изогнутых трубах движение жидкости имеет очень сложный характер. Под действием центробежных сил весь поток отжимается к внешней стенке и течет с повышенной скоростью, а в поперечном направлении образуется вто-

ричная циркуляция. Несмотря на это, критическое значение Re получается выше, чем для прямых труб, и притом тем выше, чем круче изгиб (при $d/D = 1/15$ $\mathrm{Re}_{кр} = 8000$). Гидравлическое сопротивление изогнутых труб больше, чем прямых.

г) Повороты и колена. Повороты, отводы и колена могут быть самыми разнообразными, и данные для расчета их сопротивления имеются в любом справочнике. Они даются или в виде коэффициента сопротивления ζ, или в виде эквивалентной длины прямого участка. При пользовании этими данными необходимо сначала выяснить, по какому сечению произведен расчет. В случае неодинаковости входного и выходного сечений это имеет большое значение. Приведенными в справочниках значениями ζ может учитываться либо только сопротивление самого отвода, либо вместе с ним увеличение сопротивления последующих участков, являющееся следствием поворота.

Чем больше радиус закругления, тем меньше сопротивление. В тех случаях, когда плавный поворот невозможен, целесообразно делать прямое колено с направляющими лопатками. При помощи направляющих лопаток не только уменьшается гидравлическое сопротивление, но и обеспечивается равномерное омывание поверхности канала за поворотом.

д) Пучки труб. При продольном омывании пучков труб вдоль оси сопротивление подсчитывается по формулам для прямых каналов, причем в формулы подставляется эквивалентный гидравлический диаметр $d_{эк} = 4f/U$. При поперечном омывании пучков сопротивление в основном можно рассматривать как сумму местных сопротивлений сужения и расширения. Сопротивление же трения составляет незначительную долю. Однако в технических расчетах такого разделения не делают, а сразу определяют полное сопротивление по формуле (8-45). При этом значение коэффициента сопротивления достаточно точно определяется следующими соотношениями:

для шахматных пучков при $x_1/d < x_2/d$

$$\zeta = (4 + 6{,}6m)\,\mathrm{Re}_ж^{-0{,}28}; \tag{8-57}$$

для шахматных пучков при $x_1/d > x_2/d$

$$\zeta = (5{,}4 + 3{,}4m)\,\mathrm{Re}_ж^{-0{,}28}; \tag{8-58}$$

для коридорных пучков

$$\xi = (6 + 9m)\,(x_1/d)^{-0{,}23}\,\mathrm{Re}_ж^{-0{,}26}. \tag{8-59}$$

В этих формулах скорость отнесена к узкому сечению пучка, а физические свойства — к средней температуре потока; m — число рядов в пучке в направлении движения.

Формулы (8-57) — (8-59) дают коэффициенты сопротивления при угле атаки $\psi = 90°$. С уменьшением угла атаки коэффициент со-

противления убывает. Значения поправочного коэффициента $\varepsilon_{\Delta p} = \Delta p_{\psi}/\Delta p_{90}$ следующие:

ψ	90	80	70	60	50	40	30	10
$\varepsilon_{\Delta p}$	1	1	0,95	0,83	0,69	0,53	0,38	0,15

3. **Мощность, необходимая для перемещения жидкости.** Определив полное гидравлическое сопротивление и зная расход жидкости, легко определить и мощность, необходимую для перемещения рабочей жидкости через аппарат. Мощность на валу насоса или вентилятора определяется по формуле

$$N = V\,\Delta p/\eta = G\,\Delta p/\rho\eta, \tag{8-60}$$

где V — объемный расход жидкости; G — массовый расход жидкости; Δp — полное сопротивление; ρ — плотность жидкости или газа; η — к. п. д. насоса или вентилятора.

При выборе оптимальных форм и размеров поверхности нагрева теплообменника принимают наивыгоднейшее соотношение между поверхностью теплообмена и расходом энергии на движение теплоносителей. Добиваются, чтобы указанное соотношение было оптимальным, т. е. экономически наиболее выгодным. Это соотношение устанавливается на основе технико-экономических расчетов [37, 71, 79].

ГЛАВА ДЕВЯТАЯ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ УСТРОЙСТВ

9-1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для расчета и проектирования теплообменных аппаратов необходимы численные значения коэффициентов теплоотдачи и гидравлического сопротивления. Но надежные формулы для определения этих коэффициентов далеко не охватывают всего многообразия случаев, встречающихся в практике. Применение в технических расчетах таких формул или произвольных комбинаций из них часто приводит к большим расхождениям с действительностью. Главной причиной этих расхождений является то, что условия движения жидкости и теплообмена в действительных тепловых устройствах отличны от условий, наблюдавшихся в экспериментах, на основе которых получены эти формулы.

Обычно экспериментальные установки строятся так, чтобы движение рабочей жидкости происходило полным сечением с равномерным распределением скоростей, чтобы не было искусственных завихрений потока и т. д. В действительных тепловых аппаратах условия движения и теплообмена в большой мере зависят от расположения поверхности нагрева, наличия поворотов и особенностей конфигурации каналов. Подробное исследование различных теплообменных устройств показало, что распределение скоростей по сечению каналов, как правило, неравномерно, а за поворотами

всегда образуются застойные участки, следовательно, разные элементы поверхности нагрева работают в неодинаковых условиях.

Если условия движения рабочей жидкости в аппаратах сравнить с условиями движения жидкости в лабораторных условиях, то окажется, что между собой они не подобны. Поэтому законы теплообмена, полученные из опытов в таких идеализированных условиях, непосредственно переносить на промышленные тепловые установки нельзя. Механическое применение их приводит к неправильной оценке значений коэффициентов теплоотдачи и гидравлического сопротивления. Изучение законов теплообмена, гидравлического сопротивления и нахождения эмпирических зависимостей, необходимых для расчета тепловых агрегатов, должно производиться на таких экспериментальных установках, в которых геометрические и тепловые условия были бы подобны таковым в действительных теплообменных аппаратах.

Итак, чтобы создать рациональную конструкцию какого-либо теплового устройства, в первую очередь необходимо иметь правильное представление о характере движения в нем рабочей жидкости, и для расчета сопротивления и теплообмена следует пользоваться такими зависимостями, в которых все особенности движения уже нашли свое отражение. Знание характера и закона движения позволяет конструктору создать более совершенную конструкцию, а производственнику — эксплуатировать устройство с наибольшей эффективностью. Поэтому должны быть использованы все методы, которые могут дать представление о движении жидкости и газов в аппаратах.

Чтобы выяснить влияние отдельных факторов на работу аппарата, можно произвести ряд подробных исследований его в эксплуатационных условиях. Такие исследования кропотливы, требуют большой затраты труда и средств и не всегда дают надежные результаты. Кроме того, вследствие ряда технических трудностей, возникающих при испытании, и невозможности непосредственных измерений многие стороны явления остаются совершенно неизученными. Описываемый ниже метод моделирования позволяет характер движения рабочей жидкости, гидравлическое сопротивление газоходов и теплообмен в них изучать на уменьшенных моделях. При этом вместо изучения в аппаратах движения горячих газов в модели можно изучать движение холодного воздуха или воды. Модель можно изготовить с прозрачными стенками; в этом случае характер движения рабочей жидкости можно наблюдать визуально и фотографировать. При выполнении определенных условий моделирования движение жидкости в модели оказывается подобным движению горячих газов в образце. Условия моделирования вытекают из теории подобия (см. § 2-3).

Впервые теория подобия к изучению тепловых аппаратов на моделях была применена акад. М. В. Кирпичевым еще в 1923 г. За последние десятилетия его школой была проведена большая работа по разработке теории моделирования [24, 37], ее экспери-

ментальной проверке и практическому применению. В настоящее время метод моделирования является надежным и мощным средством, при помощи которого можно изучать работу как существующих, так и вновь проектируемых тепловых аппаратов. В Советском Союзе метод моделирования получил широкое признание и с большим успехом применяется во многих научно-исследовательских институтах, проектных бюро и промышленных предприятиях.

9-2. УСЛОВИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Исторически попыток наблюдать движение рабочей жидкости в промышленных аппаратах на уменьшенных моделях было сделано много, но при построении их никогда не соблюдались условия, необходимые для того, чтобы картина движения в модели получалась подобной картине движения в образце. Поэтому на основе изучения моделей часто приходили к ошибочным выводам. В опытах с моделями слишком малой обычно бралась скорость движения жидкости, она уменьшалась в соответствии с уменьшением геометрических размеров.

Чтобы картины движения жидкостей в модели и образце в точности соответствовали друг другу, должно быть выполнено основное условие моделирования — равенство чисел Рейнольдса образца и модели, т. е. $\mathrm{Re}_о = Re_м$, или

$$w_о l_о/\nu_о = w_м l_м/\nu_м = \mathrm{idem} \text{ (одно и то же).} \qquad (9\text{-}1)$$

Из этого соотношения можно определить необходимую скорость протекания жидкости в модели

$$w_м = w_о \frac{l_о}{l_м} \frac{\nu_м}{\nu_о}. \qquad (a)$$

Положим, что в модели и образце протекает одна и та же жидкость (тогда $\nu_м/\nu_о = 1$) и что модель построена в масштабе 1/10 (тогда $l_о/l_м = 10$). Подставляя это значение в уравнение (а), получим, что $w_м = 10\ w_о$. Это значит, что для удовлетворения условия (9-1) в рассматриваемом случае скорость жидкости в модели надо не уменьшать, а увеличивать во столько раз, во сколько уменьшены геометрические размеры модели. Если же условие (9-1) не выполняется, то картина движения может получиться резко отличной от действительной.

Правильная картина движения жидкости и соответствующие закономерности гидравлического сопротивления и теплообмена могут быть получены только в моделях, рассчитанных по правилам моделирования, обеспечивающих подобие явлений в образце и модели. При этом необходимыми и достаточными условиями теплового подобия являются следующие: 1) геометрическое подобие; 2) подобие условий движения жидкости при входе; 3) подобие физических свойств в сходственных точках модели и образца (постоянство отношения плотностей, коэффициентов вязкости и др.); 4) по-

добие температурных полей на границах; 5) одинаковость значений определяющих чисел подобия (критериев подобия) Re и Pr при вынужденном и Gr и Pr при свободном движении жидкости. При этом одинаковость чисел подобия достаточно установить в каком-либо одном сходственном сечении.

Точное осуществление всех условий моделирования довольно сложно и может быть выполнено лишь в редких случаях. Поэтому была разработана методика приближенного моделирования движения газов и жидкости и явлений теплообмена в аппаратах. Приближенное моделирование оказалось возможным благодаря особым свойствам движения вязкой жидкости: стабильности и автомодельности.

Явлением стабильности называется свойство вязкой жидкости при движении принимать вполне определенное распределение скоростей. Это распределение определяется значением числа Re, формой канала и относительной длиной пройденного участка пути. В случае тождественности этих факторов распределение скоростей получается подобным.

С увеличением Re вначале распределение скоростей изменяется очень сильно, но затем замедляется и, наконец, остается постоянным. Независимость характера движения от Re называется явлением автомодельности. В области автомодельного движения жидкости условие подобия Re = idem можно не соблюдать, что облегчает проведение эксперимента. В сложных каналах автомодельность наступает очень рано, при этом значение коэффициента гидравлического сопротивления становится постоянным, что может служить одним из признаков наступления автомодельности.

Покажем теперь, как вышеперечисленные условия моделирования осуществляются практически.

П е р в о е у с л о в и е. Геометрическое подобие всегда может быть выполнено построением модели по конфигурации, точно копирующей образец. Конечно, здесь имеется в виду не внешняя форма изучаемого агрегата, а внутренняя конфигурация каналов, по которым движутся газы и жидкости.

В т о р о е у с л о в и е. Подобие условий входа жидкости также всегда может быть выполнено путем устройства входного участка геометрически подобным входному участку образца. На основе свойства стабильности этого вполне достаточно, чтобы условия движения жидкости при входе в модель и образец были подобны между собой.

Т р е т ь е у с л о в и е. Подобие физических свойств ρ, μ, λ и c_p при моделировании тепловых аппаратов является наиболее трудно выполнимым условием. Согласно этому условию необходимо, чтобы во всех сходственных точках образца и модели отношение соответствующих физических свойств было постоянно. Если в образце движение жидкости или газа протекает изотермически, т. е. в пределах исследуемого аппарата температура их не меняется, тогда для любой рабочей жидкости в модели это условие удовле-

творяется всегда, лишь бы движение и здесь протекало изотермически. При изменении температуры значения физических свойств меняются. В таких случаях для удовлетворения условий подобия необходимо, чтобы в модели и в образце физические свойства изменялись подобным образом. Однако осуществить это подобие в полном объеме невозможно. Поэтому при вынужденном движении жидкости третье условие подобия соблюдают лишь приближенно, осуществляя в модели изотермический процесс движения (соответствующий какой-то средней температуре рабочей жидкости в образце).

Четвертое условие. Подобие температурных полей на границах в полном объеме осуществить также очень трудно. Поэтому обычно применяется приближенный метод локального теплового моделирования. Особенность этого метода заключается в том, что подобие температурных полей осуществляется лишь в том месте, где производится исследование теплопередачи, и опыт проводится при таких условиях, когда условия механического подобия в этом месте выполнены. В применении к трубчатым парогенераторам это значит, что теплопередача изучается последовательно для каждой трубки в отдельности. Таким образом, исследуя одну за другой все трубки модели парогенератора, очевидно, можно получить как суммарный результат показатели теплообмена для всего агрегата в целом.

Пятое условие. Условие одинаковости в образце и модели определяющих чисел подобия, как и третье, является точно выполнимым лишь в случае изотермического движения, а для тепловых аппаратов оно может быть выполнено лишь приближенно.

При изучении характера вынужденного движения жидкости должно быть соблюдено только условие $\mathrm{Re} = \mathrm{idem}$; в случае автомодельности это условие отпадает. При изучении теплообмена при вынужденном движении должны быть соблюдены условия $\mathrm{Re} = \mathrm{idem}$ и $\mathrm{Pr} = \mathrm{idem}$. При изучении теплообмена при свободном движении жидкости необходимо соблюдение условий $\mathrm{Gr} = \mathrm{idem}$ и $\mathrm{Pr} = \mathrm{idem}$.

9-3. ПРИМЕРЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для иллюстрации применимости метода моделей к изучению работы промышленных тепловых аппаратов ниже приведены два примера.

1. Одним из первых построенных в СССР воздухоподогревателей был подогреватель П-образного типа. После его изготовления оказалось, что по воздушной стороне гидравлическое сопротивление огромно — в 2,5 раза больше расчетного. Для выяснения причины этого явления на заводе было предпринято специальное исследование. Оно заключалось в определении поля скоростей и поля статических давлений по ходам воздухоподогревателя. Результаты одного из таких опытов приведены на рис. 9-1, где нанесены кривые

распределения скоростей в отдельных сечениях нагревателя. Значение и направление скорости указаны стрелками. Эти опыты дают полное представление о характере движения воздуха в элементе. Из рассмотрения рисунка видно, что воздух движется не полным сечением канала, в местах поворотов имеются застойные места — мертвые мешки, сильно сужающие живое сечение канала. Поэтому и гидравлическое сопротивление агрегата должно быть значительно выше, чем по расчету. При средней скорости $w_0 = 11{,}2$ м/с оно оказалось равным около $1{,}6 \cdot 10^3$ Па, в то время как по расчету должно было быть равно $0{,}7 \cdot 10^3$ Па.

Одновременно было проведено исследование работы воздушного подогревателя на водяной модели. Последняя была изготовлена в 1/5 натуральной величины с боковыми стенками из зеркального стекла. На такой модели были изучены условия движения воздуха в элементе нагревателя и измерено его гидравлическое сопротивление.

Проведенное исследование показало полное совпадение характера движения воды в модели с характером движения воздуха в образце (см. рис. 9-2 и ср. его с рис. 9-1). В поворотах и углах получаются застойные места. Они особенно велики в правом верхнем углу первой половины нагревателя и правом нижнем углу второй половины — за перегородкой. Благодаря поворотам движение жидкости происходит неполным сечением, и вследствие этого получается значительно увеличенное гидравлическое сопротивление канала.

Гидравлическое сопротивление элемента на водяной модели было исследовано при различных значениях числа Re. Результаты опытов в логарифмических координатах нанесены на рис. 9-3, где по оси абсцисс отложены значения числа Re, а по оси ординат — числа Eu. Согласно теории линии *1* и *2* должны совпадать, и практически они совпадают, ибо расхождение между ними меньше 10%, что можно отнести за счет ошибок измерений в опытах с образцом.

Если по данным, полученным из опытов с моделью, подсчитать сопротивление образца, то получаем, что при $\mathrm{Re} \geqslant 4 \cdot 10^3$ $\Delta p = 1{,}7 \cdot 10^3$ Па. По расчету при проектировании сопротивление газохода было оценено в $0{,}7 \cdot 10^3$ Па, а по опытам на образце оно оказалось равным $1{,}6 \cdot 10^3$ Па.

Дальнейшие опыты с моделью были проведены с целью изыскания условий для уменьшения гидравлического сопротивления. По предложению акад. М. В. Кирпичева в поворотах были установлены направляющие лопатки. При наличии последних условия движения резко меняются. Вместо беспорядочного движения с образованием застойных зон в этом случае жидкость движется параллельными струями (рис. 9-4). Такое упорядочение движения сказалось на сопротивлении подогревателя — оно резко уменьшилось (см. линию *3* на рис. 9-3). В пересчете на образец сопротивление элемента с направляющими лопатками равно лишь $0{,}6 \cdot 10^3$ Па. Таким

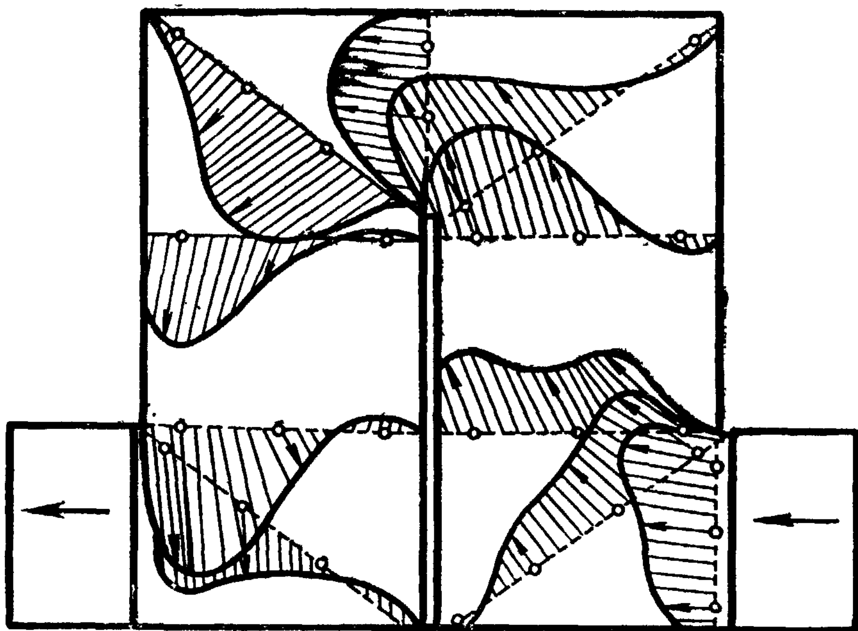


Рис. 9-1. Спектры скоростей воздуха в П-образном воздухоподогревателе, замеренные на образце при $w = 11,4$ м/с.

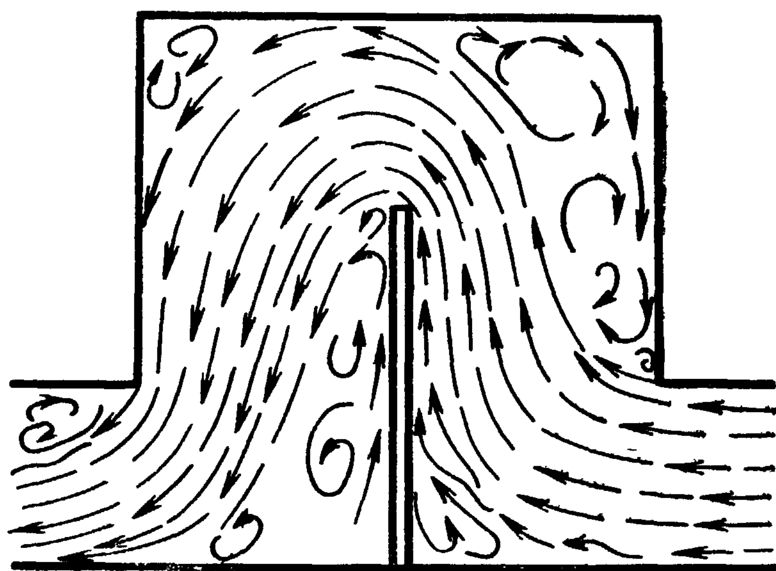


Рис. 9-2. Характер движения воздуха в П-образном воздухоподогревателе по опытам на водяной модели.

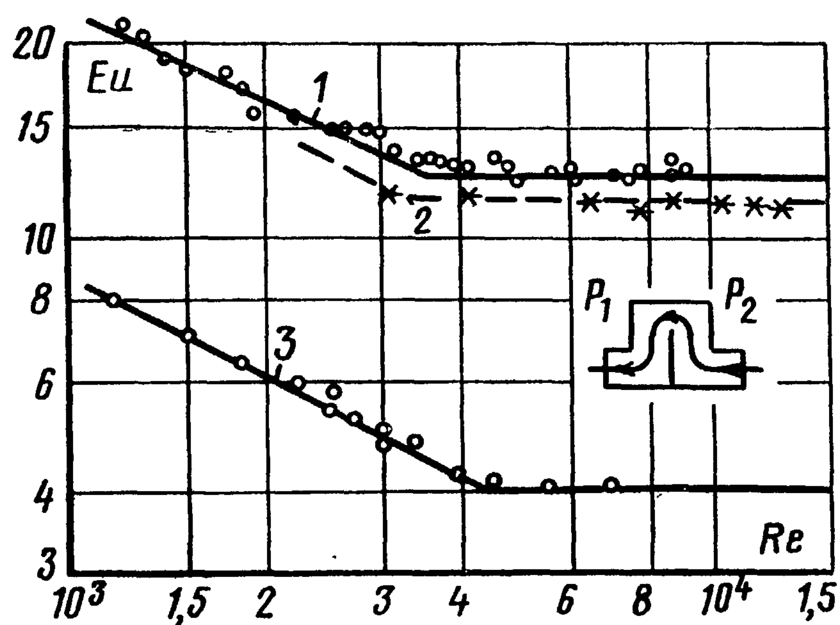


Рис. 9-3. Сопротивление воздушного подогревателя.

1 — по опытам на водяной модели; 2 — по опытам на образце с воздухом; 3 — по опытам на водяной модели с направляющими лопатками.

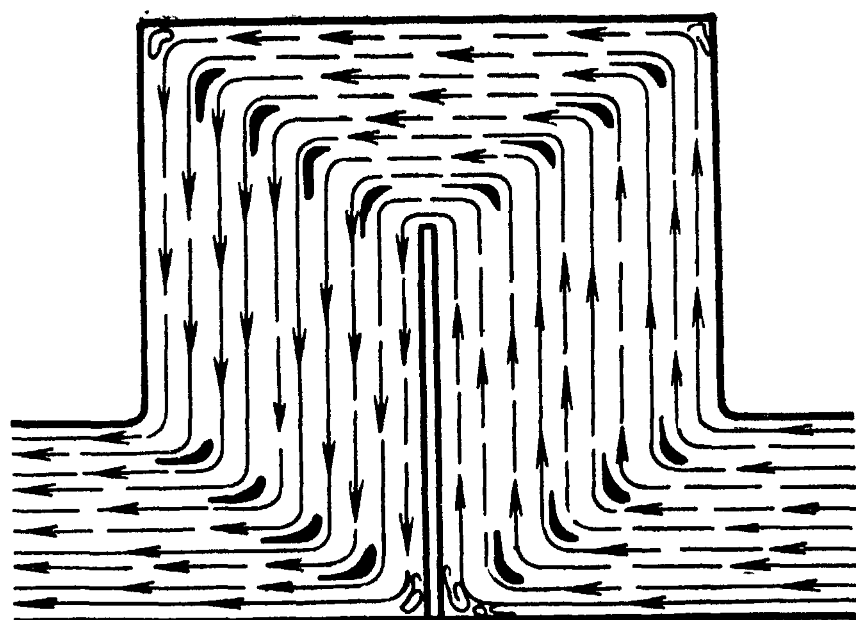


Рис. 9-4. Характер движения воздуха при наличии в поворотах направляющих лопаток — по опытам на водяной модели.

образом, установка направляющих лопаток в поворотах позволила почти в 3 раза снизить сопротивление подогревателя и вместе с этим значительно улучшить его работу как теплообменного аппарата.

2. В качестве второго примера приведем результаты опытов по изучению теплопередачи. Так как метод моделей должен характеризовать действительные условия работы агрегата, учитывая все особенности его конструкции, то результаты опытов на модели нужно сопоставлять не с расчетными данными, а с данными эксплуатационных испытаний. Поэтому для доказательства применимости метода моделирования для изучения теплопередачи объектом исследования был выбран хорошо изученный в эксплуатационных условиях вертикальный водотрубный парогенератор системы Гарбе с поверхностью

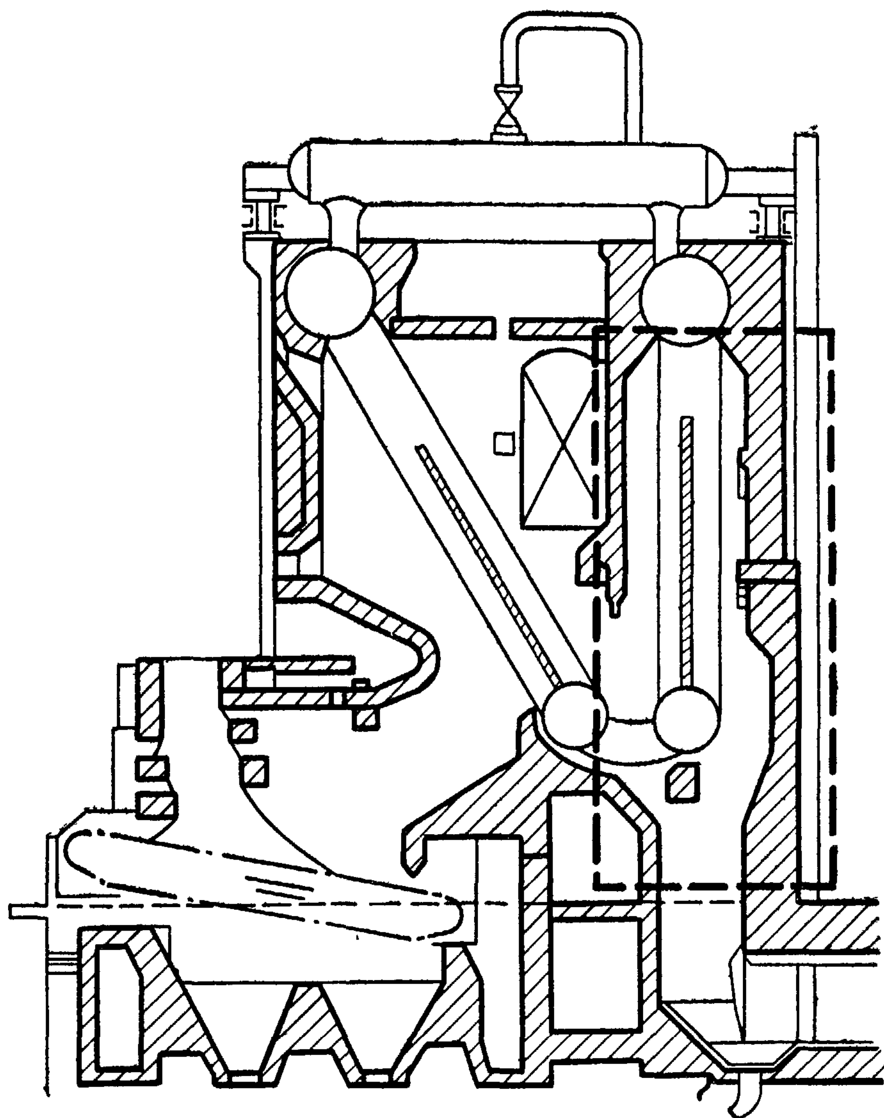


Рис. 9-5. Котел Гарбе; пунктиром выделен газоход, который был изучен на модели.

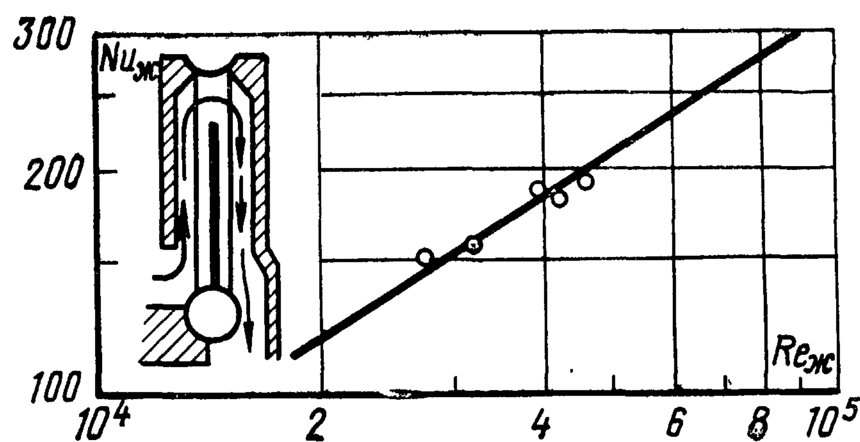


Рис. 9-6. Зависимость $Nu_ж = f(Re_ж)$ для второго пучка котла Гарбе; сплошная линия — опытные данные исследований на модели, точки — опытные данные промышленных испытаний.

нагрева 1200 м^2. Схематический чертеж этого парогенератора представлен на рис. 9-5.

Промышленное испытание парогенератора было произведено Ленинградским теплотехническим институтом. На модели был исследован только второй пучок парогенератора.

Воздушная модель изучаемой части парогенератора была построена в масштабе 1 : 8. Для определения коэффициента теплоотдачи отдельных труб был применен электрокалориметрический метод.

Исследованию была подвергнута каждая трубка в отдельности при различных скоростях воздуха. Обработка результатов опытов была произведена в числах подобия.

Осредненные данные по всему пучку из опытов с моделью были сравнены с результатами промышленного испытания котла, обработанными также в числах подобия. Результаты сопоставления приведены на рис. 9-6; здесь сплошной линией нанесены результаты исследования на модели, а точками — результаты промышленного испытания. Как видно из рисунка, совпадение результатов получилось исключительно хорошим. Это доказывает, что, применяя метод локального теплового моделирования к изучению теплопередачи в парогенераторе на моделях, мы получаем результаты, которые характеризуют тепловую сторону работы котла так же хорошо, как и данные самых подробных промышленных испытаний в эксплуатационных условиях.

Таким образом, на моделях можно изучать как характер движения жидкостей и гидравлическое сопротивление, так и теплопередачу любого теплового аппарата. При проектировании новых аппаратов это дает возможность заранее проверить правильность конструкции и исправить все обнаруженные в них недостатки еще до реализации конструкции. При реконструкции существующих тепловых аппаратов с целью рационализации их работы метод моделей позволяет заранее установить, какие переделки рациональны и какой именно эффект будет от них получен.

Приведенные выше примеры убедительно показывают, что моделирование является весьма эффективным средством научного исследования.

Область практического применения метода моделирования, конечно, не ограничивается гидромеханикой и теплообменом. В настоящее время она значительно расширена. Разработаны условия моделирования процесса движения и гидравлического сопротивления, процессов теплопроводности и конвективного теплообмена, процессов теплообмена при изменении агрегатного состояния, процессов уноса влаги и ее сепарации, процессов материального обмена и сушки, процессов движения запыленных потоков и сепарации пыли, процессов вентиляции помещений, проточной части паровых турбин, паровых машин, топочных устройств, циркуляции расплавленной стекломассы в печах, процессов, протекающих в электрических машинах и системах, процессов физико-химического превращения и т. д.

В настоящее время моделирование является одним из основных методов научного исследования и широко используется во многих областях науки и техники. Моделирование как метод научного исследования, как метод оценки эффективности технического устройства и его реализации в натуре в наибольшей мере соответствует запросам практики. В этом отношении его возможности еще далеко не использованы. Особенно широки перспективы от применения метода моделей в химической технологии и машиностроении.

ГЛАВА ДЕСЯТАЯ

ОТДЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ТЕПЛООБМЕНА

10-1. ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ТЕПЛООБМЕНА

Гидродинамическая теория теплообмена основана на идее Рейнольдса об *единстве процессов переноса теплоты и количества движения* в турбулентных потоках. Такое представление позволяет установить связь между *теплоотдачей и гидравлическим сопротивлением.* Несмотря на условность ряда допущений, значение гидродинамической теории заключается в том, что она вскрывает физическую сущность процесса и объясняет механизм переноса теплоты при турбулентном режиме течения жидкости.

При движении жидкости всегда возникает сила сопротивления, обусловленная непрерывным переносом и обменом количеств движения между слоями жидкости, имеющими разные скорости. Этот перенос происходит вследствие турбулентного перемешивания жидкости. При установлении связи между теплоотдачей и сопротивлением Рейнольдс исходил из следующих соображений.

Частицы жидкости, находящиеся в ядре потока и обладающие скоростью w, попадая в пристенный слой, тормозятся и принимают там скорость w'. Затем эти частицы вытесняются другими и снова возвращаются в турбулентное ядро. Такое перемещение отдельных масс жидкости из ядра в пристенный слой и обратно повторяется непрерывно.

Если количество жидкости, поступающей в единицу времени в пристенный слой, обозначить G', то на основании закона импульсов сила сопротивления движению определится выражением

$$S = G'(w - w'). \qquad \text{(а)}$$

При наличии теплообмена температура частиц жидкости в ядре и пристенном слое различна. Поэтому при турбулентном обмене одновременно с переносом количества движения происходит также перенос теплоты. Пусть температура в ядре потока $t_ж$, а в пристенном слое $t'_ж$; тогда количество теплоты, переданное из ядра в пристенный слой при турбулентном обмене, равно:

$$Q = G'c_p\left(t_ж - t'_ж\right). \qquad \text{(б)}$$

Если разделить уравнение (б) на уравнение (а), то неизвестная величина G' сократится:

$$\frac{Q}{S} = c_p\frac{t_ж - t'_ж}{w - w'}, \qquad \text{(в)}$$

или, так как $S = sF$ и $Q = qF$, имеем:

$$q = c_p s\frac{t_ж - t'_ж}{w - w'}. \qquad \text{(10-1)}$$

Уравнение (10-1) представляет собой основное соотношение, полученное Рейнольдсом в 1874 г. [118]. В дальнейшем оно было названо аналогией Рейнольдса.

Если принять, что пристенный слой жидкости неподвижен ($w' = 0$) и его температура равна температуре стенки $\left(t'_ж = t_с\right)$, то из уравнения (10-1) получаем:

$$q = \frac{c_p s}{w}(t_ж - t_с). \tag{10-2}$$

Именно такое выражение для теплового потока и было получено Рейнольдсом, который предполагал, что пристенный слой жидкости неподвижен.

В действительности же в пристенном слое скорость жидкости не равна нулю, и температура $t'_ж$ не равна температуре стенки $t_с$ (см. гл. 3). Это обстоятельство должно быть соответствующим образом учтено. В 1910 г. Л. Прандтль [117] впервые провел такое уточнение метода Рейнольдса. Позднее этот вопрос рассматривался также в работах других исследователей.

Вблизи стенки в турбулентном потоке существует тонкий вязкий подслой, в котором преобладают силы молекулярной вязкости, а касательное напряжение s постоянно. Поэтому на основе закона Ньютона выражение для s можно записать в виде

$$s = \mu \frac{w'}{\delta'}. \tag{г}$$

Толщина вязкого подслоя δ' является в известной степени условной величиной. В действительности по мере удаления от стенки интенсивность турбулентного перемешивания нарастает непрерывно, и постепенно часть касательного напряжения s начинает определяться уже не только молекулярной вязкостью, но и турбулентным механизмом переноса количества движения. На расстоянии, равном примерно

$$\delta' \approx 12 \frac{\nu}{\sqrt{s/\rho}}, \tag{д}$$

эти составляющие оказываются одного порядка; при еще больших расстояниях от стенки турбулентный механизм переноса количества движения оказывается основным. Соотношение (д) можно рассматривать как определение толщины вязкого подслоя. Тогда из уравнений (г) и (д) можно найти значение скорости жидкости w' на расстоянии δ':

$$w' = 12\sqrt{s/\rho}. \tag{е}$$

Поскольку значение касательного напряжения s может быть выражено также через коэффициент сопротивления трения ξ по

соотношению (см. гл. 3)

$$s = \frac{\xi}{8} \rho w^2, \tag{ж}$$

то значение скорости w' в уравнении (г) равно:

$$w'/w = 12 \sqrt{\xi/8}. \tag{з}$$

Если учитывать это выражение, то основная формула (10-1) аналогии Рейнольдса теперь может быть записана в виде

$$q = c_p \frac{s}{w} \frac{t_ж - t'_ж}{1 - 12\sqrt{\xi/8}}. \tag{и}$$

Далее нужно учесть температурный напор в пристенном слое жидкости. У самой стенки перенос теплоты осуществляется путем молекулярной теплопроводности. Плотность теплового потока q является постоянной величиной. Поэтому на основе закона Фурье выражение для q можно записать в виде

$$q = \lambda \frac{t'_ж - t_с}{\delta'_t}. \tag{к}$$

Величина δ'_t представляет собой толщину теплового подслоя, т. е. то расстояние от стенки, при котором перенос теплоты путем теплопроводности и вследствие турбулентного перемешивания частиц оказываются соизмеримыми; при еще большем расстоянии турбулентный механизм переноса теплоты становится основным. В общем случае при $\mathrm{Pr} \neq 1$ величина δ'_t не совпадает с δ'; связь между ними определяется соотношением

$$\delta'_t = \delta' \,\mathrm{Pr}^{-1/3}, \tag{л}$$

которое справедливо при $\mathrm{Pr} > 0{,}6$.

Решим теперь уравнения (и) и (к) относительно температурных перепадов:

$$t_ж - t'_ж = \frac{qw}{c_p s}\left(1 - 12\sqrt{\frac{\xi}{8}}\right);$$

$$t'_ж - t_с = q\frac{\delta'_t}{\lambda}$$

и сложим почленно эти соотношения. Тогда температура $t'_ж$ сократится, и в итоге получим:

$$t_ж - t_с = \frac{qw}{c_p s}\left(1 - 12\sqrt{\frac{\xi}{8}} + \frac{c_p s \delta'_t}{\lambda w}\right). \tag{м}$$

Последнее слагаемое в скобках в правой части уравнения (м) можно преобразовать с помощью уравнений (д), (ж) и (л) к виду

$12\sqrt{\xi/8}\,\mathrm{Pr}^{2/3}$. Учитывая это и решая уравнение (м) относительно q, окончательно получаем:

$$q = c_p \frac{s}{w}(t_{\text{ж}} - t_{\text{c}}) \frac{1}{1 + 12\sqrt{\xi/8}\,(\mathrm{Pr}^{2/3} - 1)}. \qquad (10\text{-}3)$$

Это уравнение в отличие от уравнения (10-2) теперь учитывает влияние пристенного слоя жидкости.

Сопоставляя уравнения (10-3) и (10-2), замечаем, что они различаются между собой лишь множителем

$$E = \frac{1}{1 + 12\sqrt{\xi/8}\,(\mathrm{Pr}^{2/3} - 1)}, \qquad (10\text{-}4)$$

который представляет собой искомую поправку, учитывающую движение жидкости и перенос теплоты в пристенном слое. При $\mathrm{Pr} = 1$ поправка $E = 1$ и уравнение (10-3) переходит в уравнение (10-2). Этому требованию приближенно удовлетворяют газы. Последнее обстоятельство служит объяснением тому, что уравнение (10-2) довольно хорошо совпадает с опытными данными для газов и плохо для капельных жидкостей ($\mathrm{Pr} > 1$). Соотношение (10-3), учитывающее влияние пристенного слоя жидкости, уже значительно лучше совпадает с опытными данными для различных жидкостей, имеющих $\mathrm{Pr} \gg 1$*. Уравнение (10-3) можно записать также в виде

$$\alpha = \frac{\xi}{8} c_p \rho w E. \qquad (10\text{-}5)$$

Если теперь обе части этого равенства умножить на диаметр трубы и разделить на коэффициент теплопроводности жидкости λ, то оно примет вид:

$$\mathrm{Nu} = \frac{\xi}{8} \mathrm{Pe}\, E. \qquad (10\text{-}6)$$

Итак, согласно гидродинамической теории теплообмена для определения коэффициента теплоотдачи достаточно иметь значение коэффициента гидравлического сопротивления ξ, значения физических свойств жидкости c_p, ρ, μ, λ и значение скорости w.

Однако следует помнить, что эта теория применима лишь при выполнении следующих условий: 1) развитое турбулентное течение жидкости; 2) отсутствие большого изменения давления; 3) наличие безотрывного движения жидкости. Гидродинамическая теория не учитывает зависимость физических свойств жидкости от температуры.

Автор [96] показал, что уравнение (10-4) может быть обобщено для расчета теплоотдачи при высоких скоростях движения газа (см. § 10-2).

---

* Практически такое же уравнение, как и уравнение (10-3), иным путем было получено авторами [75].

10-2. ТЕПЛООБМЕН ПРИ ВЫСОКИХ СКОРОСТЯХ

При движении жидкости или газа с высокой скоростью в потоке около поверхности из-за сил внутреннего трения наблюдается выделение теплоты. Это вносит некоторые особенности в протекание процесса теплообмена. Внутренний разогрев потока представляет собой необратимый процесс рассеивания части механической энергии движения вследствие вязкого трения и перехода этой энергии в теплоту. Процесс этот называют *диссипацией энергии движения*.

Конечно, диссипация энергии происходит и при умеренных скоростях течения потока, однако количество выделяющейся теплоты оказывается при этом незначительным, и пренебрежение им в расчетах теплоотдачи вполне оправдано. Иное положение складывается при высоких скоростях, так как в этом случае не учитывать внутренний разогрев потока уже нельзя.

Основное количество теплоты выделяется в пристенном слое, где силы вязкого трения имеют наибольшее значение. В результате в этом слое температура среды повышается. Если поверхность тела теплоизолировать, то она также принимает более высокую температуру. Такая температура называется *адиабатной температурой поверхности* $t_р$; она соответствует условиям, когда перенос теплоты через поверхность отсутствует.

На рис. 10-1 показано распределение температур в пограничном слое при высоких скоростях движения потока. Кривая *1* передает профиль температур при отсутствии внешнего теплообмена. При этом температура поверхности $t_с = t_р$, а градиент температуры на поверхности равен нулю. Теплота, выделяющаяся в пристенном слое, отводится в глубь потока конвекцией и теплопроводностью.

Процесс теплообмена будет происходить, когда температура стенки $t_с$ не равна адиабатной температуре $t_р$. Если $t_с > t_р$, то теплота передается от стенки в поток (кривая *2*). Обратное направление теплового потока имеет место, когда $t_с < t_р$ (кривые *3′* и *3″*). Следует обратить внимание на то, что отвод теплоты через поверхность возможен не только в том случае, когда температура поверхности $t_с$ ниже температуры набегающего потока $t_ж$ (кривая *3″*), но также и тогда, когда $t_с$ выше $t_ж$ (линия *3′*). В последнем случае через поверхность отводится в основном теплота, выделяющаяся в пограничном слое вследствие диссипации энергии.

Приведенные закономерности показывают, что для теплообмена при высоких скоростях определяющее значение приобретает разность температур $t_с - t_р$, тогда как величина $t_с - t_ж$ уже не характеризует направление передачи теплоты и величины теплового потока. В этом и заключается *основная особенность* теплообмена в высокоскоростных потоках. Далее, опыты показывают, что если при этих условиях ввести определение коэффициента теплоотдачи как отношение плотности теплового потока к разности температур $t_с - t_р$:

$$\alpha = \frac{q}{t_с - t_р}, \tag{10-7}$$

то все расчетные формулы для теплоотдачи при низких скоростях оказываются справедливыми также для высокоскоростных потоков. Теоретически это положение доказывается в самом общем виде для условий, когда теплофизические свойства теплоносителя принимаются постоянными.

Таким образом, задача сводится к определению адиабатной температуры поверхности $t_р$. Соотношение для расчета этой температуры имеет вид:

$$t_р = t_ж + r\frac{w^2}{2c_p}, \tag{10-8}$$

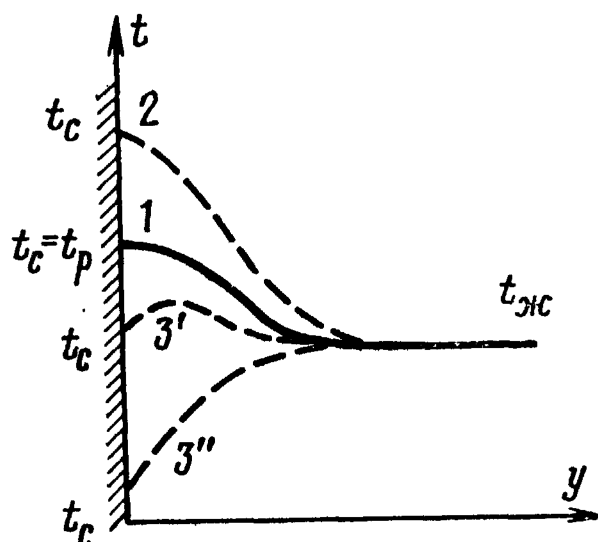


Рис. 10-1. Распределение температур в пограничном слое при высоких скоростях движения потока.

1 — при отсутствии теплообмена; *2* — при нагревании потока; *3'* и *3''* — при охлаждении потока.

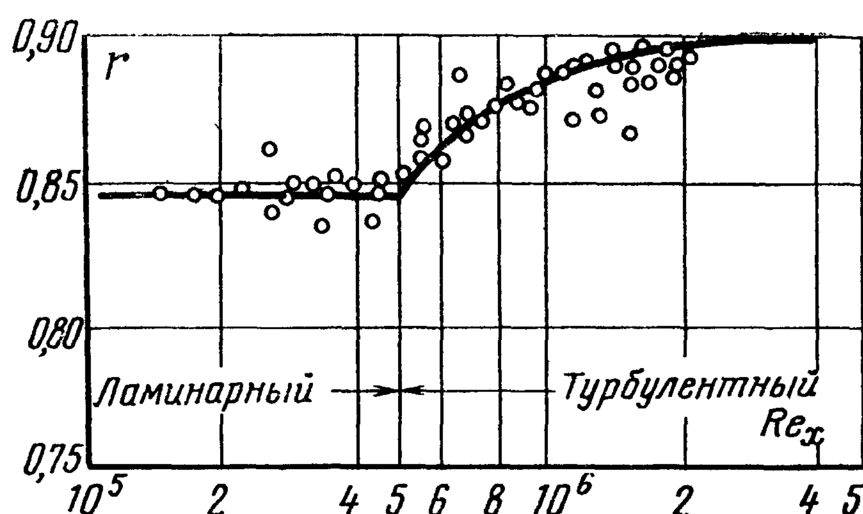


Рис. 10-2. Коэффициент восстановления температуры при продольном обтекании пластины.

где $t_ж$ — температура потока вдали от поверхности или, при течении в трубах, средняя в данном сечении температура смешения потока; w — скорость потока вдали от поверхности или средняя скорость течения в данном сечении трубы; c_p — удельная теплоемкость жидкости или газа при постоянном давлении; r — безразмерный коэффициент, называемый *коэффициентом восстановления температуры*, он характеризует соотношение между интенсивностью выделения теплоты вследствие вязкого трения и интенсивностью отвода этой теплоты из пристенного слоя в ядро потока.

Соотношение (10-8) показывает, что различие между адиабатной температурой $t_р$ и температурой потока $t_ж$ увеличивается пропорционально квадрату скорости течения. Расчеты показывают, что разность $t_р—t_ж$ достигает нескольких градусов обычно лишь при скоростях 50—100 м/с. При более низких скоростях различие между $t_р$ и $t_ж$ оказывается несущественным. При этом разность температур $t_с—t_р$ в уравнении (10-7) переходит в температурный напор $t_с—t_ж$, и коэффициент теплоотдачи α принимает свое обычное определение. Однако при $w > 100$ м/с различие между адиабатной температурой $t_р$ и температурой жидкости $t_ж$ очень быстро

нарастает по мере увеличения скорости и может достигать десятков, сотен, а при очень больших скоростях даже тысяч градусов. В этом случае для определения тепловых потоков следует использовать выражение (10-7).

На практике теплообмен при высоких скоростях встречается при течении газовых потоков в турбинах, соплах, а также при полете самолетов и ракет в атмосфере. Для капельных жидкостей одним из примеров значительного проявления эффекта диссипации энергии может служить процесс разогрева слоя жидкой смазки в подшипниках при высоких скоростях вращения.

Для воздуха коэффициент восстановления r при продольном обтекании пластин, цилиндров и конусов, как показывают опыты, имеет следующие значения: при ламинарном пограничном слое $r = 0{,}84 \pm 0{,}02$ [97], при турбулентном пограничном слое $r = 0{,}89 \pm 0{,}03$. На рис. 10-2 показаны опытные данные [105] при продольном обтекании пластины потоком воздуха. При поперечном обтекании проволок в области чисел $\mathrm{Re} = 10^4 \div 10^5$ значение коэффициента восстановления $r = 0{,}92$. При турбулентном дозвуковом и сверхзвуковом течении воздуха внутри трубы коэффициент восстановления лежит в пределах $r = 0{,}85 \div 0{,}89$. Для тел более сложной формы значения r определяются экспериментальным путем.

Высокоскоростным течениям присуща еще одна особенность. Она проявляется, когда давление и скорость претерпевают резкие изменения, как, например, в случае торможения потока, набегающего на неподвижное препятствие. Оказывается, что при этом характер изменения температуры в потоке будет различным для капельных жидкостей и газов.

Капельные жидкости являются практически *несжимаемыми* средами; их плотность почти не зависит от давления. Поэтому при торможении такой среды ее кинетическая энергия $w^2/2$ переходит целиком в энергию давления p/ρ, тогда как внутренняя энергия жидкости $c_v t$ и ее температура t остаются неизменными. При торможении потока капельной жидкости, набегающей на неподвижное препятствие, прирост энергии давления составляет:

$$\frac{p_0 - p}{\rho} = \frac{w^2}{2}. \qquad (10\text{-}9)$$

Температура заторможенной жидкости t_0 при этом остается практически неизменной:

$$t_0 = t. \qquad (10\text{-}10)$$

Иная и более сложная картина наблюдается в газовых потоках. В отличие от капельных жидкостей газы являются *сжимаемыми* средами; их плотность зависит от давления и температуры. Поэтому при торможении газового потока его кинетическая энергия $w^2/2$ лишь частично расходуется на увеличение энергии давления

$p_0/\rho_0 - p/\rho$, остальная часть этой энергии вызывает повышение внутренней энергии газа $c_v\,(t_0 - t)$:

$$\frac{w^2}{2} = \left(\frac{p_0}{\rho_0} - \frac{p}{\rho}\right) + c_v(t_0 - t). \qquad (10\text{-}11)$$

Расчет повышения температуры при торможении газового потока легко провести, если иметь в виду, что согласно термодинамическим равенствам величина $p/\rho + c_v t = i$ — энтальпия газа, для которой справедливо соотношение $i = c_p t$, где c_p — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении. Поэтому уравнение баланса энергии (10-11) при торможении потока газа принимает вид:

$$w^2/2 = c_p\,(t_0 - t)$$

или

$$t_0 = t + \frac{w^2}{2c_p}. \qquad (10\text{-}12)$$

Температура t_0 называется *температурой торможения* газового потока. Эта температура устанавливается в заторможенном слое газа у поверхности препятствия.

Если температура поверхности стенки t_c выше температуры торможения t_0, то теплота будет передаваться от стенки к газу. При $t_c < t_0$ направление теплового потока будет обратным. Таким образом, в этом случае направление и интенсивность передачи теплоты определяются знаком и абсолютной величиной разности температур $t_c - t_0$.

Повышение энергии давления в сжимаемом газе при его торможении составляет:

$$\frac{p_0}{\rho_0} - \frac{p}{\rho} = \frac{k-1}{k}\,\frac{w^2}{2}, \qquad (10\text{-}13)$$

где $k = c_p/c_v$.

Сравнивая это выражение с соотношением (10-9) для несжимаемой жидкости, можно видеть, что в газовом потоке только часть, равная $(k-1)/k$ от всей кинетической энергии, переходит в энергию давления. Для воздуха, например, $k = 1{,}4$, и эта доля составляет лишь 0,285. Остальная часть кинетической энергии в количестве $0{,}715\,(w^2/2)$ идет на увеличение внутренней энергии газа и его температуры.

Эта специфика газовых потоков, связанная с эффектами сжимаемости, приводит к ряду особенностей при течении газа с высокими скоростями в трубах и соплах, при измерениях температур и давлений в высокоскоростных газовых потоках. Такие вопросы рассматриваются в курсах газодинамики.

Значение коэффициента восстановления r для тел простой формы поддается теоретическому расчету.

Так, для обтекания пластины при ламинарном пограничном слое Э. Польгаузен [116] теоретически рассчитал зависимость $r = f(\mathrm{Pr})$. Результаты расчетов приведены ниже:

Pr	0,6	0,7	0,8	1,0	7	15	100	1000
r	0,77	0,835	0,895	1,00	2,515	3,535	6,70	12,9

Данные в диапазоне чисел $\mathrm{Pr} = 0{,}6 \div 7$, характерном для различных газов и воды, хорошо интерполируются простой формулой

$$r = \sqrt{\mathrm{Pr}}. \tag{а}$$

При ламинарном режиме течения жидкости внутри круглой трубы теоретический расчет дает выражение

$$r = 2\,\mathrm{Pr}. \tag{б}$$

При турбулентном течении в пограничном слое в трубах приближенный расчет коэффициента восстановления может быть проведен, например, на основе представлений гидродинамической теории теплообмена (см. § 10-1) путем ее обобщения на условия течения потока с высокими скоростями. Рассмотрим этот метод расчета теплообмена на основе аналогии Рейнольдса подробнее.

Основное соотношение Рейнольдса (10-1) при умеренных скоростях течения можно записать в виде

$$q = s\frac{c_pt - c_pt'}{w - w'}. \tag{в}$$

Величины c_pt и c_pt' в числителе представляют значения энтальпии частиц жидкости (или газа) в ядре и пристенном слое соответственно. Вследствие обмена этих частиц к поверхностному слою подводится плотность теплового q.

При высоких скоростях течения каждая частица среды, участвующая в обмене, обладает, кроме энтальпии c_pt, также кинетической энергией поступательного движения $w^2/2$. Поэтому в процессе турбулентного перемещения частиц в пристенный слой жидкости теперь подводится поток энергии e, равный:

$$e = s\frac{(c_pt + w^2/2) - (c_pt + w^2/2)'}{w - w'}. \tag{г}$$

Это соотношение является обобщением основного уравнения метода Рейнольдса для условий потока с высокими скоростями [95]. Величины $(c_pt + w^2/2)$ и $(c_pt + w^2/2)'$ в числителе уравнения (г) представляют собой значения полной энергии частиц в ядре и пристенном слое соответственно. Поток энергии e включает в себя перенос как энтальпии, так и кинетической энергии частиц.

Теперь следует рассмотреть условия в вязком подслое. Касательное напряжение трения s остается постоянным поперек этого подслоя. Следовательно, как и при умеренных скоростях, распределение скоростей в вязком подслое имеет линейный характер. Поэтому, так же как в § 10-1, величина $w - w' = (1 - 12\sqrt{\xi/8})$, и уравнение (г) можно переписать в виде

$$e = \frac{s}{w}\,\frac{(c_pt + w^2/2) - (c_pt + w^2/2)'}{1 - 12\sqrt{\xi/8}}. \tag{д}$$

Далее рассмотрим перенос энергии в пристенном слое. Теперь здесь следует учесть выделение теплоты вследствие диссипации энергии. В единице

объема среды в пределах этого подслоя в единицу времени выделяется теплота в количестве

$$\mu\left(\frac{dw}{dy}\right)^2=\mu\left(\frac{w'}{\delta'}\right)^2. \qquad (е)$$

Поэтому уравнение теплового баланса объема среды имеет вид:

$$\lambda\frac{d^2t}{dy^2}+\mu\left(\frac{w'}{\delta'}\right)^2=0. \qquad (ж)$$

Это уравнение показывает, что выделяющаяся теплота отводится путем теплопроводности. Интегрируя уравнение (ж), имеем:

$$\lambda\frac{dt}{dy}+\mu\left(\frac{w'}{\delta'}\right)^2 y=\text{const}=e. \qquad (з)$$

Постоянная интегрирования представляет как раз тот поток энергии e, который подводится в пристенный слой из ядра потока. По мере приближения к стенке все большая часть этого потока переносится в форме теплоты путем теплопроводности. На самой поверхности ($y=0$) уже весь поток энергии e принимает форму потока теплоты $q_с$, который и передается стенке:

при $y=0$

$$e=\lambda\frac{dt}{dy}\Big|_{y=0}=q_с. \qquad (и)$$

Таким образом, поток энергии e в уравнениях (г), (д) и (з) численно равен плотности теплового потока $q_с$, передаваемого к стенке.

Интегрируя уравнение (з), находим распределение температур в пристенной области

$$t(y)=t_с+\frac{e}{\lambda}y-\frac{\mu}{\lambda}\frac{w'^2}{2}\left(\frac{y}{\delta'}\right)^2. \qquad (к)$$

Из соотношения (к) следует, что распределение температур носит теперь не линейный, а параболический характер. На границе $y=\delta_t$ температура t', а энтальпия c_pt'

$$c_pt'=c_pt_с+\frac{c_p}{\lambda}e\delta_t'-\text{Pr}\frac{w'^2}{2}\left(\frac{\delta_t'}{\delta'}\right)^2. \qquad (л)$$

Так как величина $w'\left(\delta_t'/\delta'\right)$ есть значение скорости на расстоянии δ_t' от стенки, то, если прибавить к обеим частям равенства (л) величину $(w'^2/2)\times\times\left(\delta_t'/\delta'\right)^2$, слева получим значение полной энергии $\left(c_pt+w^2/2\right)$ на расстоянии δ_t':

$$\left(c_pt+\frac{w_2}{2}\right)'=c_pt_с+\frac{c_p}{\lambda}e\delta_t'-(\text{Pr}-1)\frac{w'^2}{2}\left(\frac{\delta_t'}{\delta'}\right)^2. \qquad (м)$$

Подставляя эту величину в уравнение обобщенной аналогии Рейнольдса (д) и решая его относительно потока энергии — теплоты $e=q_с$, можно после ряда преобразований [1] получить окончательное выражение

$$q_с=\frac{c_ps}{w}(t_р-t_с)\frac{1}{1+12\sqrt{\xi/8}\left(\text{Pr}^{2/3}-1\right)}. \qquad (10\text{-}14)$$

[1] С учетом соотношений (з) и (л) в § 10-1.

По своему виду уравнение (10-14) полностью совпадает с уравнением (10-3) для умеренных скоростей. Единственное различие состоит в том, что в уравнении (10-14) вместо температурного напора $t_ж - t_с$ стоит разность $t_р - t_с$. Значение адиабатной температуры стенки $t_р$ определяется общим уравнением (10-8); коэффициент восстановления температуры r, определенный в результате проведенных вычислений, равен:

$$r = 1 + \left(\frac{w'}{w}\right)^2 \frac{\Pr - 1}{\Pr^{2/3}}. \qquad (10\text{-}15)$$

Таким образом, расчет по обобщенной аналогии Рейнольдса приводит к уравнению для теплоотдачи (10-14) и позволяет найти приближенное выражение (10-15) для коэффициента восстановления температуры в турбулентных потоках.

Отношение w'/w обычно составляет примерно 0,5—0,6; поэтому $(w'/w)^2$ может быть принято равным примерно 0,3. Подставляя в уравнение (10-15) это значение, находим для воздуха ($\Pr = 0{,}7$) значение коэффициента восстановления температуры $r = 0{,}885$, что хорошо совпадает с опытными данными. Выражение (10-15) показывает также, что при $\Pr = 1$ коэффициент восстановления температуры в турбулентных потоках равен единице.

Изменение температуры газа в пограничном слое, показанное на рис. 10-1, нарастает по мере увеличения скорости потока. Для характеристики режима течения в газодинамике вводится понятие числа Маха, равного отношению местной скорости потока w к скорости звука c в той же точке потока:

$$M = w/c.$$

При $M < 1$ течение называется дозвуковым, при $M > 1$ — сверхзвуковым.

В сверхзвуковых потоках перепады температур в пограничном слое становятся настолько значительными, что плотность газа и другие его теплофизические свойства (вязкость, теплопроводность) оказываются переменными по толщине слоя. Их уже неправомерно рассматривать как постоянные. Вследствие этого при расчете теплоотдачи в сверхзвуковых потоках должна вводиться поправка на переменность теплофизических свойств:

$$\alpha_w = \alpha\psi.$$

Здесь α_w — коэффициент теплоотдачи с учетом переменности свойств; α — коэффициент теплоотдачи, определенный по соотношению (10-7); ψ — поправка на переменность теплофизических свойств газа.

Поправка ψ зависит в первую очередь от отношения абсолютных температур $T_р/T_ж$ и $T_с/T_ж$. Расчетные рекомендации для ψ приведены в [48].

10-3. ТЕПЛООБМЕН ПОВЕРХНОСТЕЙ С ИСКУССТВЕННОЙ ШЕРОХОВАТОСТЬЮ

Вопросы интенсификации теплообмена имеют важное значение для многих отраслей техники. Поэтому исследования в этом направлении представляют большой практический интерес. Приме-

нение поверхности нагрева с искусственно созданной шероховатостью является одним из возможных путей интенсификации теплоотдачи при турбулентном течении теплоносителя. Виды искусственной шероховатости могут быть различными. Некоторые профили таких поверхностей показаны на рис. 10-3. Шероховатость вида *а* и *б* создается путем нанесения резьбы на поверхность трубы. Профили *в* и *г* получаются за счет организации кольцевых выступов на гладкой трубе. Обычно высота выступов h невелика по сравнению с диаметром трубы d. Интенсификация теплоотдачи происходит в основном за счет воздействия шероховатости на гидродинамику турбулентного потока. Роль эффекта оребрения (вследствие

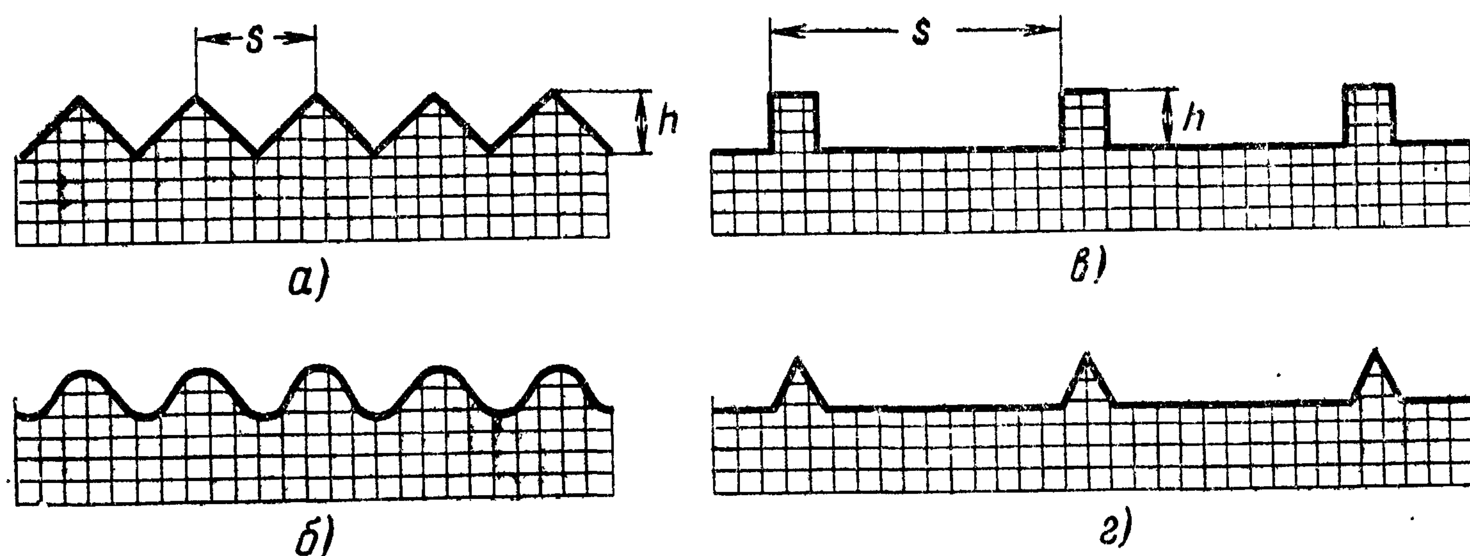


Рис. 10-3. Профили поверхностей с искусственной шероховатостью.

а — треугольная резьба; *б* — волнистая резьба; *в* — прямоугольные выступы; *г* — треугольные выступы.

увеличения фактической площади поверхности теплообмена) обычно относительно невелика.

Экспериментальному исследованию теплоотдачи на поверхностях с искусственной шероховатостью посвящен ряд работ, некоторые результаты которых приводятся ниже.

В исследовании, проведенном в МЭИ [29], подробно изучены различные виды шероховатости типа «резьбы», которая наносилась на внутреннюю поверхность круглой трубы диаметром $d = 16{,}7$ мм и $l/d = 100$. Опыты проводились с водой. На рис. 10-4 приведены опытные данные, относящиеся к резьбе треугольного профиля (рис. 10-3, *а*). Коэффициент теплоотдачи отнесен к поверхности гладкой трубы (без учета эффекта оребрения). Приведенные данные показывают, что такой вид искусственной шероховатости позволяет значительно увеличить теплоотдачу. В этом исследовании было показано также, что скругленная шероховатость (рис. 10-3, *б*) значительно менее эффективна; в ряде случаев она вообще не дает увеличения теплоотдачи в сравнении с гладкой поверхностью. Это указывает на то, что острая кромка выступов имеет существенное значение для интенсификации теплоотдачи.

Другой вид искусственной шероховатости (рис. 10-3, *в*, *г*) подробно исследован в [16, 17, 33, 92, 101, 113]. При этом кольцевые выступы с различным относительным шагом s/h создавались как на наружной поверхности трубы при течении потока воды, воздуха и трансформаторного масла в кольцевом канале, так и на внутренней поверхности круглой трубы. Такой вид искусственной шероховатости изучался также в плоском щелевом канале. Итоги этих исследований были обобщены в [16, 17]. Анализ показал, что для этого вида шероховатости параметром, имеющим решающее значение для интенсификации теплоотдачи, является отношение расстояния между выступами s к их высоте h : s/h. Остальные характеристики, такие как форма выступа (прямоугольная или треугольная), отношение h/d, имеют второстепенное значение. При этом высота выступов h должна превышать толщину вязкого подслоя. В [16, 17] показано, что причина интенсификации теплообмена связана со срывом и разрушением вязкого подслоя выступами шероховатости и возникновением вихревых зон. Оказывается, что для параметра s/h существует оптимальное значение, при котором интенсификация теплоотдачи максимальна. В результате обобщения многочисленных опытных данных автор [16, 17] получил уравнение для теплоотдачи

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{\text{ж}d_{\text{экв}}} = 0{,}021\,\mathrm{Re}_{\text{ж}d_{\text{экв}}}^{0,8}\,\mathrm{Pr}_{\text{ж}}^{0,43}(\mathrm{Pr}_{\text{ж}}/\mathrm{Pr}_{\text{с}})^{0,25}\varepsilon_{\text{ш}}, \qquad (10\text{-}16)$$

где множитель $\varepsilon_{\text{ш}}$ учитывает увеличение теплоотдачи вследствие искусственной шероховатости:

$$\varepsilon_{\text{ш}} = 1{,}04\,\mathrm{Pr}_{\text{ж}}^{0,04}\exp\,[0{,}85 f(s/h)], \qquad (10\text{-}17)$$

$$\text{при}\ \left(\frac{s}{h}\right) \geqslant \left(\frac{s}{h}\right)_{\text{опт}} \quad f\left(\frac{s}{h}\right) = \frac{(s/h)_{\text{опт}}}{s/h};$$

$$\text{при}\ \left(\frac{s}{h}\right) \leqslant \left(\frac{s}{h}\right)_{\text{опт}} \quad f\left(\frac{s}{h}\right) = \frac{s/h}{(s/h)_{\text{опт}}}.$$

Оптимальное значение относительного продольного шага: $(s/h)_{\text{опт}} = 13 \pm 1$ при любом значении $\mathrm{Pr}_{\text{ж}}$ в интервале от 0,7 до 80. График зависимости $\varepsilon_{\text{ш}}$ от s/h для воды показан на рис. 10-5. Приведенное соотношение справедливо при $(s/h) \geqslant 6$ в диапазоне чисел $\mathrm{Re}_{\text{ж}}$ от $6\cdot 10^3$ до $4\cdot 10^5$, чисел Pr от 0,7 до 80. В уравнении (10-16) коэффициент теплоотдачи отнесен к полной поверхности стенки; определяющий размер — эквивалентный диаметр канала.

При применении шероховатой поверхности наряду с теплообменом возрастает коэффициент гидравлического сопротивления $\xi_{\text{ш}}$. При этом обычно величина $\xi_{\text{ш}}$ не зависит от скорости течения теплоносителя. Вследствие увеличения сопротивления при практическом применении искусственной шероховатости представляет интерес сравнение эффективности этого метода интенсификации тепло-

обмена с методом повышения теплоотдачи в гладкой трубе только за счет увеличения скорости теплоносителя.

Применение искусственной шероховатости оправдано, если при одинаковом количестве переданной теплоты шероховатой поверхностью при скорости w и гладкой поверхностью при более высокой скорости w', т. е. при условии

$$Q_{ш}(w) = Q(w'), \tag{а}$$

затрата мощности на перекачивание теплоносителя N будет меньше для шероховатой поверхности:

$$N_{ш}(w) < N(w'). \tag{б}$$

Решение этого вопроса может быть получено путем следующих расчетов.

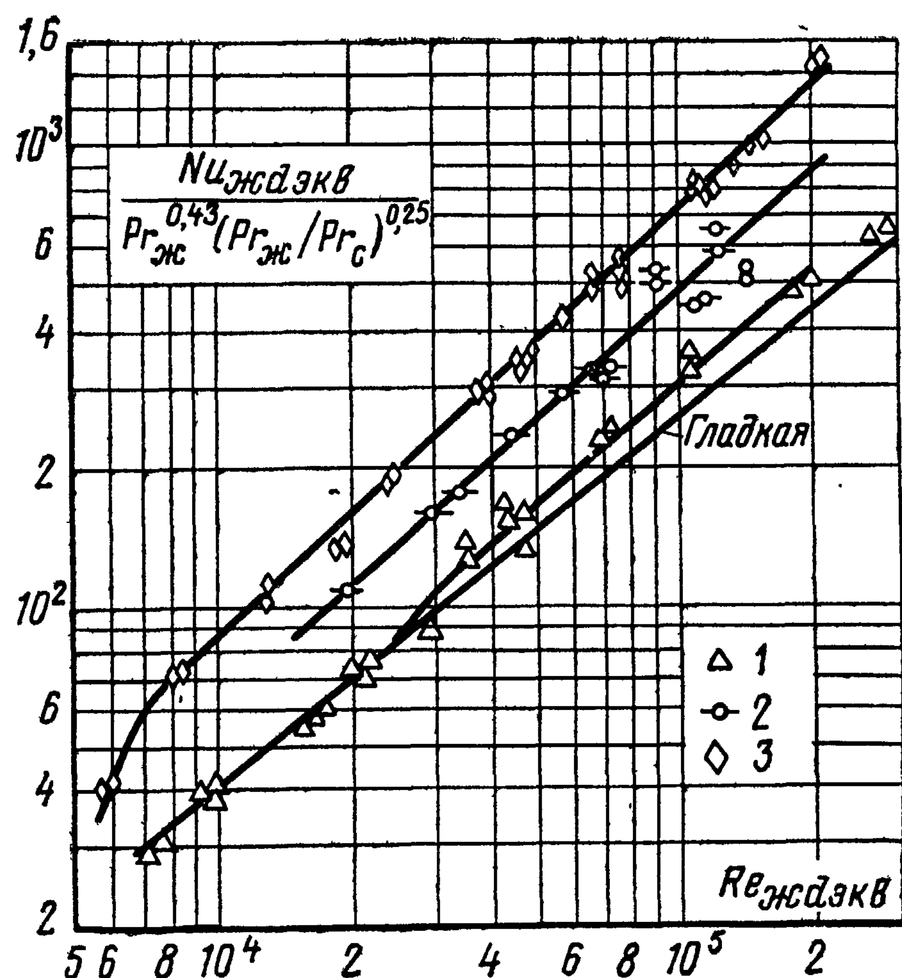


Рис. 10-4. Теплоотдача в круглой трубе с искусственной шероховатостью в виде треугольной резьбы.

1 — $h/d = 0{,}0064$; $s/h = 1{,}9$; *2* — $h/d = 0{,}011$; $s/h = 2{,}6$; *3* — $h/d = 0{,}038$; $s/h = 1{,}6$.

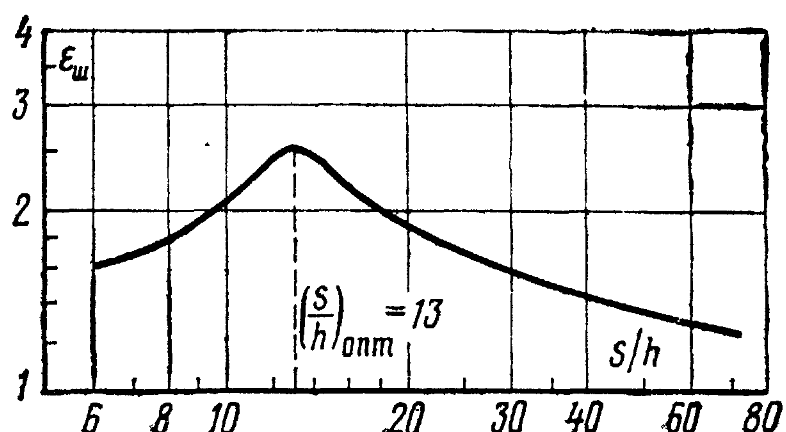


Рис. 10-5. Интенсификация теплоотдачи для воды при применении искусственной шероховатости в виде кольцевых выступов на поверхности трубы.

Количество теплоты, переданное в гладкой трубе, пропорционально скорости потока в степени 0,8, т. е. $Q = Aw'^{0,8}$.

Для шероховатой трубы имеем согласно уравнению (10-16) $Q_{ш} = Aw^{0,8}\varepsilon_{ш}$. Коэффициент пропорциональности A включает в себя все величины, которые не зависят от скорости (геометрические размеры трубы или канала, физические свойства теплоносителя, температурный напор). Его численное значение одинаково в обоих случаях. Учитывая это, находим из условия (а), что относительное увеличение скорости в гладкой трубе должно составлять:

$$\frac{w'}{w} = \varepsilon_{ш}^{1,25}. \tag{в}$$

Затраты мощности на перекачивание теплоносителя можно записать в следующем виде:

для шероховатой поверхности

$$N_ш = B\xi_ш w^3;$$

для гладкой поверхности

$$N = B\xi(w')w'^3,$$

причем в области действия закона Блазиуса $\xi(w') = \xi(w)(w/w')^{0,25}$. Коэффициент пропорциональности B в этих формулах также численно одинаков. Учитывая это, основное неравенство (б) нетрудно преобразовать с привлечением соотношения (в) к окончательному виду:

$$\left(\frac{\xi_ш}{\xi}\right)_w < (\varepsilon_ш)^{3,44}, \qquad (10\text{-}18)$$

где индекс w указывает, что сравнение коэффициентов сопротивления проводится при скорости потока w в шероховатой трубе.

Неравенство (10-18) определяет условие целесообразности применения шероховатой поверхности с точки зрения выигрыша в затратах мощности на перекачку. При обратном знаке неравенства в уравнении (10-18) использование искусственной шероховатости нецелесообразно.

Для рассматриваемой двухразмерной искусственной шероховатости типов *в* и *г* на рис. 10-3 оптимальное значение повышения теплоотдачи: $(\varepsilon_ш)_{опт} \geqslant 2,5$, следовательно, $(\varepsilon_ш)_{опт}^{3,44} \geqslant 32$. В опытах [17] при этом повышение коэффициента сопротивления $(\varepsilon_ш/\varepsilon)_w \approx 4 \div 15$. Отсюда видно, что по затратам мощности такой метод интенсификации теплообмена, безусловно, выгоден. Увеличение скорости теплоносителя в гладкой трубе, необходимое для передачи того же количества теплоты, здесь составляет согласно соотношению (в) $w'/w \approx 3,2$.

При этом методе сравнения не учитывается то обстоятельство, что в случае увеличения скорости теплоносителя возрастает гидравлическое сопротивление во всей системе циркуляции теплоносителя, в то время как создание искусственной шероховатости обусловливает рост гидравлического сопротивления лишь в зоне поверхности теплообмена.

10-4. ТЕПЛООТДАЧА РАСПЛАВЛЕННЫХ МЕТАЛЛОВ

В тех случаях, когда необходимо обеспечить интенсивный отвод теплоты от поверхности нагрева или когда при низком давлении требуется иметь высокую температуру рабочего тела, в качестве теплоносителя применяются расплавленные металлы.

По своим физическим свойствам большинство расплавленных металлов отличаются от обычных теплоносителей — воды, масел и др. Главной особенностью металлических теплоносителей является высокая теплопроводность и соответственно низкие значения числа Прандтля: $Pr = 0,005 \div 0,05$. В последнее время как

в нашей стране, так и за рубежом, было проведено большое число измерений по теплоотдаче жидких металлов в различных условиях. В опытах применялись такие теплоносители, как натрий, калий, литий, цезий, ртуть, висмут, сплавы висмута со свинцом и др. Первые широкие и систематические исследования теплоотдачи и гидравлического сопротивления были выполнены в Энергетическом институте им. Г. М. Кржижановского [72, 89].

Исследования показали, что закономерности для теплоотдачи расплавленных металлов характеризуются рядом особенностей.

При свободном движении таких теплоносителей для расчета теплоотдачи получена следующая зависимость [62, 91]:

$$\overline{\mathrm{Nu}}_m = c\,\mathrm{Gr}_m^n \mathrm{Pr}_m^{0,4}, \qquad (10\text{-}19)$$

при $\mathrm{Gr}_m = 10^2 \div 10^9$ $c = 0{,}52$, $n = 0{,}25$;

при $\mathrm{Gr}_m = 10^9 \div 10^{13}$ $c = 0{,}106$, $n = 0{,}33$.

В качестве определяющей здесь принята средняя температура пограничного слоя $t_m = 0{,}5\ (t_с + t_ж)$. Определяющий размер: диаметр — для горизонтальных труб, высота — для вертикальных пластин.

При вынужденном движении расплавленных металлов в трубах при чистой поверхности нагрева расчет теплоотдачи может проводиться по формуле [87]

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{ж\,d} = 4{,}36 + 0{,}025\mathrm{Pe}_{жd}^{0,8}. \qquad (10\text{-}20)$$

В качестве определяющей температуры здесь принята температура расплавленного металла $t_ж$, определяющий размер — диаметр трубы. Уравнение (10-20) применимо при значениях чисел Пекле $\mathrm{Pe}_{жd} = 20 \div 10\,000$. Оно охватывает как ламинарный, так и турбулентный режимы течения металлического теплоносителя. Из-за высокой теплопроводности расплавленных металлов переход к турбулентному режиму не сопровождается резким изменением интенсивности теплоотдачи; зависимость Nu от Pe носит плавный характер. Соотношение (10-20) применимо при относительной длине трубы $l/d > 30$. Если l/d меньше, то значение коэффициента теплоотдачи будет выше. В этом случае значение коэффициента теплоотдачи α, вычисленное по этой формуле, надо умножить на поправочный коэффициент $\varepsilon_l = 1{,}7\ (d/l)^{0,16}$.

От соприкосновения с воздухом расплавленные металлы сильно окисляются. Поэтому их циркуляционные контуры должны быть герметичными и заполнены нейтральным газом. В противном случае на поверхности нагрева осаждается слой окислов и теплоотдача ухудшается. Для расчета средних коэффициентов теплоотдачи при вынужденном турбулентном движении в окисленных трубах получена формула [72]

$$\overline{\mathrm{Nu}}_{жd} = 3{,}3 + 0{,}014\,\mathrm{Pe}_{жd}^{0,8}. \qquad (10\text{-}21)$$

Что касается гидравлического сопротивления, то опыты показывают, что для расплавленных металлов оно подчиняется общим закономерностям [41].

При поперечном обтекании шахматных и коридорных пучков труб потоком расплавленного металла для расчета теплоотдачи применима зависимость [82, 88]

$$\overline{Nu}_{жd} = Pe_{жd}^{0,5}, \qquad (10\text{-}22)$$

в которой определяющим размером служит диаметр трубы, а скорость рассчитывается в узком сечении пучка. Эта формула справедлива в диапазоне чисел $Pe_{жd}$ от 100 до 4000.

Приведенные соотношения показывают, что в условиях вынужденного течения металлического теплоносителя для процесса теплообмена определяющим является число Пекле $Pe = wd/a$; влияние вязкости на теплоотдачу отсутствует. От распределения температур и направления теплового потока теплоотдача расплавленных металлов практически не зависит.

Процесс кипения щелочных металлов, как показывают опытные данные, также характеризуется некоторыми особенностями. При низких давлениях насыщенных паров (ниже $0,3 \cdot 10^5$ Па) обычно наблюдается неустойчивый режим кипения: парообразование происходит нерегулярно, отдельными всплесками, в промежутке между которыми жидкость перегревается. При высоких тепловых потоках перегрев жидкости около поверхности нагрева может быть значительным, достигая десятков и сотен градусов. При вскипании перегрев быстро снижается: это вызывает интенсивные колебания температур во всей системе. Неустойчивое кипение металла часто сопровождается также звуковыми эффектами: стуком, щелчками, треском и т. д. В целом интенсивность теплообмена при неустойчивом кипении оказывается несколько более высокой, чем при свободной конвекции без кипения [57].

При давлениях, близких к атмосферному, процесс кипения металла приобретает устойчивый характер; интенсивность теплообмена растет. Зависимость α от q при развитом пузырьковом кипении металлов в большом объеме имеет такой же характер, как и при кипении обычных жидкостей:

$$\alpha = cq^{2/3}. \qquad (10\text{-}23)$$

При этом в опытах было обнаружено, что если кипящий металл находится под давлением инертного газа, то теплоотдача обычно оказывается более высокой (примерно в 1,5 раза), чем тогда, когда металл находится под давлением своего насыщенного пара. По-видимому, это объясняется тем, что газ, частично растворяясь в жидкости, облегчает вскипание и увеличивает число действующих центров парообразования. Инертный газ также способствует более раннему переходу от неустойчивого к развитому режиму кипения. Теплоотдача при кипении металлов зависит также от физико-химических свойств и материала поверхности нагрева, ее однородно-

сти. Все это приводит к тому, что опытные данные, полученные разными исследователями, значительно отличаются.

Ориентировочные значения коэффициента c в уравнении (10-23) для натрия, калия, цезия, а также амальгам ртути при давлениях около атмосферного близки между собой и составляют: $c \approx (4 \div 6)$ $Вт^{1/3}/(м^{2/3} \cdot °C)$. Первая критическая плотность теплового потока $q_{кр1}$ в этих условиях характеризуется следующими величинами: для натрия $(2 \div 3) \cdot 10^6$, для калия $(1 \div 2) \cdot 10^6$, для цезия $(0,7 \div 1,5) \cdot 10^6$ $Вт/м^2$. При увеличении давления теплоотдача и критические тепловые нагрузки при кипении щелочных металлов несколько увеличиваются [85].

Конденсация паров щелочных металлов обычно носит пленочный характер. Из-за высокой теплопроводности жидкометаллической пленки ее термическое сопротивление (определяемое по теории пленочной конденсации Нуссельта, см. § 4-2) оказывается чрезвычайно низким. Поэтому интенсивность конденсации паров металлов определяется обычно не столько термическим сопротивлением конденсатной пленки, сколько скоростью поступления молекул пара к поверхности пленки и эффективностью их осаждения (конденсации) на этой поверхности. Последний процесс определяется молекулярно-кинетическими закономерностями. В этом состоит основная особенность конденсации паров металлических теплоносителей.

Согласно молекулярно-кинетической теории [55, 70] скорость конденсации насыщенного пара при не очень больших разрежениях определяется соотношением

$$j = \frac{\beta}{1 - 0,4\beta} \frac{p - p'}{\sqrt{2\pi R T}}, \qquad (10\text{-}24)$$

где j — количество пара, которое конденсируется на единице поверхности пленки в единицу времени, $кг/(м^2 \cdot с)$; p и T — давление и температура насыщенного пара в объеме; p' — давление на линии насыщения при температуре поверхности пленки T'; R — индивидуальная газовая постоянная, $Дж/(кг \cdot К)$.

Безразмерный коэффициент β, входящий в это уравнение, определяет эффективность процесса захвата поверхностью жидкости падающих молекул пара; он называется *коэффициентом конденсации.* Когда все молекулы пара, достигающие поверхности пленки, захватываются ею (конденсируются), $\beta = 1$. Если поверхность захватывает только часть падающих молекул, $\beta < 1$; остальные молекулы в количестве $1 - \beta$ отражаются от поверхности и уходят обратно в паровой объем.

Плотность теплового потока, отводимая от поверхности пленки к стенке,

$$q = rj. \qquad (10\text{-}25)$$

Таким образом, соотношения (10-24) и (10-25) при известной температуре поверхности конденсатной пленки T' определяют теп-

ловой поток в процессе конденсации пара. Для жидкометаллических теплоносителей термическое сопротивление конденсатной пленки во многих случаях оказывается настолько малым, что приближенно можно считать, что температурный перепад в пленке отсутствует и температура свободной поверхности пленки T' равна температуре стенки T_c^*. Тогда приведенные соотношения позволяют рассчитать теплообмен.

Исследования [86] показывают, что при низких давлениях паров щелочных металлов ($p_s < 0{,}01$ бар) коэффициент конденсации $\beta \approx 1$. При увеличении давления значения β уменьшаются. По данным [100, 111] в этой области давлений для калия и натрия зависимость β от давления p_s описывается следующей эмпирической формулой:

$$\beta = (0{,}004/p_s)^{1/2},$$

которая подтверждается опытными данными до давлений $p_s = 1$ бар.

При наличии в паре примесей инертного газа, а также при загрязнении поверхности пленки конденсата интенсивность конденсации паров металлов резко снижается [86].

10-5. ПЕРЕДАЧА ТЕПЛОТЫ ЧЕРЕЗ СТЕРЖЕНЬ

Рассмотрим передачу теплоты через призматический стержень, площадь сечения которого f, а периметр сечения U. Стержень находится в среде, температуру которой условно примем равной нулю. Температура стержня изменяется лишь по его длине и является функцией только длины, т. е. $\vartheta = f(x)$. В основании стержня температура равна ϑ_0. Значения коэффициентов теплопроводности и теплоотдачи известны и равны λ и α_1. Требуется установить закон изменения температуры по стержню и количество передаваемой теплоты через стержень при стационарном тепловом режиме.

На расстоянии x от основания стержня выделим элемент длиной dx и составим для него уравнение теплового баланса (рис. 10-6). Очевидно, что

$$Q' - Q'' = dQ. \qquad \text{(a)}$$

Согласно закону Фурье

$$Q' = -\lambda \frac{d\vartheta}{dx} f$$

и

$$Q'' = -\lambda \frac{d}{dx}\left(\vartheta + \frac{d\vartheta}{dx} dx\right) f.$$

* Для обычных теплоносителей положение обратное: температурный перепад в пленке обычно значительно больше, чем разность температур, $T - T'$, и поэтому приближенно можно считать, что температура на свободной поверхности пленки равна температуре пара.

Следовательно,

$$Q' - Q'' = dQ = \lambda \frac{d^2\vartheta}{dx^2} f\, dx. \qquad (б)$$

С другой стороны,

$$dQ = \alpha_1 \vartheta U\, dx. \qquad (в)$$

Приравняв друг к другу уравнения (б) и (в) и произведя сокращение, получим:

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} = \frac{\alpha_1 U}{\lambda f} \vartheta = m^2 \vartheta, \qquad (10\text{-}26)$$

где

$$m = \sqrt{\frac{\alpha_1 U}{\lambda f}}. \qquad (г)$$

Если α_1 не зависит от x, то $m = \text{const}$. Тогда общий интеграл линейного дифференциального уравнения второго порядка (10-26) имеет следующий вид:

$$\vartheta = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}. \qquad (10\text{-}27)$$

Значения постоянных интегрирования C_1 и C_2 определяются из граничных условий. В зависимости от длины стержня эти условия различны, поэтому они будут рассмотрены раздельно.

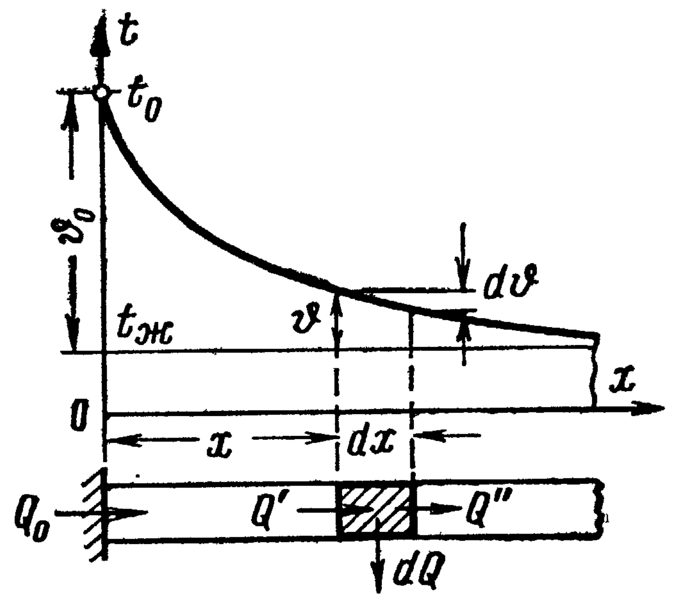


Рис. 10-6. Теплопередача через бесконечно длинный стержень.

а) Стержень бесконечной длины. При $x = 0$ $\vartheta = \vartheta_0$ и $\vartheta_0 = C_1 + C_2$; при $x = \infty$ $\vartheta = 0$ и $C_1 e^{\infty} + C_2 e^{-\infty} = 0$ или $C_1 e^{\infty} = 0$. Последнее справедливо лишь при условии $C_1 = 0$. Таким образом,

$$C_1 = 0 \text{ и } C_2 = \vartheta_0. \qquad (д)$$

Подставляя эти значения в уравнение (10-27), получаем

$$\vartheta = \vartheta_0 e^{-mx}. \qquad (10\text{-}28)$$

Следовательно, $\vartheta = F(\vartheta_0, x, \alpha_1, \lambda, f, U)$. Имея в виду, что показатель степени mx является безразмерной величиной, уравнение (10-28) можно представить в другом, безразмерном виде, а именно:

$$\vartheta/\vartheta_0 = e^{-K_1} = F(K_1), \qquad (10\text{-}29)$$

где $K_1 = xm = x\sqrt{\frac{\alpha_1 U}{\lambda f}} = \sqrt{\frac{\alpha_1 x^2}{\lambda}\frac{F}{f}}$.

Для круглого стержня $U/f = 4/d$, поэтому

$$K_1 = 2x\sqrt{\frac{\alpha_1}{\lambda d}} = 2\sqrt{\frac{\alpha_1 d}{\lambda}}\frac{x}{d}.$$

Параметром K_1 определяется характер изменения температуры по длине стержня. В зависимости от его значения, вернее, от соотношения определяющих его величин, характер изменения температуры получается различным (рис. 10-7).

Количество теплоты, отданное стержнем в окружающую среду, равняется количеству теплоты, прошедшему через его основание. Следовательно,

$$Q = -\lambda f\,(d\vartheta/dx)_{x=0}. \qquad (е)$$

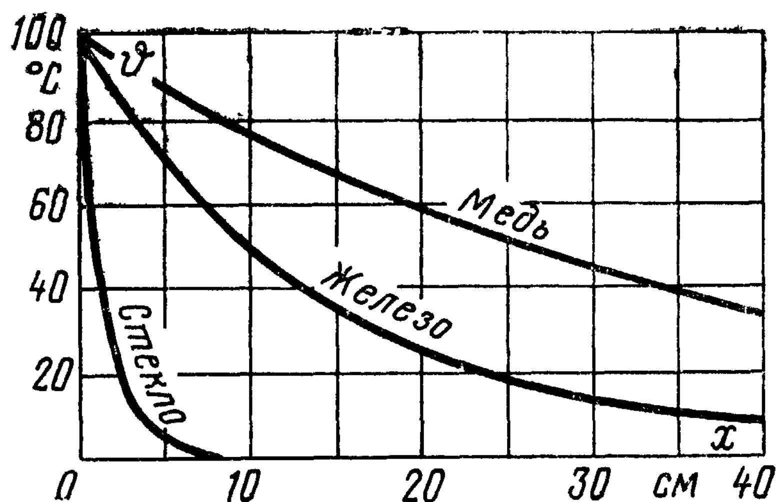


Рис. 10-7. Изменение температуры по длине стержней из различных материалов.

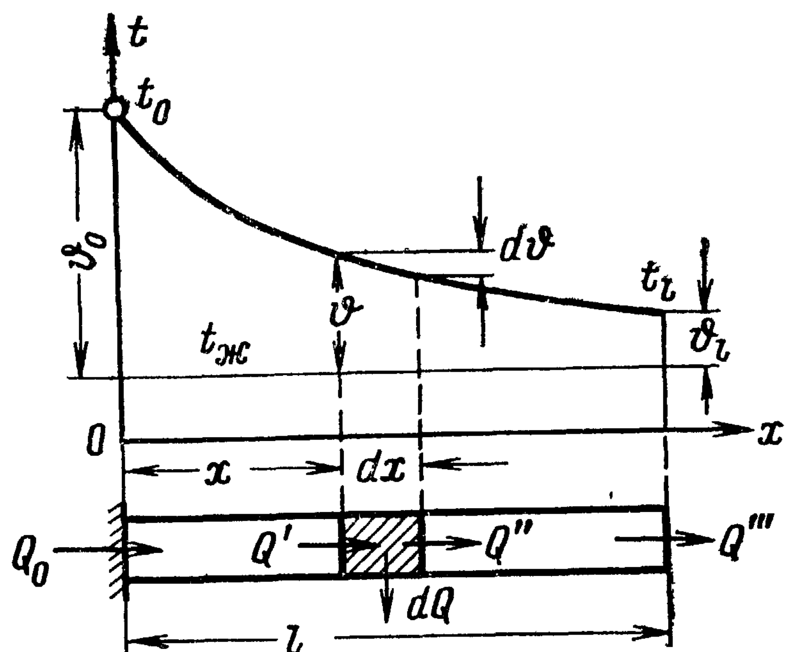


Рис. 10-8. Теплопередача через стержень конечной длины.

Из уравнения (10-28) имеем:

$$(d\vartheta/dx)_{x=0} = \left(-\vartheta_0 m e^{-mx}\right)_{x=0} = -\vartheta_0 m. \qquad (ж)$$

Подставляя это значение в уравнение (е), окончательно находим:

$$Q = \lambda f m \vartheta_0 = \vartheta_0\sqrt{\alpha_1 \lambda f U}. \qquad (10\text{-}30)$$

б) Стержень конечной длины. Для стержня конечной длины (рис. 10-8) дифференциальное уравнение (10-26) сохраняет силу, но граничные условия изменяются; при $x = 0$ $\vartheta = \vartheta_0$ и

$$\vartheta_0 = C_1 + C_2. \qquad (з)$$

При $x = l$ количество теплоты Q''', подведенное по стержню к торцу путем теплопроводности, отдается в окружающую среду путем теплоотдачи, т. е.

$$-\lambda f\,(d\vartheta/dx)_{x=l} = \alpha_2 f \vartheta_l, \qquad (и)$$

где α_2 — значение коэффициента теплоотдачи на торце стержня.

Из уравнения (10-27) имеем:

$$\vartheta_l = C_1 e^{ml} + C_2 e^{-ml} \qquad (к)$$

и

$$(d\vartheta/dx)_{x=l} = C_1 m e^{ml} - C_2 m e^{-ml}. \qquad (л)$$

Подставляя значения (к) и (л) в уравнение (и), получаем:

$$C_1 m e^{ml} - C_2 m e^{-ml} = -\frac{\alpha_2}{\lambda}\left(C_1 e^{ml} + C_2 e^{-ml}\right). \qquad (м)$$

Решая совместно уравнения (з) и (м), определяем неизвестные C_1 и C_2:

$$C_1 = \vartheta_0 \frac{(1-\alpha_2/m\lambda)\, e^{-ml}}{e^{ml} + e^{-ml} + \frac{\alpha_2}{m\lambda}\left(e^{ml} - e^{-ml}\right)}; \qquad (н)$$

$$C_2 = \vartheta_0 \frac{(1+\alpha_2/m\lambda)\, e^{ml}}{e^{ml} + e^{-ml} + \frac{\alpha_2}{m\lambda}\left(e^{ml} - e^{-ml}\right)}. \qquad (о)$$

После подстановки значений (н) и (о) в уравнение (10-27) окончательно получим:

$$\vartheta = \vartheta_0 \frac{(1-\alpha_2/m\lambda)\, e^{mx} e^{-ml} + (1+\alpha_2/m\lambda)\, e^{-mx} e^{ml}}{e^{ml} + e^{-ml} + \frac{\alpha_2}{m\lambda}\left(e^{ml} - e^{-ml}\right)}. \qquad (10\text{-}31)$$

Температура на конце стержня может быть найдена из уравнения (10-31), если положить $x = l$*:

$$\vartheta_l = \vartheta_0 \frac{2}{e^{ml} + e^{-ml} + \frac{\alpha_2}{m\lambda}\left(e^{ml} - e^{-ml}\right)} = \vartheta_0 \frac{1}{\operatorname{ch} ml + \frac{\alpha_2}{m\lambda} \operatorname{sh} ml} \qquad (10\text{-}32)$$

или

$$\frac{\vartheta_l}{\vartheta_0} = \frac{1}{\operatorname{ch} K_1 + K_2 \operatorname{sh} K_1},$$

где

$$K_1 = ml = l\sqrt{\frac{\alpha_1 U}{\lambda f}} \quad \text{и} \quad K_2 = \frac{\alpha_2}{m\lambda} = \frac{1}{ml}\frac{\alpha_2 l}{\lambda} = \frac{1}{K_1}\frac{\alpha_2 l}{\lambda}.$$

---

* Напомним, что

$$\frac{1}{2}\left(e^{mx} - e^{-mx}\right) = \operatorname{sh} mx; \quad \frac{e^{mx} - e^{-mx}}{e^{mx} + e^{-mx}} = \frac{\operatorname{sh} mx}{\operatorname{ch} mx} = \operatorname{th} mx;$$

$$\frac{1}{2}\left(e^{mx} + e^{-mx}\right) = \operatorname{ch} mx; \; e^{mx} e^{-mx} = 1.$$

Первым слагаемым знаменателя в уравнении (10-32) учитывается охлаждение боковой поверхности стержня, вторым — торцевой.

Количество теплоты, переданное через стержень в окружающую среду, равно количеству теплоты, прошедшему через основание стержня, при $x = 0$. Из уравнения (10-27) имеем:

$$Q = -\lambda \left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=0} = -\lambda m (C_1 - C_2) f. \qquad \text{(п)}$$

Подставляя сюда значения C_1 и C_2 из уравнений (н) и (о), получаем:

$$Q = \lambda m f \vartheta_0 \frac{\frac{\alpha_2}{m\lambda} + \operatorname{th} ml}{1 + \frac{\alpha_2}{m\lambda} \operatorname{th} ml}. \qquad \text{(10-33)}$$

Нетрудно убедиться, что уравнения (10-28) и (10-30) являются частным случаем уравнений (10-31) и (10-33).

В тех случаях, когда теплоотдачей с торца стержня можно пренебречь ($Q''' = 0$), уравнения (10-31) — (10-33) упрощаются. Согласно условию из уравнений (и) и (л) имеем:

$$Q_{x=l} = 0 = (d\vartheta/dx)_{x=l} = C_1 e^{ml} - C_2 e^{-ml}. \qquad \text{(р)}$$

Решая уравнение (р) совместно с уравнением (з), находим:

$$C_1 = \vartheta_0 \frac{e^{-ml}}{e^{ml} + e^{-ml}}; \qquad \text{(с)}$$

$$C_2 = \vartheta_0 \frac{e^{ml}}{e^{ml} + e^{-ml}}. \qquad \text{(т)}$$

После подстановки этих значений уравнение температурной кривой (10-27) принимает вид:

$$\vartheta = \vartheta_0 \frac{1}{e^{ml} + e^{-ml}} \left[e^{m(x-l)} + e^{-m(x-l)}\right] = \vartheta_0 \frac{\operatorname{ch} m(x-l)}{\operatorname{ch} ml}. \qquad \text{(10-34)}$$

При $x = l$ $\operatorname{ch} m(x-l) = 1$, следовательно,

$$\vartheta_l = \frac{\vartheta_0}{\operatorname{ch} ml}. \qquad \text{(10-35)}$$

Количество переданной теплоты в этом случае согласно уравнению (п) равно:

$$Q = \lambda m f \vartheta_0 \frac{e^{ml} - e^{-ml}}{e^{ml} + e^{-ml}} = \lambda m f \vartheta_0 \operatorname{th} ml =$$

$$= \frac{\alpha_1 U}{m} \vartheta_0 \operatorname{th} ml. \qquad \text{(10-36)}$$

Легко убедиться, что уравнения (10-34) — (10-36) непосредственно получаются из уравнений (10-31) — (10-33), если положить в них $\alpha_2 = 0$.

Пример 10-1. От трения в подшипнике выделяется такое количество теплоты, что на конце вала диаметром $d = 60$ мм устанавливается температура выше температуры окружающего воздуха на 60°С. Как распределяется температура вдоль вала и какое количество теплоты передается через вал, если коэффициент теплоотдачи $\alpha_1 = 6$ Вт/(м²·°С) и коэффициент теплопроводности материала вала $\lambda = 50$ Вт/(м·°С) и вал рассматривать как стержень бесконечной длины.

Согласно уравнению (10-28) $\vartheta = \vartheta_0 e^{-mx}$, где $m = \sqrt{\alpha_1 U/\lambda f}$.

Вычислим сначала значение m, которое для круглого стержня равно $2\sqrt{\alpha_1/\lambda d}$, и найдем $K_1 = xm = 2x\sqrt{6/(50 \cdot 0{,}06)} = 2\sqrt{2}\,x = 2{,}84x$.

Следовательно, изменение избыточной температуры по валу определяется следующим уравнением: $\vartheta = 60\,e^{-2{,}84\,x}$. Результаты расчетов по этой формуле приводятся ниже:

x, м	0,01	0,05	0,10	0,2	0,5
ϑ, °С	58,5	52,2	43,5	35	11,8

Количество передаваемой теплоты определяется согласно уравнению (10-30):

$$Q = \lambda f m \vartheta_0 = 50\,\frac{3{,}14\,(0{,}06)^2}{4} \cdot 2{,}84 \cdot 60 = 24 \text{ Вт}.$$

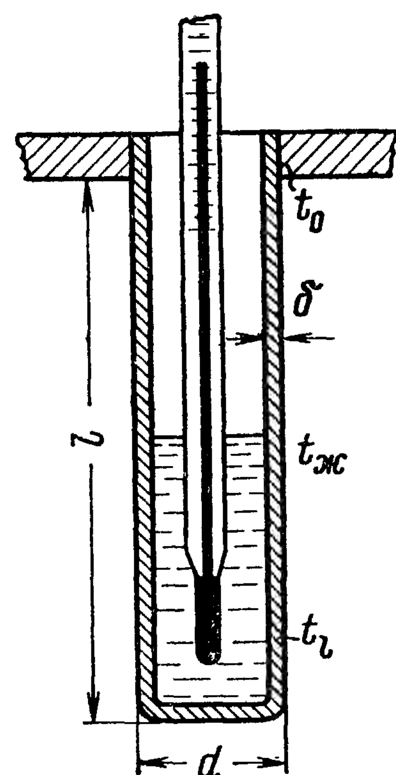


Рис. 10-9. К расчету погрешности показания термометра.

Пример 10-2. В компрессорной установке температура воздуха в резервуаре измеряется ртутным термометром, который помещается в железную трубку (гильзу), заполненную маслом (рис. 10-9). Термометр показывает температуру конца гильзы, которая ниже температуры воздуха $t_ж$ вследствие отвода теплоты по трубке. Как велика ошибка измерения, если показание термометра $t_l = 100$°С, температура у основания гильзы $t_0 = 50$°С, длина трубки $l = 140$ мм, толщина ее стенки $\delta = 1$ мм, коэффициент теплопроводности $\lambda = 50$ Вт/(м·°С) и коэффициент теплоотдачи от сжатого воздуха к трубке $\alpha_1 = 25$ Вт/(м²·°С).

Для решения воспользуемся формулой (10-35). В применении к рассматриваемому случаю эта формула принимает вид:

$$t_ж - t_l = \frac{t_ж - t_0}{\operatorname{ch} ml}, \qquad (а)$$

где $t_ж$ — истинная температура сжатого воздуха; t_l — температура на конце гильзы, показываемая термометром и равная 100°С; t_0 — температура гильзы у основания, равная 50°С.

Из уравнения (а) имеем:

$$t_ж = \frac{t_l \operatorname{ch} ml - t_0}{\operatorname{ch} ml - 1}. \qquad (б)$$

Вычислим значение ml: так как $U = \pi d$ и $f = \pi\, d\delta$, то

$$ml = \sqrt{\frac{\alpha_1}{\lambda\delta}}\, l = \sqrt{\frac{25}{50 \cdot 0{,}001}} \cdot 0{,}14 = 3{,}14.$$

Согласно табл. П-13 ch (3,14) = 11,6.

Подставив эти значения в уравнение (б), получим:

$$t_ж = \frac{100 \cdot 11,6 - 50}{11,6 - 1} = 104,6°C.$$

Следовательно, ошибка измерения Δt равна:

$$\Delta t = t_ж - t_l = 104,6 - 100 = 4,6°C.$$

Погрешность недопустимо велика. Для снижения ошибки при измерении температуры при помощи термометров, помещаемых в металлические гильзы, согласно уравнению (б) необходимо: а) гильзу делать из материала с возможно меньшим коэффициентом теплопроводности; б) длину ее брать возможно больше, а толщину δ — меньше; в) интенсифицировать теплообмен между трубкой (гильзой) и средой (например, путем оребрения гильзы с внешней стороны); г) уменьшить падение температуры вдоль трубки (путем наложения тепловой изоляции на прилегающие части резервуара).

10-6. ПЕРЕДАЧА ТЕПЛОТЫ ЧЕРЕЗ РЕБРА

Оребрение поверхности нагрева производится с целью интенсификации теплопередачи. Если оребрение задано и значение коэффициента теплоотдачи для оребренной поверхности известно, то расчет теплопередачи через ребристую стенку никаких затруднений не составляет (см. § 6-5).

Другое дело, когда требуется рассчитать само оребрение, т. е. определить наиболее рациональную форму и размеры ребра. При этом в задачу расчета входит распределение температуры по ребру, количество снимаемой теплоты, гидравлическое сопротивление, масса и стоимость оребренной поверхности нагрева. Кроме того, в зависимости от назначения ребристых поверхностей к ним обычно предъявляется ряд дополнительных требований. В одних случаях требуется, чтобы габариты теплообменника были минимальными, в других, чтобы минимальной была масса, в третьих, чтобы использование материала было наиболее эффективным и т. д. В полном объеме такая задача может быть решена только на основе эксперимента и то лишь в том случае, если заданы конкретные условия работы поверхности нагрева и предъявляемые к ней требования. Вместе с этим имеются и математические решения задачи. Правда, эти решения очень сложны, и возможны они лишь при целом ряде упрощающих предпосылок. Но несмотря на это, они ценны и с успехом могут быть использованы, хотя бы в предварительных расчетах, тем более, что при решении технических задач методика расчета может быть значительно упрощена.

1. **Прямое ребро постоянной толщины.** Пусть имеется прямое ребро, толщина которого δ, высота h и длина l (рис. 10-10). Коэффициент теплопроводности материала λ. Температуру окружающей среды условно примем равной нулю. Температура ребра изменяется лишь по высоте, т. е. $\vartheta = f(x)$, в основании и на конце ребра температуры соответственно ϑ_1 и ϑ_2. Для боковой поверхности ребра коэффициент теплоотдачи α_1, а для торцевой α_2.

Решение этой задачи тождественно решению предыдущей. Формулы, выведенные ранее для стержня конечной длины, справедливы и для прямого ребра постоянной толщины.

В соответствии с принятыми здесь обозначениями уравнения (10-32) и (10-33) принимают вид:

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 \frac{1}{\operatorname{ch} mh + \dfrac{\alpha_2}{m\lambda} \operatorname{sh} mh}; \tag{10-37}$$

$$Q = \lambda m f \vartheta_1 \frac{\dfrac{\alpha_2}{m\lambda} + \operatorname{th} mh}{1 + \dfrac{\alpha_2}{m\lambda} \operatorname{th} mh}. \tag{10-38}$$

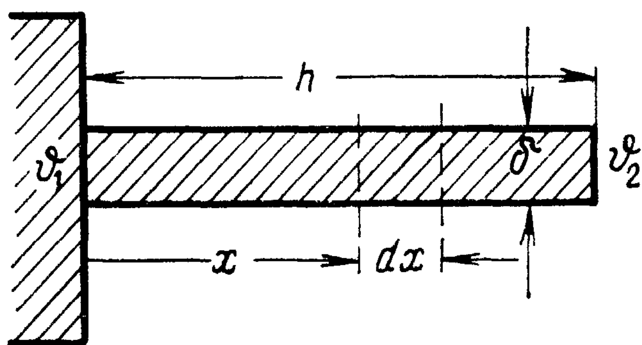


Рис. 10-10. Прямое ребро постоянного сечения.

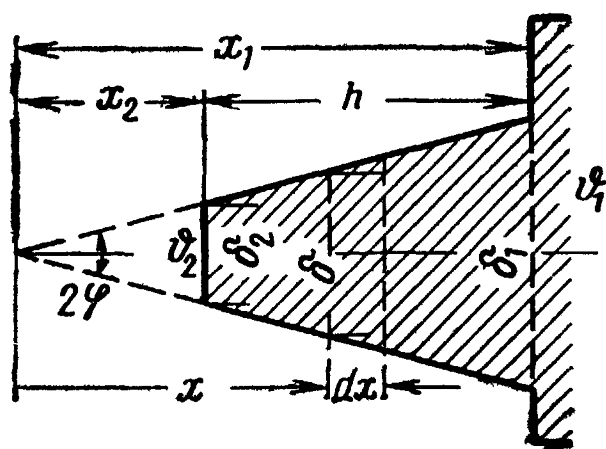


Рис. 10-11. Прямое ребро трапециевидного сечения.

Здесь $m = \sqrt{2\alpha_1/\lambda\delta}$, ибо для плоских ребер

$$f = \delta l; \quad U \approx 2l \text{ и } U/f = 2/\delta.$$

Если теплоотдачей с торца пренебречь, то получим:

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 \frac{1}{\operatorname{ch} mh} \tag{10-39}$$

и

$$Q = \lambda m f \vartheta_1 \operatorname{th} mh. \tag{10-40}$$

В практических расчетах вместо точных формул (10-37) и (10-38) можно пользоваться упрощенными — (10-39) и (10-40). Теплоотдача с торца при этом довольно точно учитывается путем условного увеличения высоты ребер на половину их толщины; поверхность торца как бы развертывается на боковые грани ребра.

2. **Прямое ребро переменной толщины.** Решая задачу о наивыгоднейшей форме ребра, Э. Шмидт пришел к выводу, что наиболее выгодным является ребро, ограниченное двумя параболами. Стремясь по возможности приблизиться к такой форме ребра, очень часто ребра изготовляют не постоянного сечения, а с утонением от основания к торцу, придавая им трапециевидное или треугольное сечение.

Пусть имеется ребро трапециевидного сечения. Условия работы те же, что и в предыдущем случае; размеры и обозначения приведены на рис. 10-11. За начало координат целесообразно принять вершину треугольника. В этом случае направление теплового потока противоположно направлению оси абсцисс.

При стационарном режиме изменение количества теплоты, проходящего через сечения x и $x + dx$, определяется теплоотдачей с боковой поверхности рассматриваемого элемента, поэтому

$$\frac{d}{dx}\left(\lambda f \frac{d\vartheta}{dx}\right) = \alpha U \vartheta. \qquad \text{(а)}$$

Имея в виду, что $f = \delta l$ и $\delta = 2x \operatorname{tg} \varphi$, и произведя дифференцирование, получим:

$$\frac{d^2\vartheta}{dx^2} + \frac{1}{x}\frac{d\vartheta}{dx} - \frac{1}{x}\frac{\alpha}{\lambda \operatorname{tg} \varphi}\vartheta = 0. \qquad \text{(б)}$$

Если ввести новую переменную $z = \frac{\alpha}{\lambda \operatorname{tg} \varphi} x$, то уравнение (б) принимает вид:

$$\frac{d^2\vartheta}{dz^2} + \frac{1}{z}\frac{d\vartheta}{dz} - \frac{1}{z}\vartheta = 0. \qquad \text{(в)}$$

Общее решение уравнения (в) имеет вид:

$$\vartheta = C_1 I_0(2\sqrt{z}) + C_2 K_0(2\sqrt{z}), \qquad \text{(10-41)}$$

где I_0 и K_0 — модифицированные функции Бесселя первого и второго рода нулевого порядка. Значения этих функций приведены в табл. П-14.

Окончательные интересующие нас расчетные формулы для ϑ_2 и Q очень сложны. Но если теплоотдачей с торца пренебречь, они несколько упрощаются. Приведением этих упрощенных формул здесь мы и ограничимся:

$$\vartheta = \vartheta_1 \frac{I_0(2\sqrt{z}) K_1(2\sqrt{z_2}) + I_1(2\sqrt{z_2}) K_0(2\sqrt{z})}{I_0(2\sqrt{z_1}) K_1(2\sqrt{z_2}) + I_1(2\sqrt{z_2}) K_0(\sqrt{z_1})}, \qquad \text{(10-42)}$$

где I_1 и K_1 — модифицированные функции Бесселя первого и второго рода первого порядка;

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 \frac{I_0(2\sqrt{z_2}) K_1(2\sqrt{z_2}) + I_1(2\sqrt{z_2}) K_0(2\sqrt{z_2})}{I_0(2\sqrt{z_1}) K_1(2\sqrt{z_2}) + I_1(2\sqrt{z_2}) K_0(\sqrt{z_1})}; \qquad \text{(10-43)}$$

$$Q = -\lambda f_1 \left(\frac{d\vartheta}{dx}\right)_{x=x_1} = \psi \frac{\alpha \delta_1 l \vartheta_1}{\sqrt{z_1} \operatorname{tg} \varphi}, \qquad \text{(10-44)}$$

где

$$\psi = \frac{I_1(2\sqrt{z_1}) K_1(2\sqrt{z_2}) - I_1(2\sqrt{z_2}) K_1(2\sqrt{z_1})}{I_0(2\sqrt{z_1}) K_1(2\sqrt{z_2}) + I_1(2\sqrt{z_2}) K_0(2\sqrt{z_1})}.$$

При пользовании этими формулами теплоотдача с торца учитывается увеличением высоты ребра на половину толщины его торца.

Если ребро имеет не трапециевидное, а треугольное сечение, то расчетные формулы принимают вид:

$$\vartheta = \vartheta_1 \frac{I_0(2\sqrt{z})}{I_0(2\sqrt{z_1})}; \qquad \text{(10-45)}$$

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 \frac{1}{I_0(2\sqrt{z_1})}; \qquad (10\text{-}46)$$

$$Q = \frac{\alpha \delta_1 \vartheta_1 l}{\sqrt{z_1}\,\mathrm{tg}\,\varphi}\left[\frac{I_1(2\sqrt{z_1})}{I_0(2\sqrt{z_1})}\right]. \qquad (10\text{-}47)$$

Теоретически сужение ребра должно сопровождаться увеличением количества снимаемой теплоты. Однако, как показывают сравнительные расчеты, это справедливо лишь для относительно высоких ребер, когда определяющим является термическое сопротивление самого ребра. Для относительно низких ребер термическое сопротивление ребра невелико и определяющим является термическое сопротивление теплоотдачи. В этом случае суженное сечение ребра оказывается хуже прямоугольного. При этом в качестве характеристики относительной высоты ребра следует брать величину $h/\sqrt{\delta}$, где h — высота, а δ — средняя толщина ребра. В таком именно соотношении геометрические размеры входят в уравнения (10-39) и (10-40).

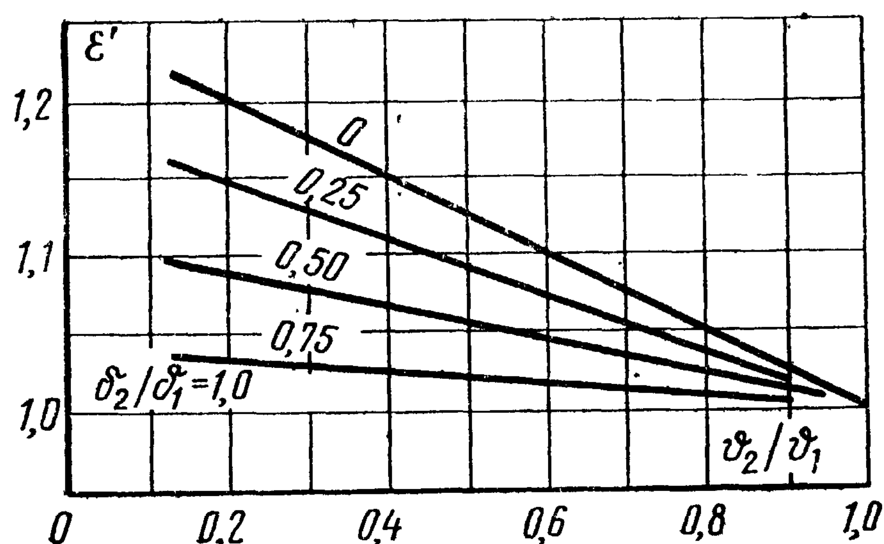


Рис. 10-12. $\varepsilon' = f(\vartheta_2/\vartheta_1;\ \delta_2/\delta_1)$ — вспомогательный график для расчета ребер трапециевидного и треугольного сечений.

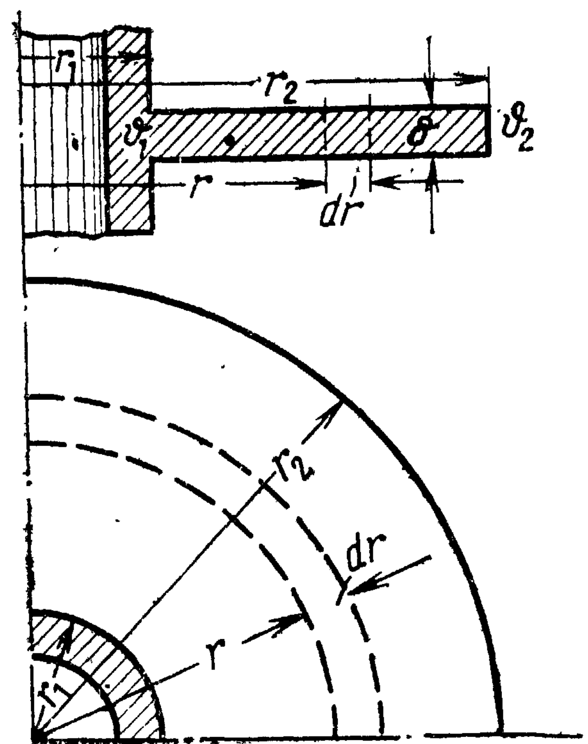


Рис. 10-13. Круглое ребро постоянного сечения.

Для практических расчетов формулы (10-43) — (10-47) слишком сложны. Но при помощи вспомогательных кривых рис. 10-12 расчет передачи теплоты через прямые ребра и трапециевидного и треугольного сечений может быть значительно упрощен и сведен к расчету по формулам (10-39) и (10-40) для ребра прямоугольного сечения постоянной толщины.

В этом случае

$$Q' = \varepsilon' F' q, \qquad (10\text{-}48)$$

где Q' — количество передаваемой теплоты в единицу времени; F' — поверхность охлаждения трапециевидного или треугольного ребра; $q = Q/F$ — плотность теплового потока для прямоугольного ребра, длина, высота и толщина которого равны длине, высоте и

средней толщине суженного ребра; ε' — поправочный коэффициент на суженность ребра; $\varepsilon' = f(\vartheta_2/\vartheta_1,\ \delta_2/\delta_1)$, его значение определяется по кривым рис. 10-12. Здесь по оси абсцисс нанесено отношение температурных напоров ϑ_2/ϑ_1, по оси ординат — значение $\varepsilon' = q'/q = Q'/F' : Q/F$, а отношение δ_2/δ_1 выбрано в качестве параметра. Нижняя кривая на рисунке соответствует ребру постоянной толщины, $\delta_2/\delta_1 = 1$; верхняя — треугольному ребру, $\delta_2/\delta_1 = 0$. Отношение ϑ_2/ϑ_1 определяется по формуле (10-39); теплоотдача с торца при этом учитывается путем увеличения высоты ребра h на половину толщины торца.

3. **Круглое ребро постоянной толщины.** Круглые ребра применяются при оребрении труб. Уравнение передачи теплоты через такое ребро выводится следующим образом.

Пусть имеется труба с круглым ребром постоянной толщины. Внутренний радиус ребра r_1 и внешний r_2, толщина δ и коэффициент теплопроводности λ (рис. 10-13). Температуру окружающей среды условно принимаем равной нулю. Температура ребра изменяется лишь в направлении радиуса $\vartheta = f(r)$; заданы коэффициент теплоотдачи α и температуры ϑ_1 и ϑ_2 в основании и на конце ребра соответственно.

Для элементарного кольца с радиусами r и $r + dr$ при стационарном режиме можно написать:

$$Q_r - Q_{r+dr} = dQ; \tag{а}$$

$$Q_r = -2\pi\lambda\delta r\frac{d\vartheta}{dr}; \tag{б}$$

$$Q_{r+dr} = Q_r + \frac{dQ_r}{dr}dr = -2\pi\lambda\delta r\frac{d\vartheta}{dr} - 2\pi\lambda\delta\frac{d}{dr}\left(\frac{d\vartheta}{dr}r\right) =$$

$$= -2\pi\lambda\delta\left(\frac{d\vartheta}{dr}r + \frac{d^2\vartheta}{dr^2}rdr + \frac{d\vartheta}{dr}dr\right); \tag{в}$$

$$Q_r - Q_{r+dr} = dQ = 2\pi\lambda\delta\left(\frac{d^2\vartheta}{dr^2}rdr + \frac{d\vartheta}{dr}dr\right). \tag{г}$$

Но dQ можно выразить и через коэффициент теплоотдачи, а именно:

$$dQ = \alpha\vartheta\, 4\pi r dr. \tag{д}$$

Приравнивая друг другу правые части уравнений (г) и (д), произведя сокращение на $2\pi\lambda\delta r\, dr$, получаем:

$$\frac{d^2\vartheta}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\vartheta}{dr} - \frac{2\alpha}{\lambda\delta}\vartheta = 0. \tag{е}$$

Если положить $2\alpha/\lambda\delta = m^2$, $mr = z$ и $1/r = m/z$, то

$$\frac{d\vartheta}{dr} = m\frac{d\vartheta}{dz} \text{ и } \frac{d^2\vartheta}{dr^2} = m^2\frac{d^2\vartheta}{dz^2}.$$

Подставляя эти значения в уравнение (е), окончательно имеем:

$$\frac{d^2\vartheta}{dz^2} + \frac{1}{z}\frac{d\vartheta}{dz} - \vartheta = 0. \tag{ж}$$

Общее решение этого уравнения имеет вид:

$$\vartheta = C_1 I_0(z) + C_2 K_0(z), \tag{10-49}$$

где $I_0(z)$ и $K_0(z)$ — модифицированные функции Бесселя первого и второго рода нулевого порядка; C_1 и C_2 — потоянные интегрирования, определяемые из граничных условий.

Если теплоотдачей с торца пренебречь, то расчетные формулы для ϑ, ϑ_2 и Q приобретают следующий вид:

$$\vartheta = \vartheta_1 \frac{I_0(mr) K_1(mr_2) + I_1(mr_2) K_0(mr)}{I_0(mr_1) K_1(mr_2) + I_1(mr_2) K_0(mr_1)}; \quad (10\text{-}50)$$

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 \frac{I_0(mr_2) K_1(mr_2) + I_1(mr_2) K_0(mr_2)}{I_0(mr_1) K_1(mr_2) + I_1(mr_2) K_0(mr_1)}; \quad (10\text{-}51)$$

$$Q = 2\pi r_1 \lambda \delta m \vartheta_1 \psi, \quad (10\text{-}52)$$

где

$$\psi = \frac{I_1(mr_2) K_1(mr_1) - I_1(mr_1) K_1(mr_2)}{I_0(mr_1) K_1(mr_2) + I_1(mr_2) K_0(mr_1)}.$$

При пользовании этими формулами теплоотдача с торца может быть учтена условным увеличением высоты ребра, т. е. r_2, на половину толщины торца. Для относительно невысоких ребер теплоотдача торца имеет весьма существенное значение.

Для технических целей методика расчета круглых ребер может быть значительно упрощена и при помощи кривых на рис. 10-14 сводится к расчету прямого ребра постоянной толщины. В этом случае

$$Q'' = \varepsilon'' F'' q, \quad (10\text{-}53)$$

где Q'' — количество снимаемой теплоты; F'' — поверхность охлаждения круглого ребра; $q = Q/F$ — количество теплоты, передаваемое в единицу времени единицей поверхности прямого ребра, толщина которого равна толщине круглого, а длина равна 1 м; ε'' — поправочный коэффициент, $\varepsilon'' = f(\vartheta_2/\vartheta_1, r_2/r_1)$, и его значение находится по кривым на рис. 10-14. Здесь по оси абсцисс нанесено отношение температурных напоров ϑ_2/ϑ_1 для прямого ребра постоянной толщины, определяемое по уравнению (10-44), а по оси ординат — значение $\varepsilon'' = q''/q = Q''/F'' : Q/F$. Отношение r_2/r_1 выбрано в качестве параметра, верхняя предельная кривая соответствует прямому ребру $r_2/r_1 = 1$.

Влияние сужения круглого ребра приближенно может быть оценено при помощи кривых на рис. 10-12.

Пример 10-3. Какое количество теплоты передается через железное ребро толщиной $\delta = 5$ мм, высотой $h = 50$ мм и длиной $l = 1$ м и каков температурный напор ϑ_2 на конце ребра, если коэффициент теплопроводности железа $\lambda = 50$ Вт/(м·°С), коэффициент теплоотдачи $\alpha_1 = \alpha_2 = 10$ Вт/(м²·°С) и избыточная температура в основании ребра $\vartheta_1 = 80$°С.

Сначала произведем расчет по упрощенным формулам, пренебрегая теплоотдачей с торца. В этом случае

$$m = \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda\delta}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{50 \cdot 0{,}005}} \simeq 8{,}95 \text{ м}^{-1};$$

$$mh = 8{,}95 \cdot 0{,}05 = 0{,}447.$$

Из табл. П-13 находим:

$$\operatorname{sh}(0{,}447) = 0{,}46; \quad \operatorname{ch}(0{,}447) = 1{,}10 \text{ и } \operatorname{th}(0{,}447) = 0{,}42.$$

Далее согласно формуле (10-39) имеем:

$$\vartheta_2 = \frac{80}{1{,}10} = 72{,}7\,°\text{C}$$

и согласно формуле (10-40):

$$Q = 50 \cdot 8{,}95 \cdot 0{,}005 \cdot 80 \cdot 0{,}42 = 75{,}5 \text{ Вт}.$$

Если расчет произвести по точным формулам (10-37) и (10-38), то получим:

$$\vartheta_2 = 80 \frac{1}{1{,}10 + \dfrac{10}{8{,}95 \cdot 50} \cdot 0{,}46} = \frac{80}{1{,}12} = 71{,}5 °C;$$

$$Q = 50 \cdot 8{,}95 \cdot 0{,}005 \cdot 80 \frac{\dfrac{10}{8{,}95 \cdot 50} + 0{,}42}{1 + \dfrac{10}{8{,}95 \cdot 50} \cdot 0{,}42} = 180 \frac{0{,}442}{1{,}0095} \approx 79 \text{ Вт}.$$

Если же расчет произвести по формулам (10-39) и (10-40), а теплоотдачу с торца учесть путем условного увеличения высоты ребра на половину его толщины, то получим:

$$h = 0{,}0525 \text{ м}; \quad m = 8{,}95 \text{ м}^{-1};$$

$$mh = 8{,}95 \cdot 0{,}0525 = 0{,}47;$$

$$\mathrm{ch}\,(0{,}47) = 1{,}12; \quad \mathrm{th}\,(0{,}47) = 0{,}44;$$

$$\vartheta_2 = \frac{80}{1{,}12} = 71{,}5 °C \text{ и } Q = 180 \cdot 0{,}44 = 79 \text{ Вт}.$$

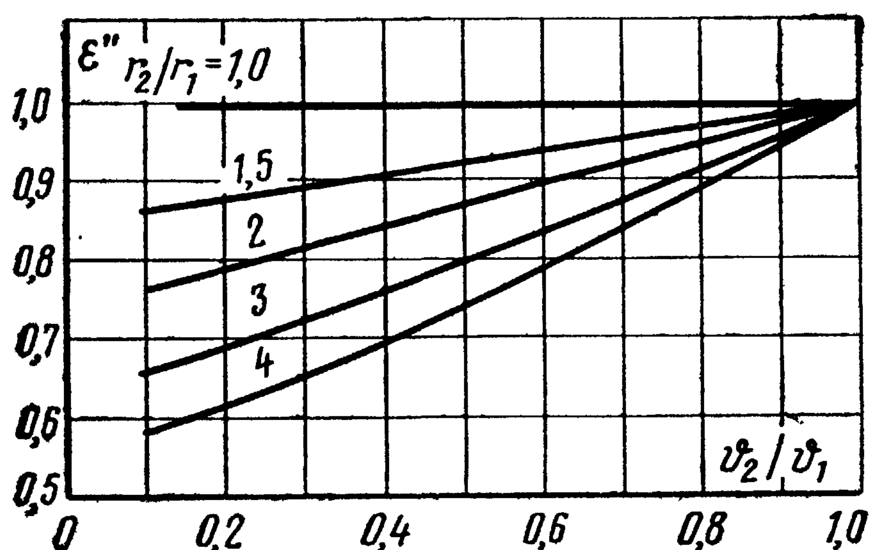


Рис. 10-14. $\varepsilon'' = f_i(\vartheta_2/\vartheta_1;\ r_2/r_1)$ — вспомогательный график для расчета круглых ребер постоянного сечения.

В последнем случае результаты расчета получаются такими же, как и при расчете по точным формулам (10-37) и (10-38).

Пример 10-4. Определить количество теплоты, снимаемое с прямого ребра трапециевидного сечения длиной $l = 1$ м, высотой $h = 50$ мм, $\delta_1 = 0{,}7$ мм и $\delta_2 = 0{,}3$ мм при коэффициенте теплоотдачи $\alpha = 20$ Вт/(м²·°C), коэффициент теплопроводности материала ребра $\lambda = 40$ Вт/(м·°C) и $\vartheta_1 = 80$°C.

При расчете по формулам (10-43) и (10-44) получим:

$$\vartheta_2 = 18{,}0 °C; \quad Q' = 76{,}5 \text{ Вт и } Q'/F' = 763 \text{ Вт/м}^2 \quad (F' = 0{,}1003 \text{ м}^2).$$

При расчете по упрощенному методу соответствующее ребро прямоугольного сечения должно иметь толщину $\delta = 0{,}5$ мм. Производя расчет для этого ребра по формулам (10-39) и (10-40), получаем:

$$\vartheta_2 = 16{,}73 °C; \quad Q = 70 \text{ Вт и } q = Q/F = 698 \text{ Вт/м}^2 \quad (F = 0{,}1005 \text{ м}^2).$$

Далее определяются

$$\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1} = \frac{16{,}73}{80} = 0{,}21; \quad \frac{\delta_2}{\delta_1} = \frac{0{,}3}{0{,}7} = 0{,}43$$

и из рис. 10-12 значение поправочного коэффициента $\varepsilon' = 1{,}10$.

Используя формулу (10-48), имеем:

$$Q' = \varepsilon' F' q = 1{,}10 \cdot 0{,}1003 \cdot 698 = 76{,}5 \text{ Вт},$$

т. е. в точности такое же количество теплоты, как и при расчете по формуле (10-44).

Пример 10-5. Рассчитать теплоотдачу круглого чугунного ребра постоянной толщины $\delta = 3{,}6$ мм; внутренний радиус ребра $r_1 = 60$ мм и наружный $r_2 = 120$ мм, коэффициент теплоотдачи $\alpha = 30$ Вт/(м$^2\cdot$°C), коэффициент теплопроводности чугуна $\lambda = 30$ Вт/(м$\cdot$°C), $\vartheta_1 = 80$°C.

При расчете по формулам (10-51) и (10-52) с учетом теплоотдачи с торца имеем:

$$\vartheta_2 = 30{,}4\text{°C и } Q'' = 89{,}5 \text{ Вт.}$$

При расчете по упрощенному методу получим: условная высота прямого ребра $h = (r_2 - r_1) + \delta/2 = 0{,}0618$ м; $m = 23{,}6$; $mh = 1{,}46$, $\mathrm{ch}\,(1{,}46) = 2{,}269$; $\mathrm{th}\,(1{,}46) = 0{,}8977$. Далее, по формулам (10-39) и (10-40) $\vartheta_2/\vartheta_1 = 0{,}44$ и $Q = 183{,}4$ Вт.

Поверхность прямого ребра при $l = 1$ м равна $F = 0{,}1236$ м^2. Следовательно, $q = Q/F = 1480$ Вт/м^2. Из рис. 10-14 при $\vartheta_2/\vartheta_1 = 0{,}44$ и $r_2/r_1 = 2$ находим $\varepsilon'' = 0{,}855$, и так как $F'' = 0{,}0706$ м^2, то, подставляя полученные значения в формулу (10-53), окончательно имеем: $Q'' = \varepsilon'' F'' q = 0{,}855 \times 0{,}0706 \cdot 1480 = 89{,}5$ Вт, т. е. то же значение, что и по формуле (10-52).

11 Заказ № 1177

ПРИЛОЖЕНИЯ

Ниже приведены материалы справочного характера — таблицы физических свойств, значения некоторых функций и расчетных величин, необходимых для расчета теплообмена.

Перевод физических величин из одних единиц измерения в другие

Сила	1 кгс = 9,80665 Н; 1 Н = 10^5 дин
Давление	1 кгс/см² = 98066,5 Н/м²; 1 кгс/см² = 736,5 мм рт. ст.; 1 бар = 10^5 Н/м²; 1 бар = 1,02 кгс/см²
Работа	1 кгс·м = 9,80665 Дж
Энергия	1 кВт·ч = 860 ккал; 1 л. с.·ч = 0,736 кВт·ч
Количество теплоты	1 ккал = 4,1868 кДж
Тепловой поток	1 ккал/ч = 1,163 Вт
Плотность теплового потока	1 ккал/(м²·ч) = 1,163 Вт/м²
Энтальпия, теплота фазового перехода	1 ккал/кг = 4,1868 кДж/кг
Теплоемкость	1 ккал/(кг·°С) = 4,1868 кДж/(кг·°С)
Динамический коэффициент вязкости	1 кгс·с/м² = 9,81 Н·с/м²
Коэффициент теплопроводности	1 ккал/(м·ч·°С) = 1,163 Вт/(м·°С)
Коэффициент теплоотдачи (теплопередачи)	1 ккал/(м²·ч·°С) = 1,163 Вт/(м²·°С)
Коэффициент излучения	1 ккал/(м²·ч·К⁴) = 1,163 Вт/(м²·К⁴)

Перевод некоторых физических величин из британской системы единиц измерения в другие

Длина	1 yd (yard) = 3ft (feet) = 36 in (inches) = = 0,9144 м; 1 in = 0,3048 м; 1ft = 2,54 см = 0,0254 м
Площадь	1 yd² = 0,836 м²; 1 ft² = 0,0929 м²; 1 in² = 6,452 см²
Объем	1 ft³ = 0,02832 м³ = 28,32 л; 1 in³ = 16,39 см³; 1 gal (gallon) = 3,7852 л
Масса	1 ton (short ton) = 2000 lb (pounds) = = 907,184 кг; 1 long ton = 1016,05 кг; 1 lb = 16 oz (ounces) = 0,4536 кг; 1 oz = 28,35 г

Продолжение

Удельный объем	1 ft³/lb = 0,06243 м³/кг
Плотность	1 lb/ft³ = 16,0185 кг/м³; 1 oz/ft³ = 1,0 кг/м³
Давление	1 lb/ft² = 4,88 кгс/м² (мм вод. ст.); 1 lb/in² = 702,7 кгс/м² = 0,0703 кгс/см² = 51,71 мм рт. ст.
Коэффициент вязкости	1 lb (fts) = 1,488 кгс/(м·с); 1 lb/ft² = 47,88 кгс/(м·с) = 478,8 пуаз
Кинематический коэффициент вязкости	1 ft²/s = 334,45 м²/ч = 0,929 м²/с = 929,0 st (stokes); 1 st = 1 см²/с = 10^{-4} м²/с
Температура	t, °C $= \frac{5}{9}(t$, °F + 40) − 40; t, °F $= \frac{9}{5}(t$, °C + 40) − 40; T, K = t, °C + 273; t, °C = 1,25t° R; t, °R = 0,8 °C
Количество теплоты	1 Btu (British thermal unit) = 0,252 ккал = 1,055 кДж; 1 pcu (pound cehtigrad unit) = 1,8 Btu = 0,4536 ккал = 1,9 кДж
Плотность теплового потока	1 Btu/(ft²·h) = 2,71 ккал/(м²·ч) = 3,153 Вт/м²; 1 pcu/(ft²·h) = 4,878 ккал/(м²·ч) = 5,675 Вт/м²
Теплоемкость	1 Btu/(lb·°F) = 1,0 ккал/(кг·°C) = 4,19 кДж/(кг·°C)
Коэффициент теплопроводности	1 Btu/(ft·h·°F) = 1,488 ккал/(м·ч·°C) = 1,73 Вт/(м·°C); 1 Btu/(in·h·°F) = 17,88 ккал/(м·ч·°C) = 20,8 Вт/(м·°C); 1 Btu/(in·ft²·h·°F) = 0,124 ккал/(м·ч·°C) = 0,144 Вт/(м·°C);
Коэффициент теплоотдачи (теплопередачи)	1 Btu/(ft²·h·°F) = 4,822 ккал/(м²·ч·°C) = 5,68 Вт/(м²·°C); 1 pcu/(ft²·h·°C) = 4,878 ккал/(м²·ч·°C) = 5,67 Вт/(м²·°C)

Таблица П-1

Плотность ρ, коэффициент теплопроводности λ, удельная теплоемкость c_p и коэффициент температуропроводности a различных материалов

Наименование материала	t, °C	ρ, кг/м³	λ, Вт/(м·°C)	c_p, кДж/(кг·°C)	$a \cdot 10^6$, м²/с
Изоляционные, строительные и другие материалы					
Альфоль	50	20	0,0465	—	—
Асбест листовой	30	770	0,1163	0,818	0,198
Асбест волокно	50	470	0,1105	0,818	0,290
Асфальт	20	2110	0,698	2,09	0,159
Бетон	20	2300	1,280	1,13	0,494

Наименование материала	t, °C	ρ, кг/м³	λ, Вт/(м·°С)	c_p, кДж/(кг·°С)	$a\cdot10^6$, м²/с
Войлок шерстяной	30	330	0,0524	—	—
Гипс	—	1650	0,291	0,88	—
Глина огнеупорная	450	1845	1,04	1,09	0,516
Гравий	20	1840	0,361	—	—
Дерево бальза	30	128	0,0524	—	—
Дерево дуб ⊥ волокнам	20	800	0,207	1,76	0,147
Дерево дуб ‖ волокнам	20	800	0,363	—	—
Дерево сосна ⊥ волокнам	20	448	0,107	2,7	—
Дерево сосна ‖ волокнам	20	448	0,256	—	—
Земля сухая	—	1500	0,1385	—	—
» влажная	—	1700	0,658	2,01	0,192
Зонолит	100	200	0,099	—	—
Каменный уголь	20	1400	0,186	1,31	1,03
Картон гофрированный	—	—	0,064	—	—
Кварц кристаллический ⊥ оси	0	2500—2800	7,21	0,836	3,34
Кварц кристаллический ‖ оси	0	2500—2800	13,6	—	—
Кирпич изоляционный	100	500	0,1395	—	—
Кирпич строительный	20	800—1500	0,23—0,3	0,8	—
Кирпич карборундовый	—	1000	11,3	0,678	1,66
Клинкер	30	1400	0,163	1,42	0,114
Кожа (подошвенная)	30	1000	0,160	—	—
Кокс порошкообразный	100	449	0,191	1,22	0,035
Копоть ламповая	40	190	0,0314	—	—
Лед	0	920	2,25	2,26	1,08
Лед	—95	—	3,96	1,17	—
Линолеум	20	1180	0,186	—	—
Магнезия 85% в порошке	100	216	0,0675	—	—
Мел	50	2000	0,93	0,88	0,531
Минеральная шерсть	50	200	0,0465	0,92	0,253
Мрамор	90	2700	1,31	0,419	1,15
Накипь котельная	65	—	0,13—3,14	—	—
Опилки древесные	20	200	0,070	—	—
Парафин	20	920	0,268	—	—
Песок сухой	20	1500	0,326	0,798	2,73
Песок влажный	20	1650	1,130	2,09	0,492
Портландцемент	30	1900	0,303	1,13	0,140
Пробковая пластина	30	190	0,0420	1,88	0,117
Пробка гранулированная	20	45	0,0384	—	—
Резина	0	1200	0,163	1,38	0,0985
Сахарный песок	0	1600	0,582	1,26	0,278
Слюда	—	290	0,582	0,88	2,280
Сланец	100	2800	1,49	—	—
Снег	—	560	0,465	2,09	0,398
Совелит	100	450	0,0976	—	—
Стекло	200	2500	0,745	0,67	0,445
Стеклянная вата	0	200	0,0372	0,67	0,278
Торфоплиты	50	220	0,064	—	—
Фарфор	95	2400	1,035	1,09	0,398
»	1055	2400	1,97	—	—

Наименование материала	t, °C	ρ, кг/м³	λ, Вт/(м·°С)	c_p, кДж/(кг·°С)	$a\cdot10^6$, м²/с
Фибра (пластина) . .	20	240	0,049	—	—
Шлакобетон в куске	—	2150	0,43	0,88	0,495
Шлаковая вата	100	250	0,47	—	—
Штукатурка	20	1680	0,78	—	—
Целлулоид	30	1400	0,210	—	—
Целотекс	20	215	0,0465	—	—
Металлы					
Алюминий	0	2670	204,0	0,92	91,3
Бронза	20	8000	64,0	0,381	20,8
Латунь	0	8600	85,5	0,378	26,4
Медь	0	8800	384	0,381	114,5
Никель	20	9000	58,2	0,462	14,01
Олово	0	7230	64,0	0,921	39,2
Ртуть	0	13600	4,9	0,138	4,25
Свинец	0	11400	34,9	0,129	23,6
Серебро	0	10500	458	0,234	186,5
Сталь	20	7900	45,4	0,462	12,5
Цинк	20	7000	116,3	0,394	42,3
Чугун	20	7220	63,0	0,504	17,4

Таблица П-2

Коэффициент теплопроводности λ, Вт/(м·°С), металлов и сплавов в зависимости от температуры

Металл или сплав	Температура, °С							
	0	20	100	200	300	400	500	600
Алюминий	202	—	206	229	262	319	371	422
Алюминиевые сплавы:								
92% Al, 8% Mg	102	106	123	148	—	—	—	—
80% Al, 20% Si	158	160	169	174	—	—	—	—
Дюралюминий:								
94—96% Al, 3—5% Cu, 0,5% Mg	159	165	181	194	—	—	—	—
Латунь:								
90% Cu, 10% Zn	102	—	117	134	149	166	180	195
70% Cu, 30% Zn	106	—	109	110	114	116	120	121
67% Cu, 33% Zn	100	—	107	113	121	128	135	151
60% Cu, 40% Zn	106	—	120	137	152	169	186	200
Медь (99,9%)	393	—	385	378	371	365	359	354
Монель-металл:								
29% Cu, 67% Ni, 2% Fe	—	22,1	24,4	27,6	30	34	—	—
Нейзильбер:								
60% Cu, 15% Ni, 22% Zn	—	25,0	31	40	45	49	—	—
Нихром:								
90% Ni, 10% Cr	17,1	17,4	19,0	20,9	22,8	24,6	—	—
80% Ni, 20% Cr	12,2	12,6	13,8	15,6	17,2	19,0	—	22,6
Нихром железистый:								
61% Ni, 15% Cr, 20% Fe, 4% Mn	—	11,6	11,9	12,2	12,4	12,7	—	13,1
61% Ni, 16% Cr, 23% Fe	11,9	12,1	13,2	14,6	16,0	17,4	—	—
Сталь мягкая	63	—	57	52	46	42	36	31

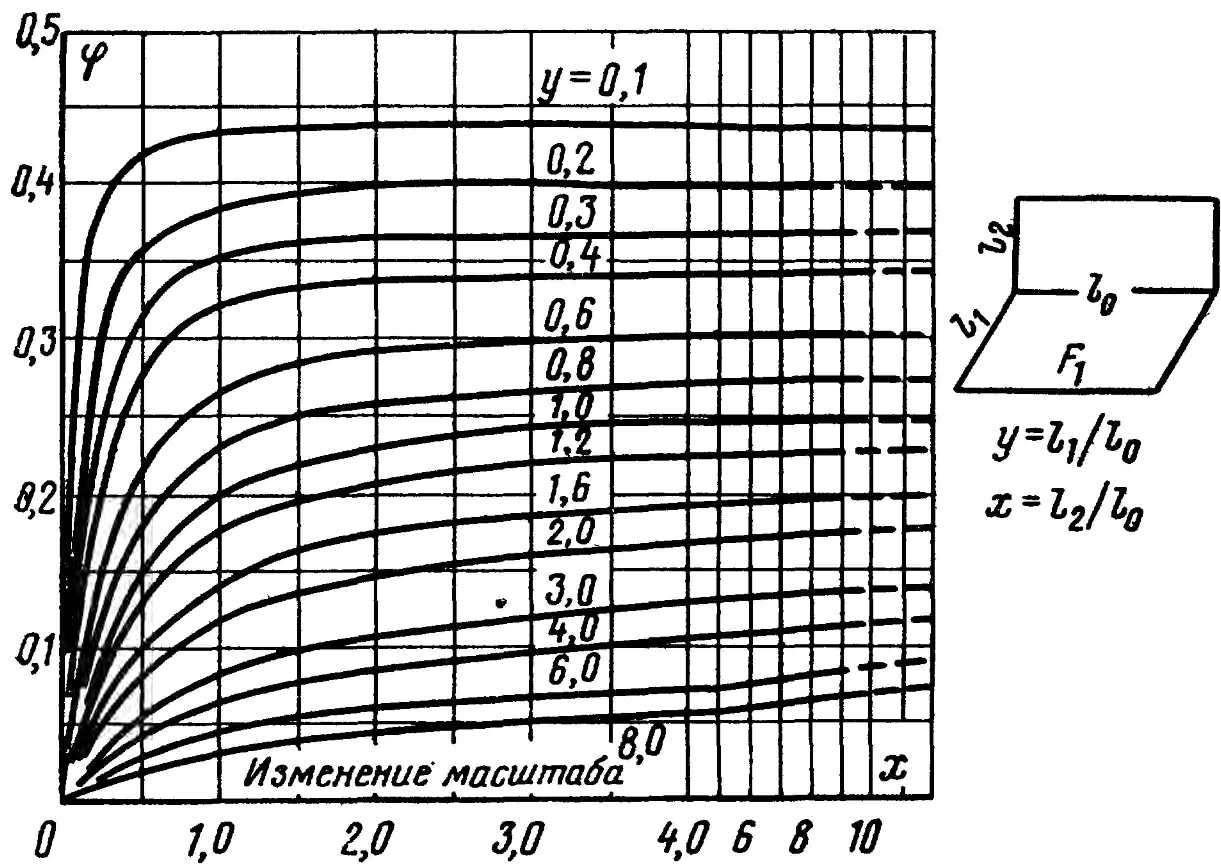


Рис. П-1. Значения углового коэффициента φ для случая лучистого теплообмена между двумя взаимно перпендикулярными прямоугольниками с общей стороной l_0.

F_1 — расчетная поверхность теплообмена.

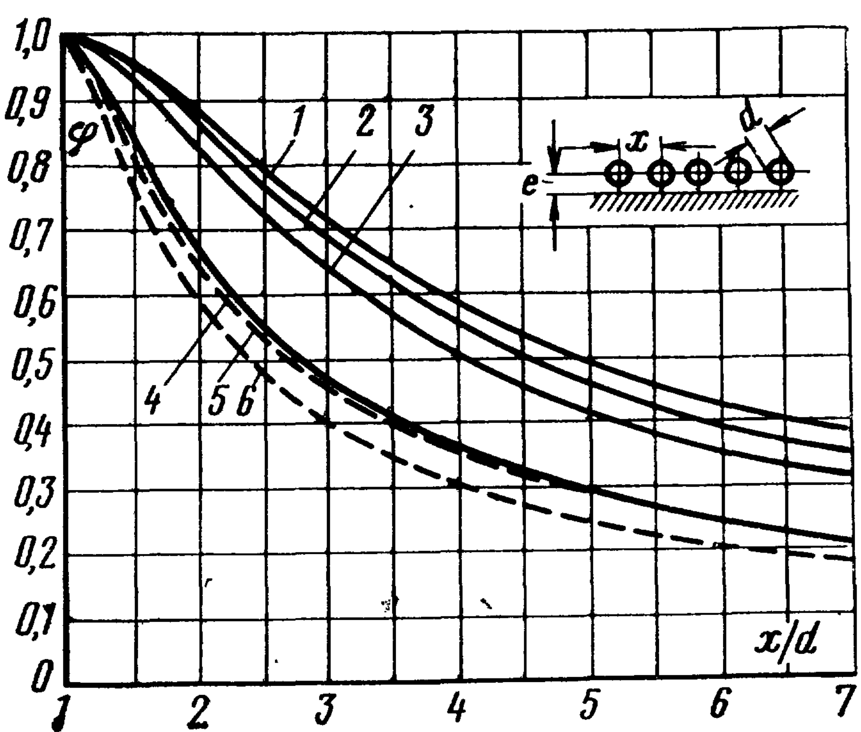


Рис. П-2. Значения углового коэффициента φ для однорядного экрана.

1 — общее излучение при $e \geqslant 1{,}4\,d$; *2* — общее излучение при $e = 0{,}8\,d$; *3* — общее излучение при $e = 0{,}5\,d$; *4* — общее излучение при $e = 0$; *5* — излучение пламени при $e \geqslant 0{,}5\,d$; *6* — излучение пламени при $e = 0$.

Таблица П-3

Физические свойства сухого воздуха
(P_B = 760 мм рт. ст. ≈ $1{,}01 \cdot 10^5$ Па)

t, °C	ρ, кг/м³	c_p, кДж/(кг·°С)	$\lambda \cdot 10^2$, Вт/(м·°С)	$a \cdot 10^6$, м²/с	$\mu \cdot 10^6$, Па·с	$\nu \cdot 10^6$, м²/с	Pr
—50	1,584	1,013	2,04	12,7	14,6	9,23	0,728
—40	1,515	1,013	2,12	13,8	15,2	10,04	0,728
—30	1,453	1,013	2,20	14,9	15,7	10,80	0,723
—20	1,395	1,009	2,28	16,2	16,2	11,61	0,716
—10	1,342	1,009	2,36	17,4	16,7	12,43	0,712
0	1,293	1,005	2,44	18,8	17,2	13,28	0,707
10	1,247	1,005	2,51	20,0	17,6	14,16	0,705
20	1,205	1,005	2,59	21,4	18,1	15,06	0,703
30	1,165	1,005	2,67	22,9	18,6	16,00	0,701
40	1,128	1,005	2,76	24,3	19,1	16,96	0,699
50	1,093	1,005	2,83	25,7	19,6	17,95	0,698
60	1,060	1,005	2,90	27,2	20,1	18,97	0,696
70	1,029	1,009	2,96	28,6	20,6	20,02	0,694
80	1,000	1,009	3,05	30,2	21,1	21,09	0,692
90	0,972	1,009	3,13	31,9	21,5	22,10	0,690
100	0,946	1,009	3,21	33,6	21,9	23,13	0,688
120	0,898	1,009	3,34	36,8	22,8	25,45	0,686
140	0,854	1,013	3,49	40,3	23,7	27,80	0,684
160	0,815	1,017	3,64	43,9	24,5	30,09	0,682
180	0,779	1,022	3,78	47,5	25,3	32,49	0,681
200	0,746	1,026	3,93	51,4	26,0	34,85	0,680
250	0,674	1,038	4,27	61,0	27,4	40,61	0,677
300	0,615	1,047	4,60	71,6	29,7	48,33	0,674
350	0,566	1,059	4,91	81,9	31,4	55,46	0,676
400	0,524	1,068	5,21	93,1	33,0	63,09	0,678
500	0,456	1,093	5,74	115,3	36,2	79,38	0,687
600	0,404	1,114	6,22	138,3	39,1	96,89	0,699
700	0,362	1,135	6,71	163,4	41,8	115,4	0,706
800	0,329	1,156	7,18	188,8	44,3	134,8	0,713
900	0,301	1,172	7,63	216,2	46,7	155,1	0,717
1000	0,277	1,185	8,07	245,9	49,0	177,1	0,719
1100	0,257	1,197	8,50	276,2	51,2	199,3	0,722
1200	0,239	1,210	9,15	316,5	53,5	233,7	0,724

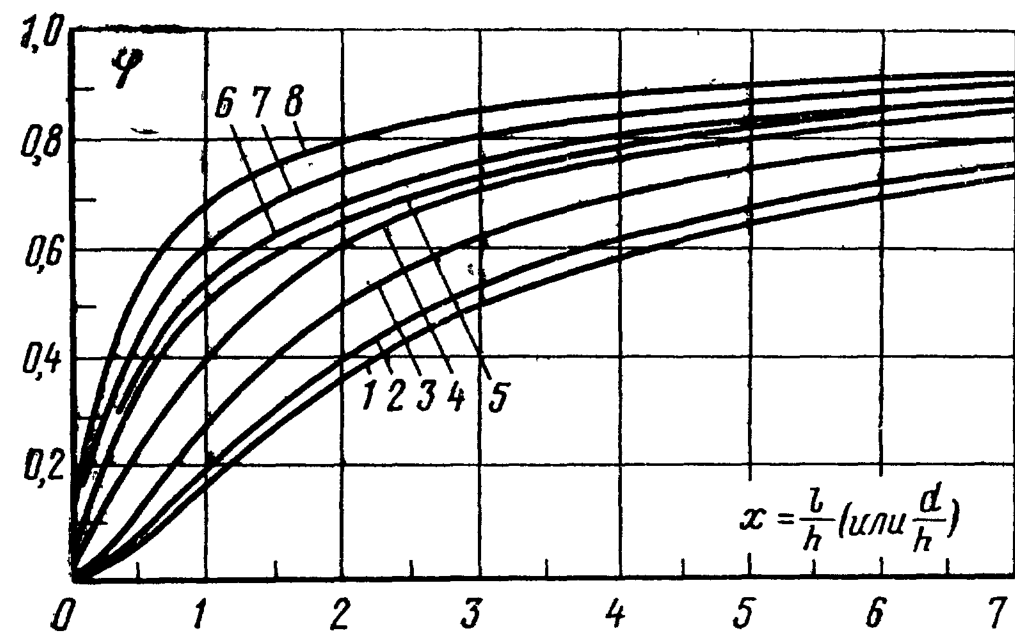


Рис. П-3. Значения углового коэффициента φ для случая лучистого теплообмена между плоскими параллельными фигурами.

l и *d* — сторона и диаметр фигуры; *h* — расстояние между плоскостями; *1—4* — при прямом лучистом теплообмене между поверхностями; *5—8* — при лучистом теплообмене между поверхностями с учетом отражения от соединяющей их нетеплопроводной оболочки, *1*, *5* — диски; *2*, *6* — квадраты; *3*, *7* — прямоугольники с отношением сторон 2 : 1; *4*, *8* — длинные узкие прямоугольники.

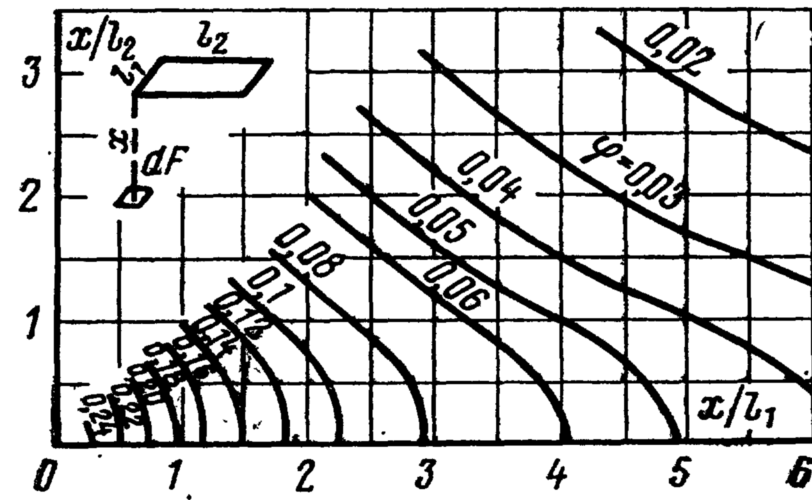


Рис. П-4. Значения углового коэффициента φ для случая лучистого теплобмена между элементом dF и параллельным прямоугольником, через одну из вершин которого проходит нормаль к dF.

Таблица П-4

Физические свойства воды на линии насыщения

t, °C	$p\cdot10^{-5}$, Па	ρ, кг/м³	i, кДж/кг	c_p, кДж/(кг·°C)	λ, Вт/(м·С°)	$a\cdot10^6$, м²/с	$\mu\cdot10^6$, Па·с	$\nu\cdot10^6$, м²/с	$\beta\cdot10^4$, 1/К	$\sigma\cdot10^4$, Н/м	Pr
0	1,013	999,9	0	4,212	0,560	13,2	1788	1,789	—0,63	756,4	13,5
10	1,013	999,7	42,04	4,191	0,580	13,8	1306	1,306	+0,70	741,6	9,45
20	1,013	998,2	83,91	4,183	0,597	14,3	1004	1,006	1,82	726,9	7,03
30	1,013	995,7	125,7	4,174	0,612	14,7	801,5	0,805	3,21	712,2	5,45
40	1,013	992,2	167,5	4,174	0,627	15,1	653,3	0,659	3,87	696,5	4,36
50	1,013	988,1	209,3	4,174	0,640	15,5	549,4	0,556	4,49	676,9	3,59
60	1,013	983,1	251,1	4,179	0,650	15,8	469,9	0,478	5,11	662,2	3,03
70	1,013	977,8	293,0	4,187	0,662	16,1	406,1	0,415	5,70	643,5	2,58
80	1,013	971,8	335,0	4,195	0,669	16,3	355,1	0,365	6,32	625,9	2,23
90	1,013	965,3	377,0	4,208	0,676	16,5	314,9	0,326	6,95	607,2	1,97
100	1,013	958,4	419,1	4,220	0,684	16,8	282,5	0,295	7,52	588,6	1,75
110	1,43	951,0	461,4	4,233	0,685	17,0	259,0	0,272	8,08	569,0	1,60
120	1,98	943,1	503,7	4,250	0,686	17,1	237,4	0,252	8,64	548,4	1,47
130	2,70	934,8	546,4	4,266	0,686	17,2	217,8	0,233	9,19	528,8	1,35
140	3,61	926,1	589,1	4,287	0,685	17,2	201,1	0,217	9,72	507,2	1,26
150	4,76	917,0	632,2	4,313	0,684	17,3	186,4	0,203	10,3	486,6	1,17
160	6,18	907,4	675,4	4,346	0,681	17,3	173,6	0,191	10,7	466,0	1,10
170	7,92	897,3	719,3	4,380	0,676	17,2	162,8	0,181	11,3	443,4	1,05
180	10,03	886,9	763,3	4,417	0,672	17,2	153,0	0,173	11,9	422,8	1,03
190	12,55	876,0	807,8	4,459	0,664	17,2	144,2	0,165	12,6	400,2	0,965

Продолжение табл. П-4

t, °C	$p\cdot10^{-5}$, Па	ρ, кг/м³	i, кДж/кг	c_p, кДж/(кг·°C)	λ, Вт/(м·°C)	$a\cdot10^6$, м²/с	$\mu\cdot10^6$, Па·с	$\nu\cdot10^6$, м²/с	$\beta\cdot10^4$, 1/К	$\sigma\cdot10^4$, Н/м	Pr
200	15,55	863,0	852,5	4,505	0,658	17,0	136,4	0,158	13,3	376,7	0,932
210	19,08	852,8	897,7	4,555	0,649	16,7	130,5	0,153	14,1	354,1	0,915
220	23,20	840,3	943,7	4,614	0,640	16,5	124,6	0,148	14,8	331,6	0,898
230	27,98	827,3	990,2	4,681	0,629	16,3	119,7	0,145	15,9	310,0	0,888
240	33,48	813,6	1037,5	4,76	0,617	16,0	114,8	0,141	16,8	285,5	0,883
250	39,78	799,0	1085,7	4,87	0,605	15,5	109,0	0,137	18,1	261,9	0,884
260	46,94	784,0	1135,7	4,98	0,593	15,2	105,9	0,135	19,7	237,4	0,892
270	55,05	767,9	1185,3	5,12	0,578	14,7	102,0	0,113	21,6	214,8	0,905
280	64,19	750,7	1236,8	5,30	0,565	14,3	98,1	0,131	23,7	191,3	0,917
290	74,45	732,3	1290,0	5,50	0,548	13,7	94,2	0,129	26,2	168,7	0,944
300	85,92	712,5	1344,9	5,76	0,532	13,0	91,2	0,128	29,2	144,2	0,986
310	98,70	691,1	1402,2	6,11	0,514	12,2	88,3	0,128	32,9	120,7	1,05
320	112,90	667,1	1462,1	6,57	0,494	11,3	85,3	0,128	38,2	98,10	1,14
330	128,65	640,2	1526,2	7,25	0,471	10,2	81,4	0,127	43,3	76,71	1,25
340	146,08	610,1	1594,8	8,20	0,446	8,95	77,5	0,127	53,4	56,70	1,42
350	165,37	574,4	1671,4	10,10	0,431	7,90	72,6	0,126	66,8	38,16	1,70
360	186,74	528,0	1761,5	14,65	0,367	4,2	66,7	0,126	109	20,21	2,66
370	210,53	450,5	1892,5	40,32	0,338	1,85	56,9	0,126	264	4,709	6,80

Таблица П-5

Физические свойства водяного пара на линии насыщения

t, °C	$p\cdot 10^{-5}$, Па	ρ'', кг/м³	i'', кДж/кг	r, кДж/кг	c_p, кДж/(кг·°C)	$\lambda\cdot 10^2$, Вт/(м·°C)	$a\cdot 10^6$, м²/с	$\mu\cdot 10^6$, Па·с	$\nu\cdot 10^6$, м²/с	Pr
100	1,013	0,598	2675,9	2256,8	2,135	2,372	18,58	11,97	20,02	1,08
110	1,43	0,826	2691,4	2230,0	2,177	2,489	13,83	12,46	15,07	1,09
120	1,98	1,121	2706,5	2202,8	2,206	2,593	10,50	12,85	11,46	1,09
130	2,70	1,496	2720,7	2174,3	2,257	2,686	7,972	13,24	8,85	1,11
140	3,61	1,966	2734,1	2145,0	2,315	2,791	6,130	13,54	6,89	1,12
150	4,76	2,547	2746,7	2114,3	2,395	2,884	4,728	13,93	5,47	1,16
160	6,18	3,258	2758,0	2082,6	2,479	3,012	3,722	14,32	4,39	1,18
170	7,92	4,122	2768,9	2049,5	2,583	3,128	2,939	14,72	3,57	1,21
180	10,03	5,157	2778,5	2015,2	2,709	3,268	2,339	15,11	2,93	1,25
190	12,55	6,397	2786,4	1978,8	2,856	3,419	1,872	15,60	2,44	1,30
200	15,55	7,862	2793,1	1940,7	3,023	3,547	1,492	15,99	2,03	1,36
210	19,08	9,588	2798,2	1900,5	3,199	3,722	1,214	16,38	1,71	1,41
220	23,20	11,62	2801,5	1857,8	3,408	3,896	0,983	16,87	1,45	1,47
230	27,98	13,99	2803,2	1813,0	3,634	4,094	0,806	17,36	1,24	1,54
240	33,48	16,76	2803,0	1766	3,881	4,290	0,658	17,75	1,06	1,61
250	39,78	19,98	2801	1716	4,157	4,515	0,544	18,24	0,913	1,68
260	46,94	23,72	2796	1661	4,467	4,800	0,453	18,83	0,794	1,75
270	55,05	28,09	2709	1604	4,815	5,115	0,378	19,32	0,688	1,82
280	64,19	33,19	2780	1543	5,234	5,490	0,317	19,91	0,600	1,90
290	74,45	39,15	2766	1476	5,694	5,830	0,261	20,59	0,526	2,01
300	85,92	46,21	2749	1404	6,280	6,270	0,216	21,28	0,461	2,13
310	98,70	54,58	2727	1325	7,118	6,840	0,176	21,97	0,403	2,29
320	112,90	64,72	2700	1238	8,206	7,510	0,141	22,85	0,353	2,50
330	128,65	77,10	2666	1140	9,881	8,260	0,108	23,93	0,310	2,86
340	146,08	92,76	2622	1027	12,35	9,300	0,0811	25,20	0,272	3,35
350	165,37	113,6	2564	893	16,24	10,70	0,0581	26,58	0,234	4,03
360	186,74	144,0	2481	719,7	23,03	12,790	0,0386	29,13	0,202	5,23
370	210,53	203,0	2331	438,4	56,52	17,10	0,0150	33,73	0,166	11,10

Таблица П-6

Физические свойства дымовых газов

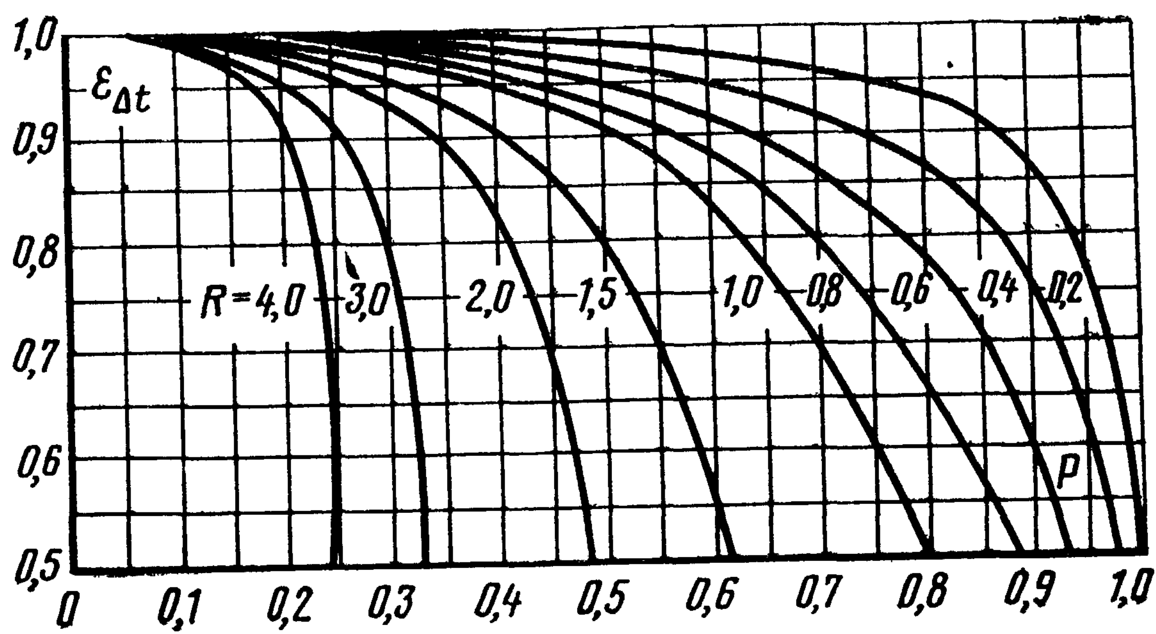
($P_В$ = 760 мм рт. ст. ≈ $1{,}01 \cdot 10^5$ Па; $\bar{P}_{CO_2}$ = 0,13; $\bar{P}_{H_2O}$ = 0,11; $\bar{P}_{N_2}$ = 0,76)

t, °C	ρ, кг/м³	c_p, кДж/(кг·°C)	$\lambda \cdot 10^2$, Вт/(м·°C)	$a \cdot 10^6$, м²/с	$\mu \cdot 10^6$, Па·с	$\nu \cdot 10^6$, м²/с	Pr
0	1,295	1,042	2,28	16,9	15,8	12,20	0,72
100	0,950	1,068	3,13	30,8	20,4	21,54	0,69
200	0,748	1,097	4,01	48,9	24,5	32,80	0,67
300	0,617	1,122	4,84	69,9	28,2	45,81	0,65
400	0,525	1,151	5,70	94,3	31,7	60,38	0,64
500	0,457	1,185	6,56	121,1	34,8	76,30	0,63
600	0,405	1,214	7,42	150,9	37,9	93,61	0,62
700	0,363	1,239	8,27	183,8	40,7	112,1	0,61
800	0,330	1,264	9,15	219,7	43,4	131,8	0,60
900	0,301	1,290	10,0	258,0	45,9	152,5	0,59
1000	0,275	1,306	10,90	303,4	48,4	174,3	0,58
1100	0,257	1,323	11,75	345,5	50,7	197,1	0,57
1200	0,240	1,340	12,62	392,4	53,0	221,0	0,56

Таблица П-7

Физические свойства масла МК в зависимости от температуры

t, °C	ρ, кг/м³	c_p, кДж/(кг·°C)	λ, Вт/(м·°C)	$\mu \cdot 10^4$, Па·с	$\nu \cdot 10^6$, м²/с	$a \cdot 10^8$, м²/с	$\beta \cdot 10^4$, 1/К	Pr
10	911,0	1,645	0,1510	35 414	3883	9,94	8,56	39 000
20	903,0	1,712	0,1485	18 560	1514	9,58	8,64	15 800
30	894,5	1,758	0,1461	6180	691,2	9,28	8,71	7450
40	887,5	1,804	0,1437	3031	342,0	8,97	8,79	3810
50	879,0	1,851	0,1413	1638	186,2	8,69	8,86	2140
60	871,5	1,897	0,1389	961,4	110,6	8,39	8,95	1320
70	864,0	1,943	0,1363	603,3	69,3	8,14	9,03	858
80	856,0	1,989	0,1340	399,3	46,6	7,89	9,12	591
90	848,2	2,035	0,1314	273,7	32,3	7,61	9,20	424
100	840,7	2,081	0,1290	202,1	24,0	7,33	9,28	327
110	838,0	2,127	0,1264	145,2	17,4	7,11	9,37	245
120	825,0	2,173	0,1240	110,4	13,4	6,92	9,46	193,5
130	817,0	2,219	0,1214	87,31	10,7	6,69	9,54	160,0
140	809,2	2,265	0,1188	70,34	8,70	6,53	9,65	133,3
150	801,6	2,311	0,1168	56,90	7,10	6,25	9,73	113,5



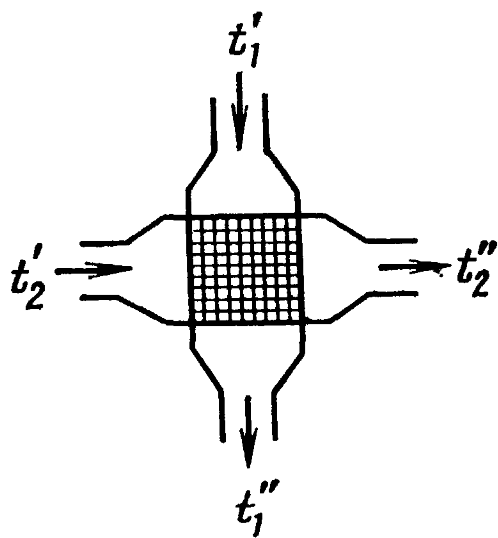
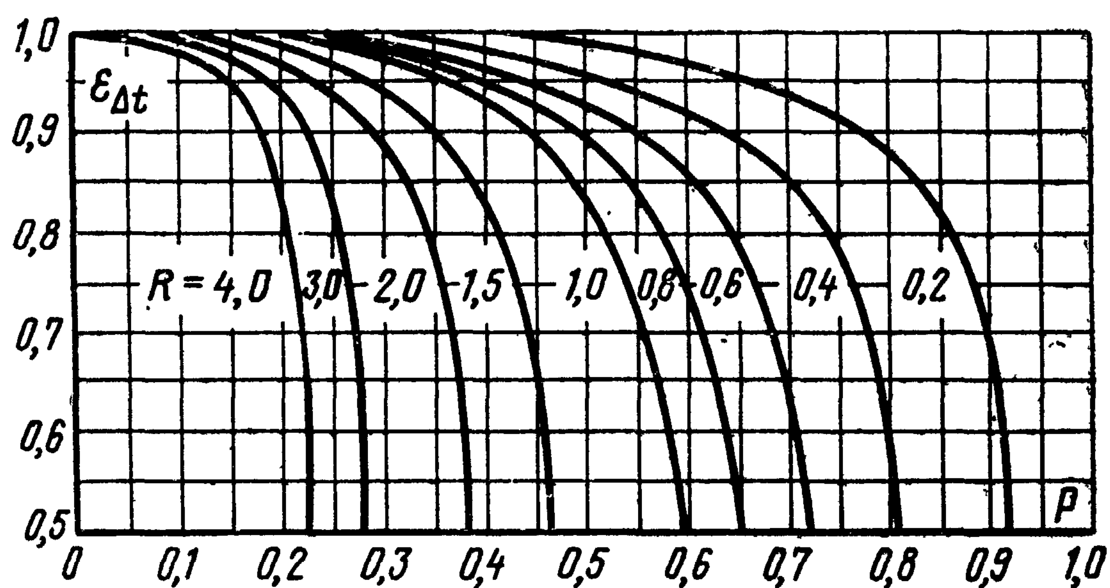


Рис. П-5. Поправка $\varepsilon_{\Delta t} = f\,(P,\ R)$.



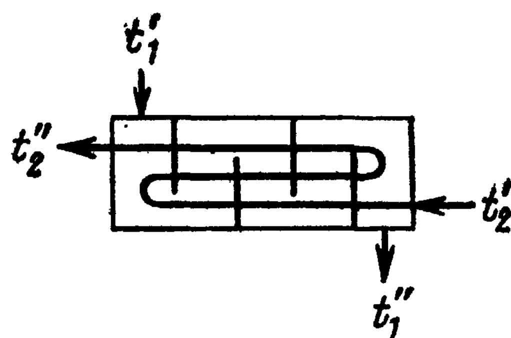
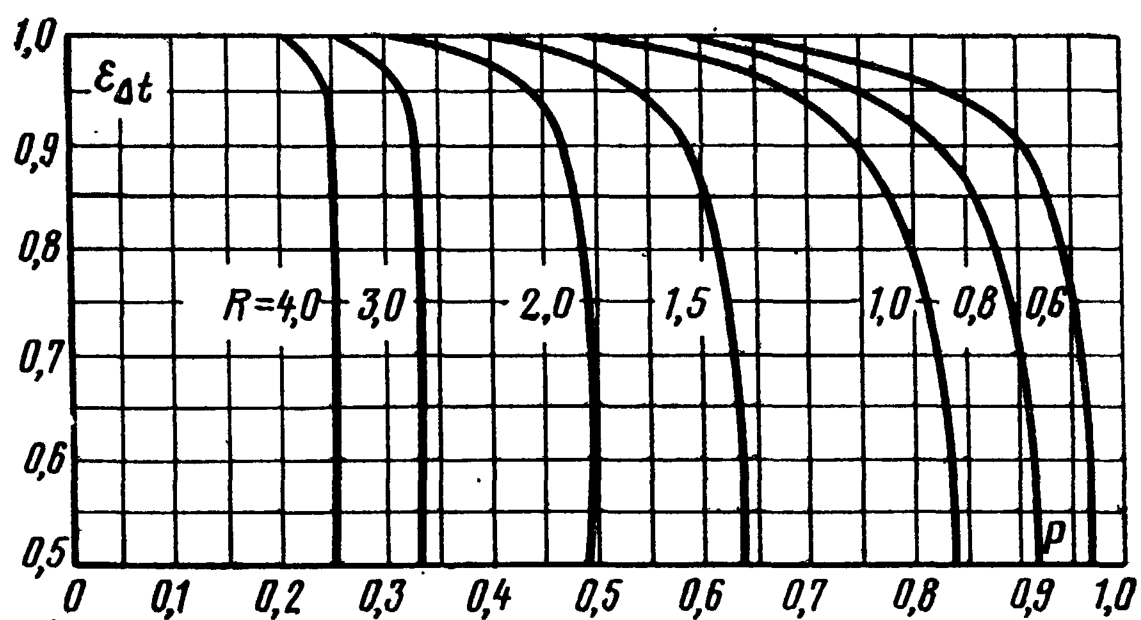


Рис. П-6. Поправка $\varepsilon_{\Delta t} = f\,(P,\ R)$.



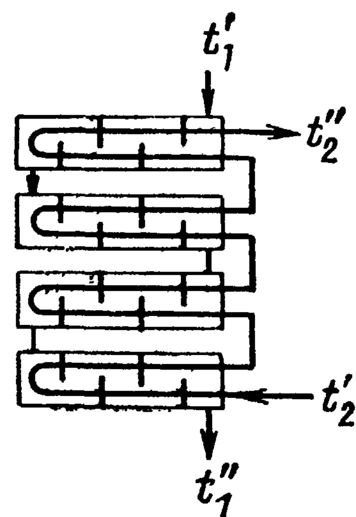


Рис. П-7. Поправка $\varepsilon_{\Delta t} = f\,(P,\ R)$.

Таблица П-8

Температура кипения воды в зависимости от давления

$p \cdot 10^{-5}$, Па	t_s, °C	$p \cdot 10^{-5}$, Па	t_s, °C	$p \cdot 10^{-5}$, Па	t_s, °C
1	99,64	56	271,10	140	336,63
2	120,23	58	273,36	142	337,75
3	133,54	60	275,56	144	338,86
4	143,62	62	277,71	146	339,96
5	151,84	64	279,80	148	341,04
6	158,84	66	281,85	150	342,11
7	164,96	68	283,85	152	343,18
8	170,42	70	285,80	154	344,23
9	175,35	72	287,71	156	345,28
10	179,88	74	289,58	158	346,30
11	184,05	76	291,41	160	347,32
12	187,95	78	293,22	162	348,33
13	191,60	80	294,98	164	349,32
14	195,04	82	296,71	166	350,31
15	198,28	84	298,40	168	351,29
16	201,36	86	300,07	170	352,26
17	204,30	88	301,71	172	353,21
18	207,10	90	303,32	174	354,17
19	209,78	92	304,90	176	355,11
20	212,37	94	306,45	178	356,04
21	214,84	96	307,98	180	356,96
22	217,24	98	309,49	182	357,87
23	219,55	100	310,96	184	358,78
24	221,77	102	312,42	186	359,67
25	223,93	104	313,86	188	360,56
26	226,03	106	315,28	190	361,44
27	228,06	108	316,67	192	362,31
28	230,04	110	318,04	194	363,17
29	231,96	112	319,39	196	364,02
30	233,83	114	320,73	198	364,87
32	237,44	116	322,05	200	365,71
34	240,88	118	323,35	202	366,54
36	244,16	120	324,63	204	367,37
38	247,31	122	325,90	206	368,18
40	250,33	124	327,15	208	368,99
42	253,24	126	328,39	210	369,79
44	256,05	128	329,61	212	370,58
46	258,75	130	330,81	214	371,4
48	261,37	132	332,00	216	372,2
50	263,91	134	333,18	218	372,9
52	266,38	136	333,34	220	373,7
54	268,77	138	335,49	Критическое	состояние
				221,29	374,15

Таблица П-9

Температура кипения t_s, °С, воды в зависимости от барометрического давления P_B мм рт. ст.

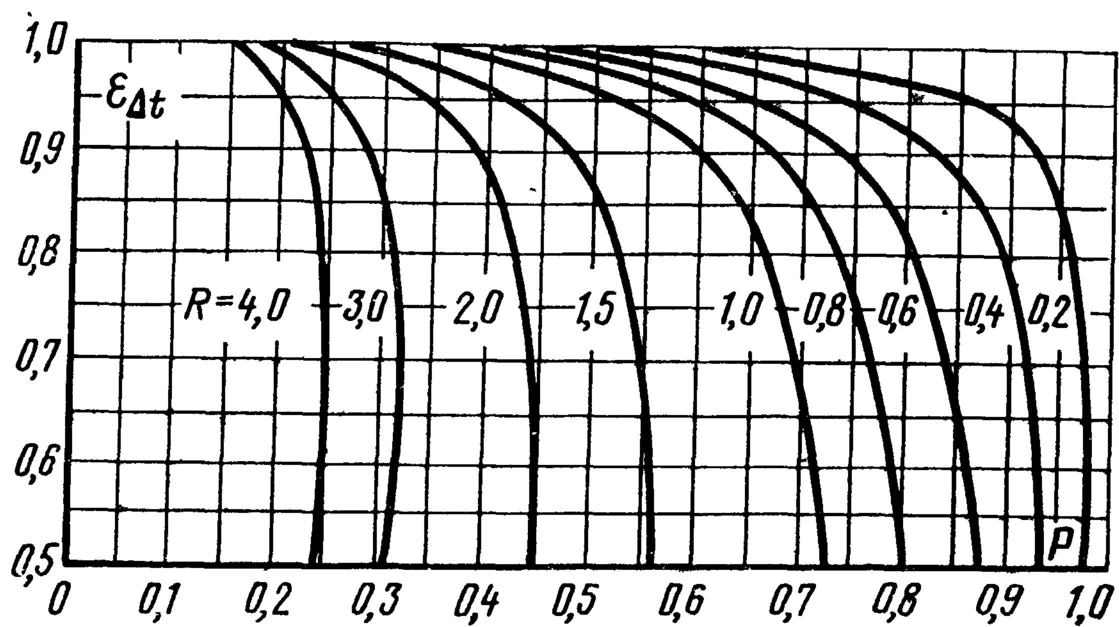
P_B	t_s, °С	P_B	t_s, °С	P_B	t_s, °С
690	97,311	730	98,874	770	100,367
700	97,709	740	99,254	780	100,729
710	98,102	750	99,629	790	101,086
720	98,490	760	100,000	800	101,432

Таблица П-10

Физические свойства жидких металлов

Наименование металла	t, °С	ρ, кг/м³	λ, Вт/(м·°С)	c_p, Дж/(кг·°С)	$a\cdot10^6$, м²/с	$\nu\cdot10^8$, м²/с	$Pr\cdot10^2$
Ртуть — Hg $t_{пл}$ = 38,9°С t_s = 357°С	0 100 200 300 400 500	13 590 13 350 13 310 12 880 12 700 12 480	7,80 9,08 10,35 11,63 12,62 13,35	140,0 137,0 137,0 137,0 137,5 138,0	4,12 4,97 5,68 6,60 7,22 7,75	12,4 9,4 8,0 7,1 6,6 6,2	3,02 1,89 1,39 1,08 0,91 0,80
Олово — Sn $t_{пл}$ = 231,9°С t_s = 2270°С	240 300 400 500 600 700	6985 6940 6865 6790 6720 6640	30,50 31,60 33,60 35,50 37,40 39,40	255,0 255,0 255,0 255,0 255,0 255,0	17,10 17,85 19,20 20,5 21,80 23,2	27,3 24,1 20,1 17,4 15,6 14,3	1,60 1,35 1,05 0,85 0,72 0,62
Висмут — Bi $t_{пл}$ = 271°С t_s = 1477°С	280 300 400 500 600 700	10 050 10 030 9910 9785 9660 9530	14,55 14,65 15,60 16,52 17,32 18,28	151,0 151,0 151,0 151,0 151,0 151,0	9,20 9,66 10,40 11,20 11,90 12,70	18,0 17,1 14,2 12,2 10,8 9,8	1,88 1,77 1,36 1,09 0,91 0,77

Наименование металла	t, °C	ρ, кг/м³	λ, Вт/(м·°C)	c_p, Дж/(кг·°C)	$a\cdot10^6$, м²/с	$\nu\cdot10^8$, м²/с	$\mathrm{Pr}\cdot10^2$
Свинец — Pb $t_{пл}$ = 327,4°C t_s = 1740°C	400 500 600 700 800	10 592 10 476 10 360 10 242 10 125	15,12 15,45 15,95 17,70 19,80	148,0 148,0 148,0 148,0 148,0	9,65 10,00 10,40 11,70 13,20	21,0 17,5 15,3 13,7 12,5	2,18 1,75 1,47 1,17 0,95
Сплав 55,5% Bi + + 44,5% Pb $t_{пл}$ = 123,5°C t_s = 1670°C	130 200 300 400 500 600 700	10 570 10 486 10 364 10 242 10 120 10 000 9 876	10,95 11,75 12,70 13,72 14,65 15,82 16,75	147,0 147,0 147,0 147,0 147,0 147,0 147,0	7,05 7,62 8,34 9,10 9,83 10,80 11,30	31,4 24,3 18,7 15,7 13,6 12,4 11,4	4,50 3,19 2,24 1,73 1,39 1,15 1,01
Литий — Li $t_{пл}$ = 179°C t_s = 1317°C	200 300 400 600 700	515 505 495 474 465	46,10 46,70 47,20 48,00 48,60	415,0 424,0 434,0 451,0 460,0	21,6 21,8 22,0 22,4 22,7	111,0 92,7 81,7 66,8 61,7	5,14 4,25 3,72 2,98 2,72
Натрий — Na $t_{пл}$ = 97,8°C t_s = 883°C	100 200 300 400 500 600 700	928 903 878 854 829 805 780	86,1 81,6 75,5 68,8 63,9 60,6 59,1	1385 1325 1280 1270 1270 1275 1275	67,0 68,2 67,2 63,5 60,3 58,5 59,4	77,0 50,6 39,4 33,0 28,9 25,7 23,2	1,15 0,74 0,59 0,52 0,48 0,44 0,39
Калий — K $t_{пл}$ = 63,7°C t_s = 760°C	100 200 300 400 500 600 700	818 795 773 750 727 704 681	46,5 46,0 43,11 39,6 34,9 31,0 28,3	817 792 775 766 766 770 775	69,5 73,0 72,5 69,0 62,5 57,3 53,6	56,1 42,8 35,2 29,8 25,7 22,1 20,5	0,81 0,59 0,49 0,43 0,41 0,39 0,38
Сплав 25% Na + 75% K $t_{пл}$ = —11°C t_s = 784°C	20 100 200 300 400 500 600 700	872 852 828 803 778 753 729 704	22,1 23,3 24,6 25,8 27,1 28,4 29,7 31,0	1300 1145 1073 1040 1007 969 935 900	19,5 23,8 27,2 30,8 34,6 39,6 43,6 48,9	93,0 60,7 45,2 36,6 30,8 26,7 23,7 21,4	4,76 2,55 1,63 1,19 0,89 0,68 0,54 0,44



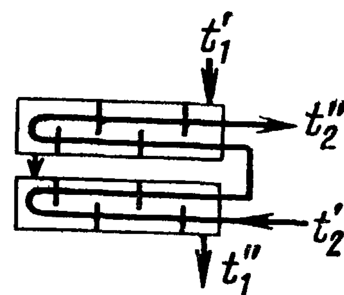
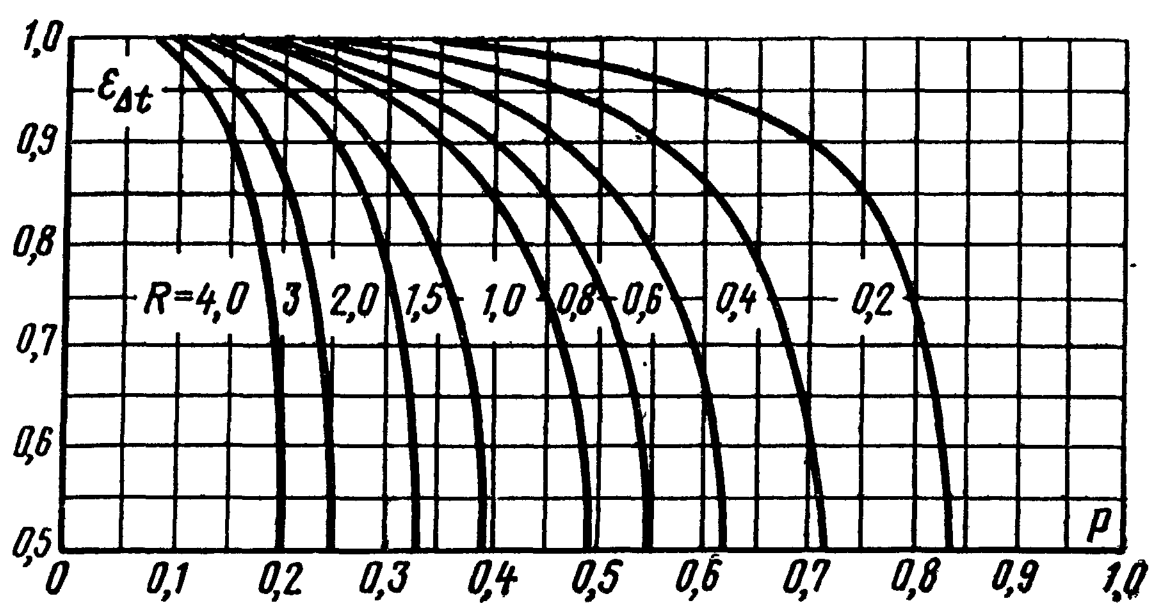


Рис. П-8. Поправка $\varepsilon_{\Delta t} = f(P, R)$.



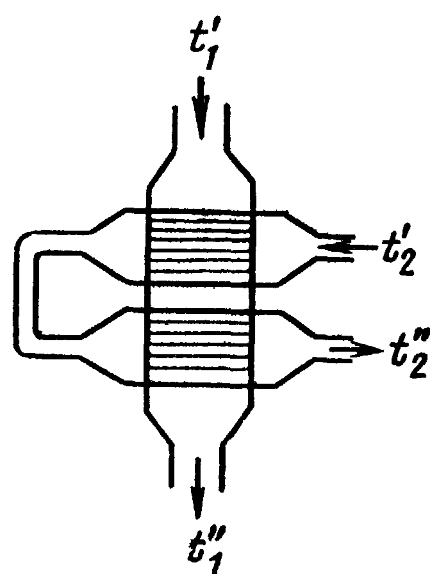
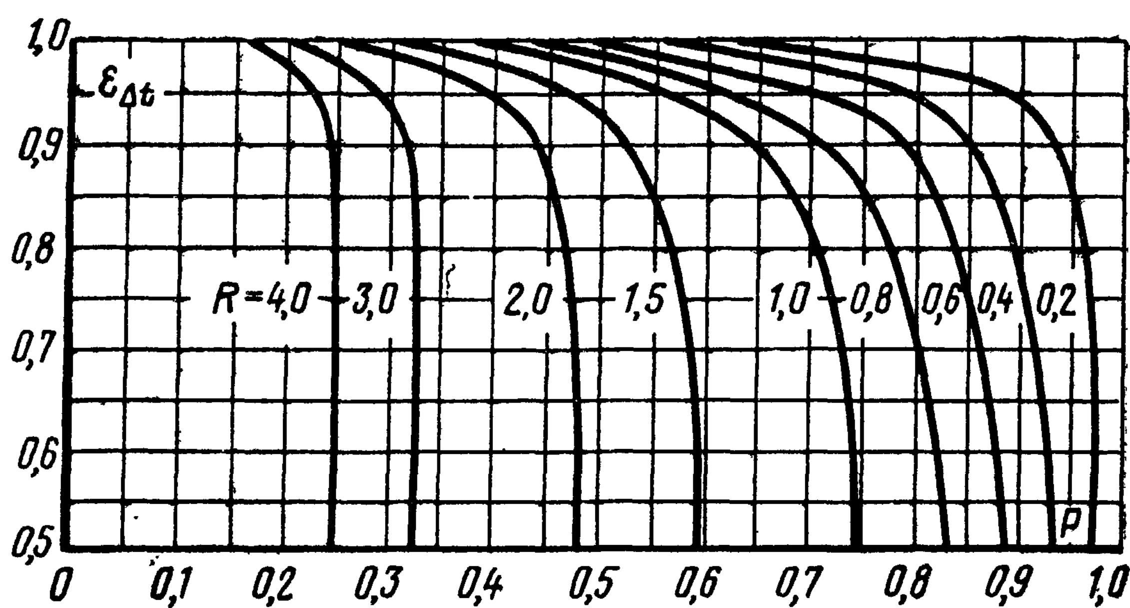


Рис. П-9. Поправка $\varepsilon_{\Delta t} = f(P, R)$.



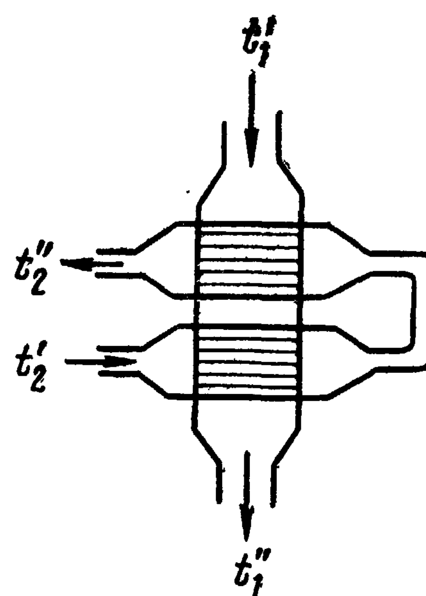


Рис. П-10. Поправка $\varepsilon_{\Delta t} = f(P, R)$.

Таблица П-11

Степень черноты полного нормального излучения для различных материалов

Наименование материала	t, °C	ε
Алюминий полированный	225—575	0,039—0,057
То же шероховатый	26	0,055
Алюминий, окисленный при 600°C	200—600	0,11—0,19
Железо полированное	425—1020	0,144—0,377
Железо, свежеобработанное наждаком	20	0,242
Железо окисленное	100	0,736
Железо окисленное гладкое	125—525	0,78—0,82
Железо литое необработанное	925—1115	0,87—0,95
Стальное литье полированное	770—1040	0,52—0,56
Сталь листовая шлифованная	940—1100	0,55—0,61
Сталь окисленная при 600°C	200—600	0,80
Сталь листовая с плотным блестящим слоем окиси	25	0,82
Чугун обточенный	830—990	0,60—0,70
Чугун, окисленный при 600°C	200—600	0,64—0,78
Окись железа	500—1200	0,85—0,95
Золото, тщательно полированное	225—635	0,018—0,035
Латунная пластина, прокатанная, с естественной поверхностью	22	0,06
Латунная пластина, прокатанная, обработанная грубым наждаком	22	0,20
Латунная пластина тусклая	50—350	0,22
Латунь, окисленная при 600°C	200—600	0,61—0,59
Медь, тщательно полированная, электролитная	80—115	0,018—0,023
Медь торговая, шабреная до блеска, но не зеркальная	22	0,072
Медь, окисленная при 600°C	200—600	0,57—0,87
Окись меди	800—1100	0,66—0,54
Расплавленная медь	1075—1275	0,16—0,13
Молибденовая нить	725—2600	0,096—0,292
Никель технически чистый, полированный	225—375	0,07—0,087
Никелированное травленое железо, неполированное	20	0,11
Никелевая проволока	185—1000	0,096—0,186
Никель, окисленный при 600°C	200—600	0,37—0,48
Окись никеля	650—1255	0,59—0,86
Хромоникель	125—1034	0,64—0,76
Олово, блестящее, луженое, листовое железо	25	0,043—0,064
Платина чистая, полированная пластина	225—625	0,054—0,104
Платиновая лента	925—1115	0,12—0,17
Платиновая нить	25—1230	0,036—0,192
Платиновая проволока	225—1375	0,073—0,182
Ртуть очень чистая	0—100	0,09—0,12
Свинец серый, окисленный	25	0,281
Свинец, окисленный при 200°C	200	0,63
Серебро полированное, чистое	225—625	0,0198—0,0324
Хром	100—1000	0,08—0,26
Цинк (99,1%) полированный	225—325	0,045—0,053
Цинк, окисленный при 400°C	400	0,11
Оцинкованное листовое железо блестящее	28	0,228

Наименование материала	t, °С	ε
Оцинкованное листовое железо серое, окисленное	24	0,276
Асбестовый картон	24	0,96
Асбестовая бумага	40—370	0,93—0,945
Бумага тонкая, наклеенная на металлическую пластину	19	0,924
Вода	0—100	0,95—0,963
Гипс	20	0,903
Дуб строганый	20	0,895
Кварц плавленый, шероховатый	20	0,932
Кирпич красный, шероховатый, но без больших неровностей	20	0,93
Кирпич динасовый, неглазурованный, шероховатый	100	0,80
Кирпич динасовый, глазурованный, шероховатый	1100	0,85
Кирпич шамотный, глазурованный	1100	0,75
Кирпич огнеупорный	—	0,8—0,9
Лак белый эмалевый, на железной шероховатой пластине	23	0,906
Лак черный блестящий, распыленный на железной пластине	25	0,875
Лак черный матовый	40—95	0,96—0,98
Лак белый	40—95	0,80—0,95
Шеллак черный блестящий, на луженом железе	21	0,821
Шеллак черно-матовый	75—145	0,91
Масляные краски различных цветов	100	0,92—0,96
Алюминиевые краски различной давности и с переменным содержанием Al	100	0,27—0,67
Алюминиевый лак по шероховатой пластине	20	0,39
Алюминиевая краска после нагрева до 325°С	150—315	0,35
Мрамор сероватый, полированный	22	0,931
Резиновая твердая, лощеная пластина	23	0,945
Резина мягкая, серая, шероховатая (рафинированная)	24	0,859
Стекло гладкое	22	0,937
Сажа, свечная копоть	95—270	0,952
Сажа с жидким стеклом	100—185	0,959—0,947
Сажа ламповая 0,075 мм и больше	40—370	0,945
Толь	21	0,910
Уголь очищенный (0,9 % золы)	125—625	0,81—0,79
Угольная нить	1040—1405	0,526
Фарфор глазурованный	22	0,924
Штукатурка шероховатая, известковая	10—88	0,91
Эмаль белая, приплавленная к железу	19	0,897

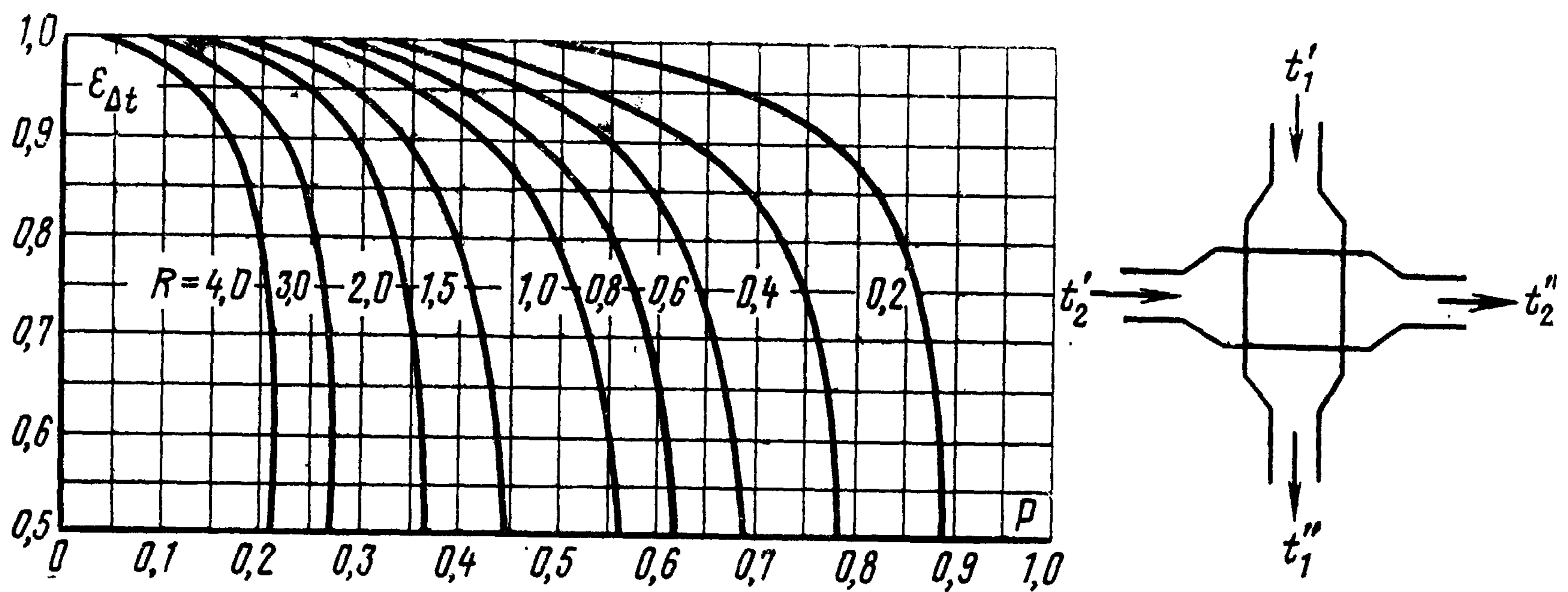


Рис. П-11. Поправка $\varepsilon_{\Delta t} = f(P, R)$.

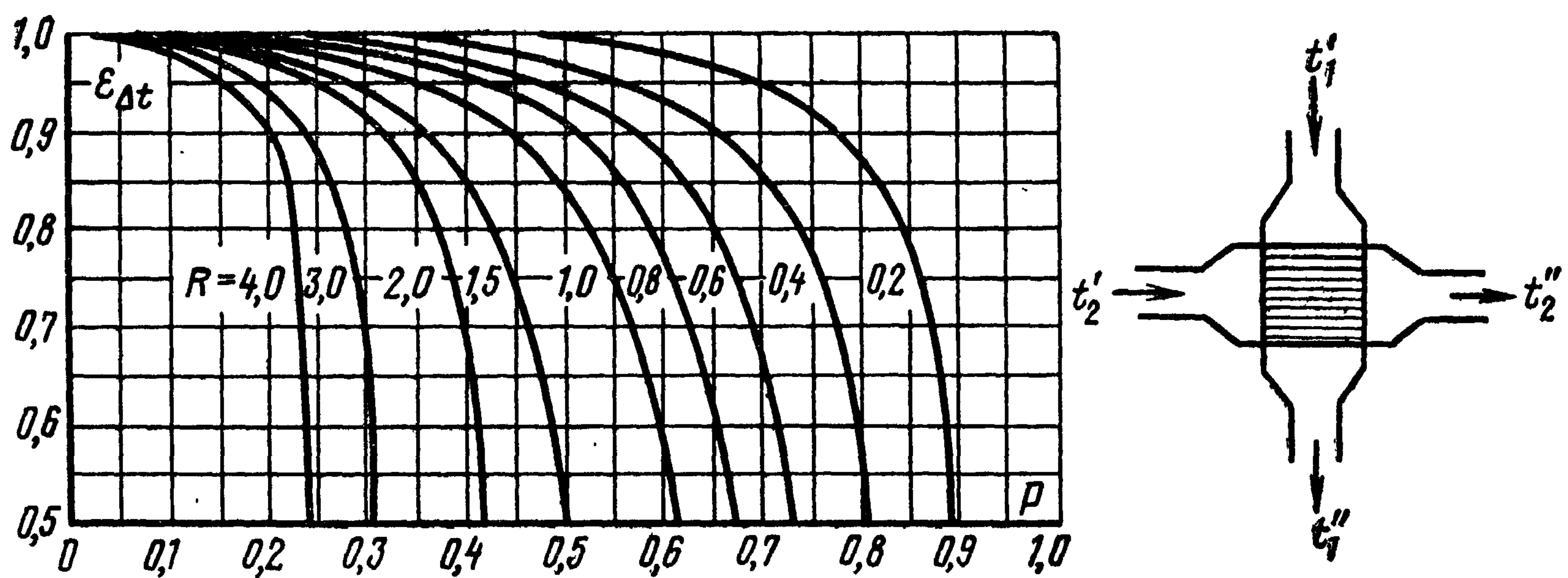


Рис. П-12. Поправка $\varepsilon_{\Delta t} = f(P, R)$.

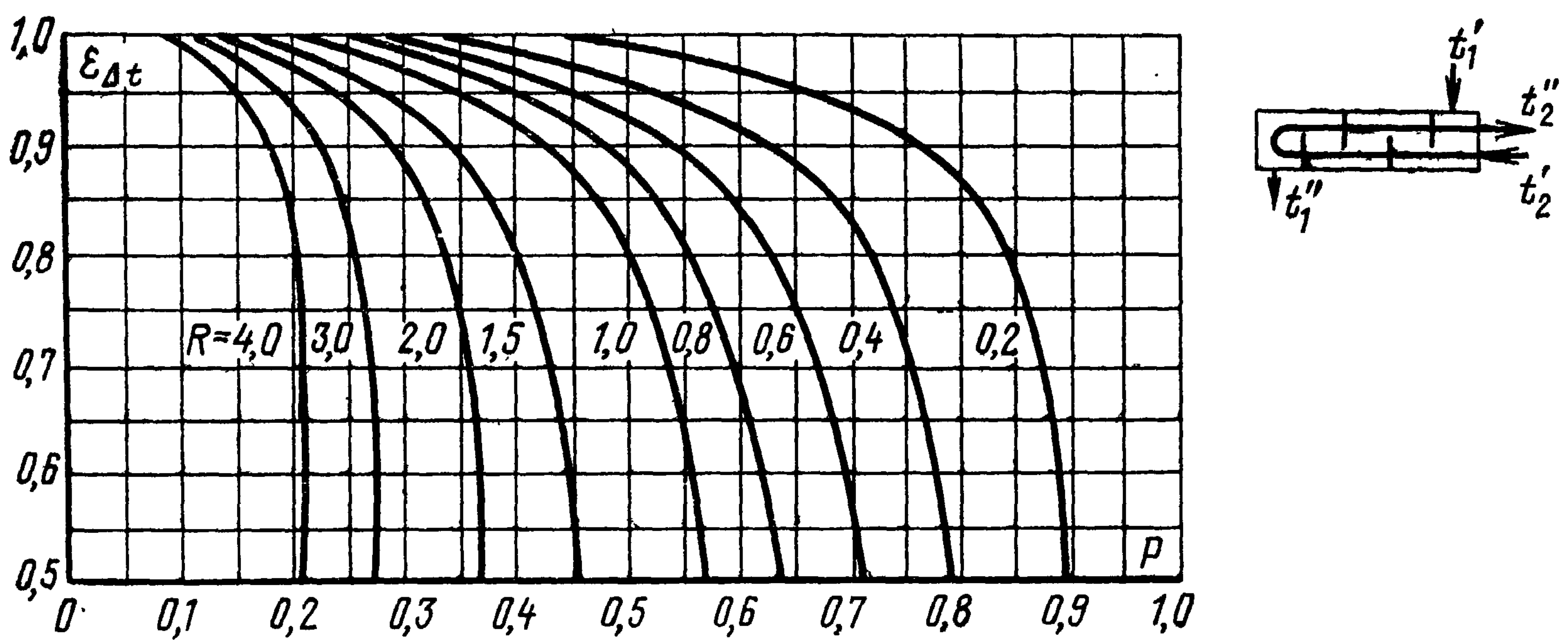


Рис. П-13. Поправка $\varepsilon_{\Delta t} = f(P, R)$.

Таблица П-12

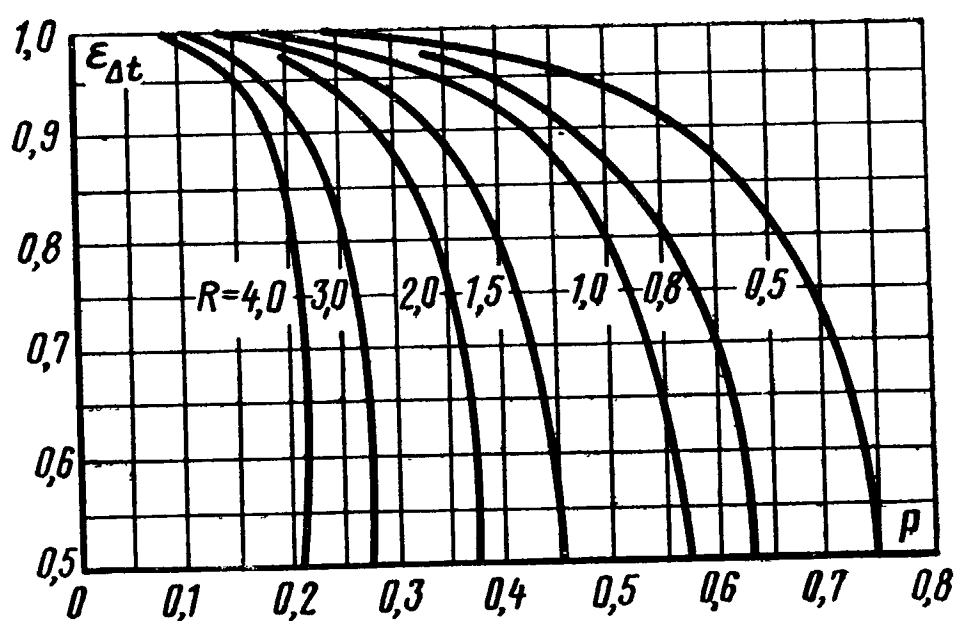
Значения $\theta = \frac{(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4}{T_1 - T_2}$

t_1, °C	t_2, °C														
	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1200	1400	1600	1800
0	0,814														
100	1,380	2,076													
200	2,225	3,070	4,233												
300	3,408	4,422	5,77	7,53											
400	4,99	6,19	7,75	9,73	12,19										
500	7,03	8,44	10,23	12,46	15,19	18,48									
600	6,59	11,30	13,27	15,77	18,79	22,38	26,61								
700	12,72	14,62	16,92	19,71	23,04	26,96	31,55	38,84							
800	16,50	18,66	21,26	24,36	28,01	32,29	37,29	42,93	49,5						
900	20,97	23,42	23,33	29,76	33,76	38,41	43,75	49,85	56,8	64,6					
1000	26,21	28,96	32,20	35,98	40,35	45,38	51,10	57,6	65,0	73,3	82,6				
1200	39,18	42,60	46,58	51,2	56,3	62,2	68,8	76,3	84,6	93,9	104,1	127,8			
1400	56,0	60,9	64,9	70,3	76,3	83,1	90,7	99,1	108,5	119,0	130,2	156,3	187,2		
1600	76,9	81,9	97,5	93,8	100,9	108,6	117,3	126,8	137,3	148,9	161,3	190,0	223,6	213	
1800	102,5	108,6	115,1	122,4	130,4	139,4	149,0	159,7	171,4	184,0	198,0	229,0	226,0	308	356,0

Таблица П-13

Значения показательных и гиперболических функций

x	e^{+x}	e^{-x}	sh x	ch x	th x
0,0	1,00	1,00	0,000	1,000	0,000
0,1	1,11	0,90	0,100	1,005	0,100
0,2	1,22	0,82	0,201	1,020	0,197
0,3	1,34	0,74	0,305	1,045	0,291
0,4	1,49	0,67	0,411	1,081	0,380
0,5	1,64	0,61	0,521	1,128	0,462
0,6	1,82	0,55	0,637	1,186	0,537
0,7	2,00	0,50	0,759	1,255	0,604
0,8	2,22	0,45	0,888	1,337	0,664
0,9	2,46	0,41	1,027	1,433	0,716
1,0	2,72	0,37	1,175	1,543	0,762
1,1	3,00	0,33	1,336	1,668	0,801
1,2	3,32	0,30	1,510	1,811	0,834
1,3	3,70	0,27	1,698	1,971	0,862
1,4	4,06	0,25	1,904	2,151	0,885
1,5	4,50	0,22	2,129	2,352	0,905
1,6	4,95	0,20	2,376	2,577	0,922
1,7	5,55	0,18	2,646	2,828	0,935
1,8	6,05	0,17	2,942	3,108	0,947
1,9	6,63	0,15	3,268	3,418	0,956
2,0	7,39	0,14	3,627	3,762	0,964
2,1	8,12	0,12	4,022	4,144	0,971
2,2	9,03	0,11	4,457	4,568	0,976
2,3	9,98	0,10	4,937	5,037	0,980
2,4	11,0	0,091	5,466	5,557	0,984
2,5	12,3	0,083	6,050	6,132	0,987
2,6	13,5	0,074	6,695	6,769	0,989
2,7	14,8	0,067	7,406	7,474	0,991
2,8	16,4	0,061	8,192	8,253	0,993
2,9	18,2	0,055	9,060	9,115	0,994
3,0	20,1	0,050	10,018	10,068	0,995



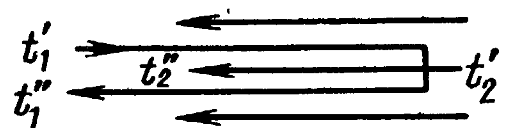
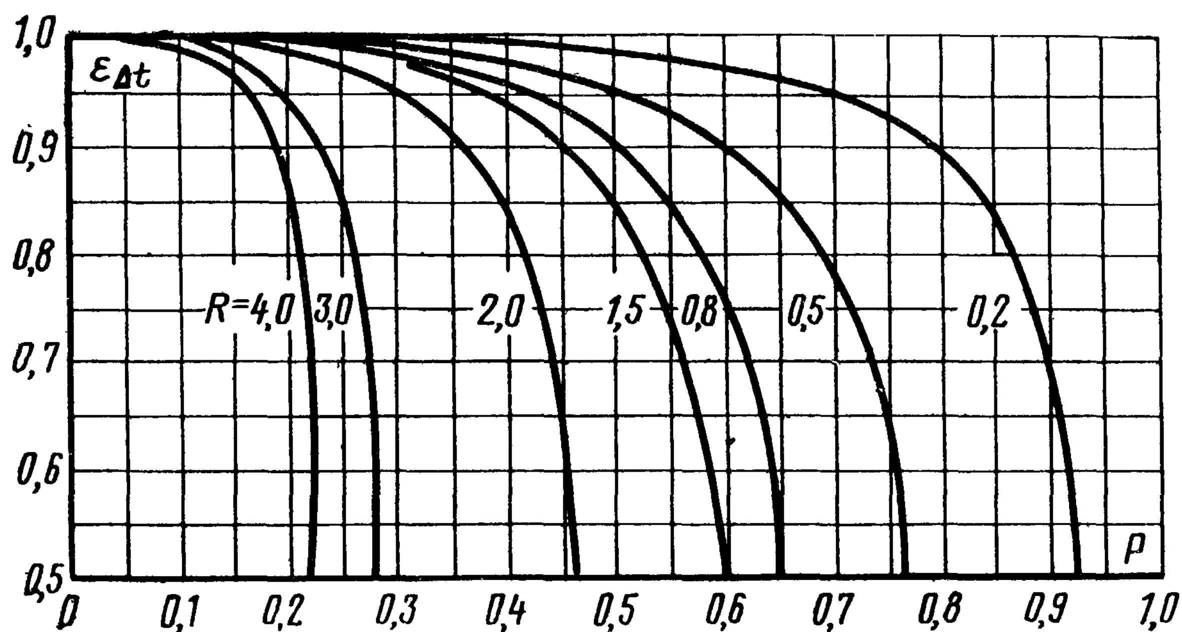


Рис. П-14. Поправка $\varepsilon_{\Delta t} = f(P,\ R)$.



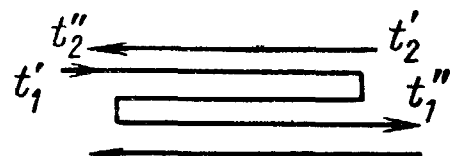


Рис. П-15. Поправка $\varepsilon_{\Delta t} = f\,(P,\ R)$.

Таблица П-14

Модифицированные функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков [$I_0(x)$ и $I_1(x)$] и второго рода нулевого и первого порядков [$K_0(x)$ и $K_1(x)$]

x	$I_0(x)$	$K_0(x)$	$I_1(x)$	$K_1(x)$
0,0	1,000	∞	0	∞
0,1	1,003	2,447	0,050	9,854
0,2	1,010	1,753	0,101	4,776
0,3	1,023	1,373	0,152	3,056
0,4	1,040	1,115	0,204	2,184
0,5	1,064	0,924	0,258	1,656
0,6	1,092	0,775	0,314	1,303
0,7	1,126	0,661	0,372	1,050
0,8	1,166	0,565	0,433	0,862
0,9	1,213	0,487	0,497	0,717
1,0	1,266	0,421	0,565	0,602
1,2	1,394	0,318	0,715	0,435
1,4	1,553	0,244	0,886	0,320
1,6	1,750	0,188	1,085	0,241
1,8	1,989	0,159	1,317	0,183
2,0	2,279	0,114	1,591	0,140
2,5	3,289	0,062	2,517	0,0739
3,0	4,881	0,0347	3,395	0,0402
3,5	7,378	0,0196	6,206	0,0222
4,0	11,302	0,0112	9,759	0,0125
4,5	17,481	0,0064	15,389	0,00708
5,0	27,240	0,0037	24,336	0,00404

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Аладьев И. Т.** Теплоотдача при пузырьковом кипении.— В кн.: Конвективный и лучистый теплообмен. М., Изд-во АН СССР, 1960, с. 233—255.

2. **Аладьев И. Т., Додонов Л. Д., Удалов В. С.** Теплоотдача при кипении недогретой воды в трубах.— В кн.: Исследование теплоотдачи к пару и воде, кипящей в трубах при высоких давлениях. М., Госатомиздат, 1958, с. 9—23.

3. **Аладьев И. Т., Яшнов В. И.** Влияние смачиваемости на кризис кипения.— В кн.: Конвективная теплопередача в двухфазном и однофазном потоках. М., «Энергия», 1964, с. 249—278.

4. **Алексеев Г. В., Зенкевич Б. А., Субботин В. И.** Исследование теплоотдачи при пузырьковом кипении воды в трубах.— «Теплоэнергетика», 1962, № 4, с. 74—77.

5. **Арефьева Е. И., Аладьев И. Т.** О влиянии смачиваемости на теплообмен при кипении.— ИФЖ, 1958, т. 1, № 7, с 11—17.

6. **Бойко Л. Д., Кружилин Г. Н.** Теплоотдача при конденсации пара в трубе.— «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1966, № 5, с. 113—128.

7. **Боришанский В. М., Фокин Б. С.** Теплоотдача при пленочном кипении на вертикальной поверхности в условиях свободной конвекции в большом объеме.— В кн.: Конвективная теплопередача в двухфазном и однофазном потоках. М., «Энергия», 1964, с. 221—235.

8. **Боришанский В. М., Козырев А. П., Светлова Л. С.** Изучение теплообмена при пузырьковом кипении жидкостей.— В кн.: Конвективная теплопередача в двухфазном и однофазном потоках. М., «Энергия», 1964, с. 71—104.

9. **Боришанский В. М.** Учет влияния давления на теплопередачу и критические нагрузки при кипении на основе теории термодинамического подобия.— В кн.: Вопросы теплопередачи и гидравлики двухфазных сред. М.—Л., Госэнергоиздат, 1961, с. 18—36.

10. **Ваничев А. П.** Приближенный метод решения задач теплопроводности при переменных константах.— «Изв. АН СССР. ОТН», 1946, № 12, с. 1767—1774.

11. **Варгафтик Н. Б.** Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М., Физматгиз, 1963. 708 с.

12. **Волков Д. И.** Теплоотдача при конденсации пара внутри горизонтальных труб.— «Труды ЦКТИ. Котлотурбостроение», 1965, вып. 57, с. 149—159.

13. **Воскресенский К. Д.** Расчет теплообмена при пленочной конденсации с учетом зависимости физических свойств конденсата от температуры.— «Изв. АН СССР. ОТН», 1948, № 7, с. 1023—1028.

14. **Головин В. С., Кольчугин Б. А., Захарова Э. А.** Измерение скорости роста паровых пузырьков при кипении различных жидкостей.— «Теплофизика высоких температур», 1966, т. 4, № 1, с. 147—148.

15. **Головин В. С., Кольчугин Б. А., Лабунцов Д. А.** Экспериментальное исследование теплообмена и критических тепловых нагрузок при кипении воды в условиях свободного движения.— ИФЖ, 1963, т. 6, № 2, с. 3—7. Исследование теплообмена и критических тепловых нагрузок при кипении жидкостей в условиях свободного движения на поверхностях из различных материалов.— «Труды ЦКТИ», 1965, вып. 58, с. 35—46.

16. **Гомелаури В. И.** Влияние искусственной шероховатости на конвективный теплообмен.— «Труды Института физики АН ГССР», Тбилиси, 1963, т. 9, с. 111—145.

17. **Гомелаури В. И., Канделаки Р. Д., Кипшидзе М. Е.** Интенсификация конвективного теплообмена под воздействием искусственной шероховатости.— В кн.: Вопросы конвективного теплообмена и чистоты водяного пара. Тбилиси. «Мецниереба», 1970, с. 98—131.

18. **Гребер Г., Эрк С., Григуль У.** Основы учения о теплообмене. М. Изд-во иностр. лит., 1958. 568 с.

19. **Грум-Гржимайло В. Е.** Собрание трудов. М., Изд-во АН СССР, 1949. 246 с.

20. **Гудымчук В. А., Константинов В. А.** О теплоотдаче при конденсации пара на твердой поверхности.— ЖТФ, 1936, т. 6, вып. 9, с. 1582—1587.

21. **Гутенмахер Л. И.** Электрические модели. М., Изд-во АН СССР, 1949. 403 с.

22. **Гухман А. А.** Физические основы теплопередачи. М.—Л., Энергоиздат, 1934. 315 с.

23. **Данилова Г. Н., Мазюкевич И. В.** Исследование процесса кипения некоторых хладоагентов.— «Холодильная техника», 1954, № 2, с. 62—65.

24. **Дьяконов Г. К.** Вопросы теории подобия в области физико-химических процессов. М., Изд-во АН СССР, 1956. 206 с.

25. **Жаворонков Н. М.** Гидравлические основы скрубберного процесса и теплопередачи в скрубберах. М., «Советская наука», 1944. 223 с.

26. **Жукаускас А., Жюгжда И.** Теплоотдача в ламинарном потоке жидкости. Вильнюс, «Минтис», 1969. 266 с.

27. **Жукаускас А., Макарявичюс В., Шланчяускас А.** Теплоотдача пучков труб в поперечном потоке жидкости. Вильнюс, «Минтис», 1968. 189 с.

28. **Зозуля Н. В.** Экспериментальное определение коэффициента теплоотдачи при конденсации пара вязкого вещества.— В кн.: Теплопередача и тепловое моделирование. М., Изд-во АН СССР, 1959, с. 278—286.

29. **Исаченко В. П., Агабабов С. Г., Галин Н. М.** Экспериментальное исследование теплоотдачи и гидравлического сопротивления при турбулентном течении воды в трубах с искусственной шероховатостью.— В кн.: Теплообмен и гидравлическое сопротивление. «Труды МЭИ», 1965, вып. 63, с. 27—37.

30. **Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С.** Теплопередача. М., «Энергия», 1969. 439 с.

31. **Исаченко В. П., Солодов А. П., Тирунараянан М. А.** Исследование теплоотдачи при конденсации водяного пара внутри вертикальной трубы.— В кн.: Теплообмен и гидравлическое сопротивление. «Труды МЭИ», 1965, вып. 63, с. 97—106.

32. **Исследование** механизма пузырькового кипения воды с применением скоростной киносъемки.— В кн.: Теплообмен в элементах энергетических установок. М., «Наука», 1966, с. 156—166. Авт.: Д. А. Лабунцов, Б. А. Кольчугин, В. С. Головин, Э. А. Захаров, Л. Н. Владимирова. Исследование при помощи скоростной киносъемки роста пузырьков при кипении насыщенной воды в широком диапазоне изменения давлений.— «Теплофизика высоких температур», 1964, т. 2, № 3, с. 446—453. Авт.: Д. А. Лабунцов, Б. А. Кольчугин, В. С. Головин, Э. А. Захаров, Л. Н. Владимирова.

33. **Калинин Э. К., Ярхо С. А.** Влияние чисел Рейнольдса и Прандтля на эффективность интенсификации теплообмена в трубах.— ИФЖ, 1966, т. 11. № 4, с. 426—431.

34. **Капица П. Л.** Волновое течение тонких слоев вязкой жидкости.— ЖЭТФ, 1948, т. 18, вып. 1, с. 3—18.

35. **Капица П. Л., Капица С. П.** Опытное изучение волнового режима течения.— ЖЭТФ, 1949. т. 19, № 2, с. 105—120.

36. **Кирпичев М. В.** Теория подобия. М., Изд-во АН СССР, 1953. 96 с.

37. **Кирпичев М. В., Михеев М. А.** Моделирование тепловых устройств. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1936. 320 с.

38. **Кирпичев М. В., Михеев М. А.** Применение оптического метода Дворжака к изучению движения горячих газов.— Журнал прикладной физики, 1928, т. 5, вып. 3—4, с. 51—57.

39. **Кичигин М. А., Тобилевич Н. Ю.** Об обобщении экспериментальных данных по теплообмену при кипении.— В кн.: Гидродинамика и теплообмен при кипении в котлах высокого давления. М., Изд-во АН СССР, 1955, с. 175—185.

40. **Кондратьев Г. М.** Регулярный тепловой режим. М., Гостехиздат, 1954. 408 с.

41. **Кондратьев Н. С.** Критериальные величины теории теплового режима второго рода.— В кн.: Теплопередача и тепловое моделирование. М., Изд-во АН СССР, 1969, с. 5—18.

42. **Краснощеков Е. А., Сукомел А. С.** Задачник по теплопередаче. М., «Энергия», 1969. 264 с.

43. **Кружилин Г. Н.** Теория теплоотдачи круглого цилиндра в поперечном потоке жидкости.— ЖТФ, 1936, т. 6, вып. 5, с. 858—865.

44. **Кружилин Г. Н.** Уточнение Нуссельтовской теории теплообмена при конденсации.— ЖТФ, 1937, т. 7, вып. 20—21, с. 2011—2017.

45. **Кружилин Г. Н.** Теплоотдача от поверхности нагрева к кипящей однокомпонентной жидкости при свободной конвекции.— «Изв. АН СССР. ОТН», 1948, № 7, с. 967—980; обобщение экспериментальных данных по теплоотдаче при кипении жидкостей в условиях свободной конвекции.— «Изв. АН СССР. ОТН», 1949, № 5, с. 701—712.

46. **Кружилин Г. Н., Шваб В. А.** Новый метод определения поля коэффициента теплоотдачи на поверхности тела, омываемого потоком жидкости.— ЖТФ, 1935, т. 5, вып. 3, с. 482—488; исследование α-поля на поверхности круглого цилиндра, омываемого поперечным потоком воздуха, в интервале значений критерия Рейнольдса от $21 \cdot 10^3$ до $85 \cdot 10^3$.— ЖТФ, 1935, т. 5, вып. 4, с. 703—710.

47. **Кутателадзе С. С.** Теплопередача при конденсации и кипении. М.—Л., Машгиз, 1952. 232 с.

48. **Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И.** Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М., «Энергия», 1972. 341 с.

49. **Лабунцов Д. А.** О влиянии конвективного переноса тепла и сил инерции на теплообмен при ламинарном течении конденсатной пленки.— «Теплоэнергетика», 1956, № 12, с. 47—50. О влиянии на теплоотдачу при пленочной конденсации пара зависимости физических параметров конденсата от температуры.— «Теплоэнергетика», 1957, № 2, с. 49—51. Теплоотдача при пленочной конденсации чистых паров на вертикальных поверхностях и горизонтальных трубах.— «Теплоэнергетика», 1957, № 7, с. 72—80.

50. **Лабунцов Д. А.** Теплообмен при конденсации пара на вертикальной поверхности в условиях турбулентного стекания пленки конденсата.— ИФЖ, 1960, т. 3, № 8, с. 3—12.

51. **Лабунцов Д. А.** Приближенная теория теплообмена при развитом пузырьковом кипении.— «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1963, № 1, с. 58—71.

52. **Лабунцов Д. А.** Теплообмен при пузырьковом кипении жидкости.— «Теплоэнергетика», 1959, № 12, с. 19—26; обобщенные зависимости для теплоотдачи при пузырьковом кипении жидкости. 1960, № 5, с. 79—81.

53. **Лабунцов Д. А.** К расчету теплоотдачи при пленочном кипении жидкости на вертикальных поверхностях нагрева.— «Теплоэнергетика», 1963, № 5, с. 60—61.

54. **Лабунцов Д. А.** Обобщение теории конденсации Нуссельта на условия пространственно-неравномерного поля температур теплообменной поверхности.— В кн.: Теплообмен и гидравлическое сопротивление. «Труды МЭИ», 1965, вып. 63, с. 79—84.

55. **Лабунцов Д. А.** Анализ процессов испарения и конденсации.— «Теплофизика высоких температур», 1967, т. 5, № 4, с. 467—654.

56. **Лабунцов Д. А., Абдусатторов З. С.** Экспериментальное исследование предельных режимов кипения при инерционных перегрузках.— «Теплоэнергетика», 1963, № 3, с. 70—74.

57. **Лабунцов Д. А., Шевчук Е. Н., Пазюк П. А.** О предельных уровнях теплообмена при кипении жидких металлов.— «Теплофизика высоких температур», 1965, т. 3, № 2, с. 276—284.

58. **Лукьянов В. С.** Гидравлические приборы для технических расчетов.— «Изв. АН СССР. ОТН», 1939, № 2, с. 53—67.

59. **Лыков А. В.** Теория теплопроводности. М., «Высшая школа», 1967. 599 с.
60. **Михеев М. А.** Методы определения коэффициентов лучеиспускания твердых тел.— ЖТФ, 1953, т. 3, вып. 5, с. 698—711.
61. **Михеев М. А.** Теплоотдача цилиндра в поперечном потоке воздуха.— ЖТФ, 1943, т. 13, вып. 6, с. 311—317.
62. **Михеев М. А.** Основы теплопередачи. М.—Л., Госэнергоиздат, 1949. 396 с.; 1956. 392 с.
63. **Михеев М. А.** Теплоотдача при свободном движении жидкости.— «Изв. АН СССР. ОТН». 1947, № 10, с. 1357—1361; теплоотдача при турбулентном движении жидкости в трубах.— «Изв. АН СССР. ОТН», 1952, № 10, с. 1448—1454.
64. **Михеев М. А.** Расчетные формулы конвективного теплообмена.— «Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт», 1966, № 5, с. 96—105.
65. **Михеев М. А., Михеева И. М.** Краткий курс теплопередачи. М.—Л., Госэнергоиздат, 1960. 208 с.
66. **Михеев М. А., Филимонов С. С., Хрусталев Б. А.** Исследование теплообмена и гидравлического сопротивления при движении воды в трубах.— В кн.: Конвективный и лучистый теплообмен. М., Изд-во АН СССР, 1960. с. 33—55.
67. **Михеева Н. Н.** Практические расчеты тепловой изоляции. М., Оргэнерго, 1939. 57 с.
68. **Морозкин В. И., Аменицкий А. И., Аладьев И. Т.** Экспериментальное исследование влияния ускорения на кризис кипения в недогретой воде.— «Теплофизика высоких температур», 1963, т. 1, № 1, с. 122—125; 1964, т. 2, № 1, с. 122—125.
69. **Морозов В. Г.** Исследование теплоотдачи при кипении воды в трубах.— В кн.: Конвективная теплопередача в двухфазном и однофазном потоках. М., «Энергия», 1964. с. 130—139.
70. **Муратова Т. М., Лабунцов Д. А.** Кинетический анализ процессов испарения и конденсации.— «Теплофизика высоких температур», 1969, т. 7, № 5, с. 959—967.
71. **Невский А. С.** Выбор экономически наивыгоднейшей скорости газов в газоходах котла при продольном потоке.— «Изв. ВТИ», 1935, № 2, с. 40—45; выбор экономически наивыгоднейшей скорости газа в дымоходах котельной установки при поперечном потоке и некоторые обобщения для всех случаев движения газов.— «Изв. ВТИ», 1935, № 3, с. 17—25; анализ эмпирических методов расчета излучения поточных камер с точки зрения теории подобия.— «Изв. ВТИ», 1947, № 9, с. 12—15; уравнение движения лучистой энергии и подобие излучающих систем.— ЖТФ, 1940, т. 10, вып. 18, с. 1502—1509; анализ калорического излучения в поглощающих средах.— ЖТФ, 1941, т. 11, вып. 8, с. 719—725.
72. **О теплоотдаче** при течении металлов в трубах.— В кн.: Теплопередача и тепловое моделирование. М., Изд-во АН СССР, 1959, с. 69—86. Авт.: М. А. Михеев, О. С. Федынский, В. М. Дерюгин, В. И. Петров.
73. **Павлов П. А., Скрипов В. П.** Вскипание жидкости при импульсном нагреве. I. Методика эксперимента с тонкими проволочками.— «Теплофизика высоких температур», 1965, т. 3, № 1, с. 109—114; вскипание жидкости при импульсном нагреве. II. Опыты с водой, спиртами, Н-гексаном и нонаном.— «Теплофизика высоких температур», 1965, т. 3, № 5, с. 722—726.
74. **Петухов Б. С.** Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. М., «Энергия», 1967. 412 с.
75. **Петухов Б. С., Кириллов В. В.** К вопросу о теплообмене при турбулентном течении жидкости в трубах.— «Теплоэнергетика», 1958, № 4, с. 63—68.
76. **Поляк Г. Л.** Алгебра однородных потоков.— «Изв. ЭНИН АН СССР», 1935, т. 3, вып. 1—2, с. 53—75; лучистый теплообмен при наличии лучепоглощающей среды. — Доклады АН СССР, нов. сер., 1940, т. 27, № 1, с. 8—11.
77. **Ратиани Г. В., Авиалиани Д. И.** Обобщение опытных данных по теплоотдаче при кипении фреона-12 и фреона-22.— В кн.: Конвективная тепло-

передача в двухфазном и однофазном потоках. М., «Энергия», 1964, с. 203—208.

78. **Саликов А. П.** Теплоотдача от конденсирующегося пара к стенке трубки при ударном действии пара.— «Изв. ВТИ», 1952, № 9, с. 17—20.

79. **Скворцов С. А.** Способ сравнительной оценки конвективных пучков.— «Изв. АН СССР. ОТН», 1937, № 6, с. 829—838.

80. **Скрипов В. П.** Метастабильная жидкость. М., «Наука», 1972. 312 с.

81. **Стерман Л. С., Морозов В. Г., Ковалев С. А.** Исследование теплообмена при кипении воды и этилового спирта.— ИФЖ, 1959, т. 2, № 10, с. 40—45.

82. **Субботин В. И., Минашин В. Е., Денискин Е. И.** Теплообмен при поперечном обтекании пучков труб.— «Теплофизика высоких температур», 1963, т. 1, № 2, с. 238—246.

83. **Суринов Ю. А.** Интегральные уравнения теплового излучения и методы расчета лучистого обмена в системах «серых» тел, разделенных диатермической средой.— «Изв. АН СССР. ОТН», 1948, № 7, с. 981—1002; анализ некоторых основных понятий и задач теории теплового излучения.— «Изв. АН СССР. ОТН», 1950, № 4, с. 543—567; к решению задачи о лучистом обмене в системах серых тел. «Изв. АН СССР. ОТН», 1950, № 9, с. 1345—1375; лучистый теплообмен в излучающей системе, состоящей из трех серых тел.— «Изв. АН СССР. ОТН», 1952, № 5, с. 724—748; лучистый теплообмен при наличии поглощающей и рассеивающей среды.— «Изв. АН СССР. ОТН», 1952, № 9, с. 1331—1352, 1952; № 10, с. 1455—1471.

84. **Тарасова Н. В., Орлов В. М.** Теплоотдача и гидравлическое сопротивление при поверхностном кипении воды в кольцевых каналах.— В кн.: Конвективная теплопередача в двухфазном и однофазном потоках. М., «Энергия», 1964, с. 162—187; исследование гидравлического сопротивления при поверхностном кипении воды в трубе.— «Теплоэнергетика», 1962, № 6, с. 48—52.

85. **Теплообмен** при кипении металлов в условиях естественной конвекции. М., «Наука», 1969. 207 с.— Авт.: В. И. Субботин, Д. Н. Сорокин, Д. М. Овечкин, А. П. Кудрявцев.

86. **Теплообмен** при конденсации калиевого и натриевого пара.— В кн.: Общие вопросы тепло- и массообмена. Минск, «Наука и техника», 1966, с. 247—255. Авт.: В. И. Субботин, М. Н. Ивановский, В. П. Сорокин, Б. А. Чулков.

87. **Теплообмен** при течении жидких металлов в круглых трубах.— ИФЖ, 1963, № 4, с. 16—21. Авт.: В. И. Субботин, П. А. Ушаков, Б. Н. Габрианович, В. Д. Таранов, И. П. Свириденко.

88. **Теплопередача** при поперечном обтекании пучков труб жидким металлом.— В кн.: Жидкие металлы. М., Госатомиздат, 1963, с. 183—205. Авт.: В. М. Боришанский, А. А. Андреевский, В. Б. Жинкина, Л. Л. Шнейдерман.

89. **Теплопередача** расплавленных металлов.— В кн.: Реакторостроение и теория реакторов. М., Изд-во АН СССР, 1955, с. 139—151. Авт.: М. А. Михеев, В. А. Баум, К. Д. Воскресенский, О. С. Федынский.

90. **Толубинский В. И.** Теплоотдача при кипении в условиях свободной конвекции.— «Труды Института теплоэнергетики АН УССР», 1950, № 2, с. 19—29; определение коэффициента теплоотдачи от стенки к жидкости в горизонтальных и вертикальных испарителях.— «Труды Института теплоэнергетики АН УССР», 1952, № 5, с. 71—83.

91. **Федынский О. С.** О влиянии теплофизических свойств теплоносителей на теплоотдачу в условиях естественной конвекции.— В кн.: Теплопередача и тепловое моделирование. М., Изд-во АН СССР, 1959, с. 107—121.

92. **Федынский О. С.** Интенсификация теплообмена при течении воды в кольцевом канале.— В кн.: Вопросы теплообмена. М., Изд-во АН СССР, 1959, с. 53—66.

93. **Хижняков С. В.** Практические расчеты тепловой изоляции промышленного оборудования и трубопроводов. М., «Энергия», 1964. 144 с.

94. **Цедерберг Н. В.** Теплопроводность газов и жидкостей. М.—Л., Госэнергоиздат, 1963. 408 с.

95. **Широков М. Ф.** Физические основы газодинамики и применение ее к процессам теплообмена и трения. М., Физматгиз, 1958. 340 с.
96. **Широков М. Ф.** Влияние теплоты трения на процессы передачи тепла при больших скоростях потока.— «Изв. ВТИ», 1935, № 9, с. 26—30.
97. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969. 742 с.
98. **Шорин С. Н.** Теплопередача. М., «Высшая школа», 1964. 489 с.
99. **Эйгенсон Л. С.** Моделирование. М., «Советская наука», 1952. 372 с.
100. **Aladyev J. T.** a. oth. Thermal resistance of phase transition with condensation of potassium vapour.— In: Paper Third International Heat Transfer Conference. Chicago, 1966, 74, vol. 2, p. 313—317.
101. **Brauer H.** Strömungswiderstand und Wärmeübergang bei Ringspalten mit rauhen Kernrohren.— «Atomkernenergie», 1961, H. 4, S. 152—161; H. 5, S. 207—211.
102. **Brauer H.** Strömung und Wärmeübergang bei Riesefilmen.— «VDJ—Forschungsheft», 1956, Bd. 22, H. 457. 40 S.
103. **Bromley Z.** Heat transfer in stable film boiling.— «Chem. Eng. Prog.», 1952, vol. 56, № 5, p. 221—227.
104. **Cichelli M. T., Bonilla C. F.** Heat transfer to liquids boiling under pressure.— «Transaction of American Institute of Chemical Engineers», 1945, vol. 41, № 6, p. 755—787.
105. **Eckert E., Weise W.** Messungen der Temperaturverteilung auf der Oberfläche schnell angeströmter unbeheizter Körper.— «Forsch. Ing.—Wes.», 1942, Bd 13, H. 6, S. 246—254.
106. **Grigoriev V. A., Dudkevich A. S.** Some peculiarities of boiling cryogenic liquides.— Heat transfer; 4th Intern. Heat Transfer Conf., 1970, vol. 6, p. 324.
107. **Huber D. A., Hoehne J. C.** Pool boiling of benzene, diphenyl and benzene-diphenyl mixtures under pressure.— «Trans. ASME», ser. C. Journal of Heat Transfer, 1963, vol. 85, № 3, p. 215—220.
108. **Hosler J. W., Westwater J. W.** Film boiling on a horizontal plate.— «ARS Journal», 1962, vol. 32, № 4, p. 553—558.
109. **Hsu Y. Y., Westwater J. W.** Film boiling from vertical tubes.— «AJChE Journal», 1958, № 4, p. 58—62.
110. **Kopchikov I. A.** a. oth. Liquid boiling in a thin film.— «Intern. Journal Heat and Mass Transfer», 1969, vol. 12, № 7, p. 791—795.
111. **Labuntsov D. A., Smirnov J. I.** Heat transfer in condensation of liquid metal vapours.— In: Paper Third International Heat Transfer Conference. Chicago, 1966, № 76, vol. 2, p. 329—336.
112. **Nikuradse J.** Gesetzmässigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Rohren.— «VDJ-Forsch», H. 356, 1932; Strömungsgesetze in rauhen Rohren.— «Forschungshetf», 361, 1933, Ausgabe B, Bd 4, 22 S.
113. **Nunner W.** Wärmeübergang und Druckabfall in rauhen Rohren.— «VDJ—Forschungsheft», 1956, Bd 22, H. 456. 39 S.
114. **Nusselt W.** Die Oberflächenkondensation des Wasserdampfes.— «Ztschr. des Vereines Deutscher Ingenieure», 1916, Bd 60, № 27, S. 541—546; № 28, S. 569—575.
115. **Nusselt W.** Die Abhängigkeit der Wärmeübergangszahl von der Rohrlänge.— «Ztschr. d. VDI», 1910, Bd 54, № 27, S. 1154—1158.
116. **Pohlhausen E.** Der Wärmeaustausch zwischen festen Körpern und Flüssigkeiten mit kleiner Reibung und kleiner Wärmeleitung.— «Ztschr. f. angew. Math. und. Mech.», 1921, Bd 1, H. 2, S. 115—121.
117. **Prandtl Z.** Eine Beziehung zwischen Wärmeaustausch und Strömungswiderstand der Flüssigkeiten.— «Phys. ZS», 1910, Bd 11, № 23, S. 1072—1078.
118. **Reynolds O.** On the extent and action of the heating surface for steam boilers.—Proceeding of the Literary and Philosophical Society, of Manchester. Session 1874—1875, vol. XIV, p. 7—12.
119. **Tolubinsky V. J., Ostrovsky J. N.** On the mechanism of boiling heat transfer (vapour bubbles grouth rate in the process of boiling of liquids, solutions and binary mixtures).— «Int. Journ. Heata. Mass Transfer», 1966, vol. 9, p. 1463—1470.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3
Введение 4
Основные обозначения 6
Числа подобия 7

Глава первая. **Теплопроводность** 8

1-1. Основной закон теплопроводности 8
1-2. Теплопроводность плоской стенки 13
1-3. Теплопроводность цилиндрической стенки 19
1-4. Теплопроводность шаровой стенки и тел неправильной формы 24
1-5. Теплопроводность тел с внутренними источниками теплоты . 27

Глава вторая. **Конвективный теплообмен** 34

2-1. Общие понятия и определения 34
2-2. Дифференциальные уравнения теплообмена 38
2-3. Основы теории подобия 46
2-4. Подобие процессов конвективного теплообмена 53
2-5. Обобщение опытных данных на основе теории подобия . . . 63

Глава третья. **Теплообмен в жидкостях и газах** 69

3-1. Теплоотдача при обтекании плоской поверхности (пластины) 69
3-2. Теплоотдача при течении жидкости в трубах 78
3-3. Теплоотдача при свободной конвекции 94
3-4. Теплоотдача при поперечном обтекании труб 101

Глава четвертая. **Теплообмен при кипении и конденсации** . . 110

4-1. Теплообмен при кипении 110
4-2. Теплообмен при конденсации пара 138

Глава пятая. **Тепловое излучение** 160

5-1. Законы теплового излучения 160
5-2. Лучистый теплообмен между телами 173
5-3. Тепловое излучение газов 182

Глава шестая. **Процессы теплопередачи** 193

6-1. Сложный теплообмен и теплопередача 193
6-2. Теплопередача через стенки 196
6-3. Теплопередача через сложные стенки 206
6-4. Интенсификация процессов теплопередачи 212
6-5. Тепловая изоляция 216

Глава седьмая. **Нестационарная теплопроводность** 220

7-1. Описание процесса 220
7-2. Аналитическое решение 224
7-3. Приближенные методы решения 234
7-4. Регулярный тепловой режим 242

Глава восьмая. **Теплообменные аппараты** 245

8-1. Общие положения 245
8-2. Рекуперативные аппараты 246
8-3. Теплообменные регенеративные и смесительные аппараты . . 261
8-4. Гидромеханический расчет теплообменных аппаратов 266

Глава девятая. **Моделирование тепловых устройств** 273

9-1. Постановка задачи 273
9-2. Условия моделирования 275
9-3. Примеры моделирования 277

Глава десятая. **Отдельные задачи теплообмена** 282

10-1. Гидродинамическая теория теплообмена 282
10-2. Теплообмен при высоких скоростях 286
10-3. Теплообмен поверхностей с искусственной шероховатостью 292
10-4. Теплоотдача расплавленных металлов 296
10-5. Передача теплоты через стержень 300
10-6. Передача теплоты через ребра 306

Приложения 314
Список литературы 336

МИХАИЛ АЛЕКСАНДРОВИЧ МИХЕЕВ
ИРИНА МИХАЙЛОВНА МИХЕЕВА

ОСНОВЫ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

Редактор В. А. Андрианова
Редактор издательства И. В. Волобуева
Художественный редактор Т. Н. Хромова
Переплет художника А. А. Иванова
Технический редактор Н. А. Галанчева
Корректор Г. А. Полонская

ИБ № 245

Сдано в набор 11/V 1976 г. Подписано к печати 15/XI 1976 г.
Т-20333. Формат 60 × 90 1/16. Бумага типографская № 2.
Усл. печ. л. 21,5. Уч.-изд. л. 23,24.
Тираж 25 000 экз. Зак. 1177. Цена 1 р. 32 к.

Издательство «Энергия», Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Ленинградская типография № 4 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете Совета Министров СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
196126, Ленинград, Ф-126, Социалистическая ул., 14.